

Primena metode Van Rijna u proračunu opšte deformacije dunavskog korita

Dr Miodrag Jovanović

Mr Dejan Komatina

Gradjevinski fakultet Beograd

Rezime. Metoda Van Rijna za proračun pronosa vučenog i suspendovanog nanosa daje veoma dobre rezultate kada su u pitanju veliki aluvijalni vodotoci sa sitnim nanosom. U ovom članku se govori o mogućnosti primene ove metode u proračunu opšte deformacije korita Dunava. Za proveru rezultata proračuna korišćeni su rezultati kompletnih hidrometrijskih merenja obavljenih u periodu 1978-1980. godine u zoni Apatina [6]. Upoređenjem sračunatih i izmerenih količina nanosa, kao i sračunatih i snimljenih poprečnih profila, konstatovano je da se primenom navedene metode mogu dobiti fizički realni rezultati, uz relativno mali utrošak vremena i računarskih resursa.

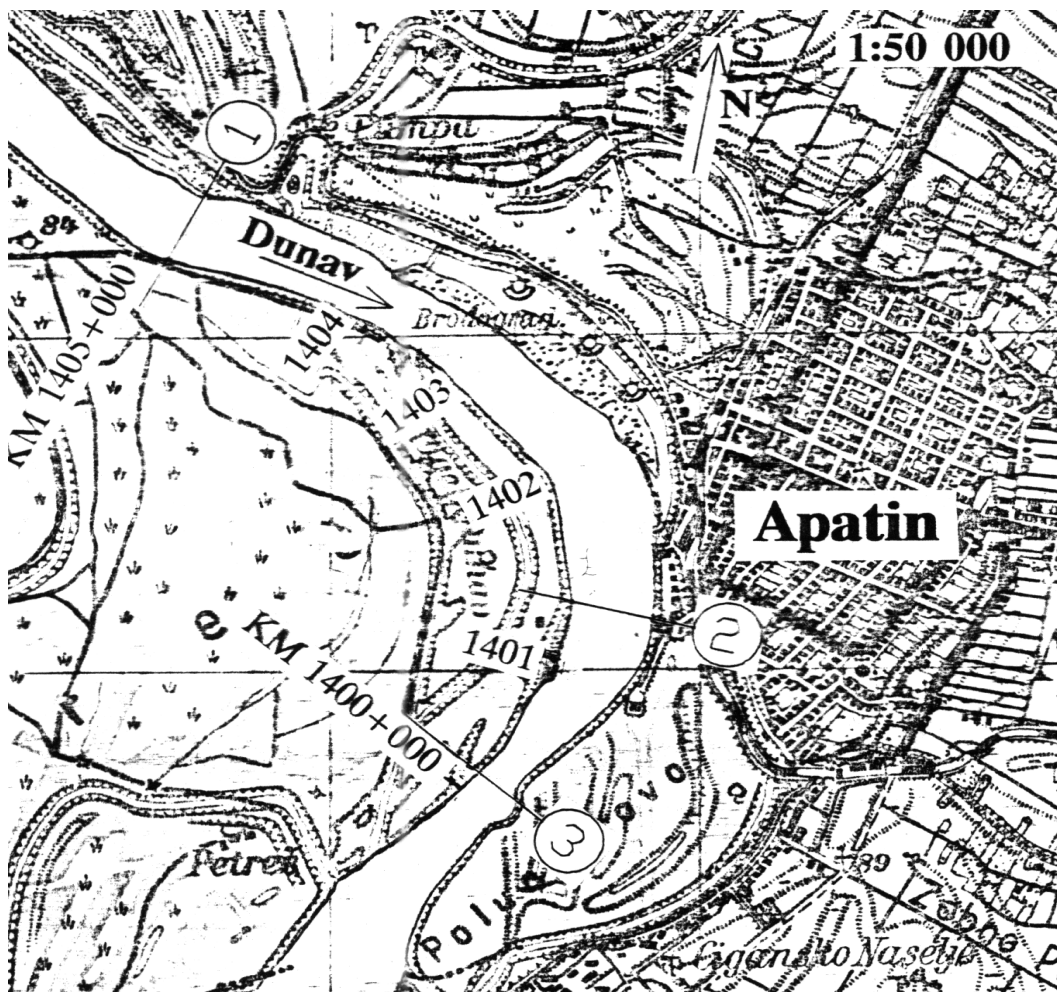
Ključne reči: opšta deformacija korita, vučeni nanos, suspendovani nanos, Dunav

1 Uvod

Proračun opšte deformacije rečnog korita je aktuelan kada je u pitanju regulisanje rečnih tokova ili procena dinamike i obima zaispanja akumulacija. Opšta deformacija je posledica neravnomernog pronosa nanosa po dužini toka, pri čemu se ova neravnomernost postepeno apsorbuje morfološkim promenama u rečnom koritu u pravcu uspostavljanja ravnotežnog stanja. U numeričkoj simulaciji ovog fenomena, osnovni problem je izbor adekvatne metode za proračun pronosa vučenog i suspendovanog nanosa, pri tome imajući u vidu uslovnost ove podele jer se ista zrna u različitim hidrauličkim uslovima mogu naći u kategoriji jednog, odnosno drugog nanosa.

Holandski istraživač Leo Van Rijn je 1984. godine objavio rezultate svog radu u oblasti kretanja rečnog nanosa [2], [3], [4] koji su značajni iz više razloga. Metoda ovog autora za proračun pronosa vučenog i suspendovanog nanosa je zasnovana na fizički zakonima i spada u kategoriju determinističkih metoda. Može se reći da u izvesnom smislu predstavlja sintezu teorijskih i eksperimentalnih rezultata do kojih su brojni istraživači dolazili u prethodnom periodu. Metoda je proverena pomoću velikog broja laboratorijskih i terenskih merenja i u poredjenju sa drugim metodama, daje rezultate koji su najbliži rezultatima merenja. Pogodna je za primenu na velikim aluvijalnim vodotocima sa sitnim peščanim nanosom, koji se u najvećoj meri kreće u vidu suspendovanog nanosa.

Cilj ovog rada je da se proverí mogućnost primene metode Van Rijna u predviđanju opšte deformacije dunavskog korita. U tom smislu, ovaj rad predstavlja korak dalje u odnosu na jedna raniji rad [1], u kome je takodje razmatrana



Slika 1: Deonica na kojoj su obavljena merenja u periodu 1978 - 1980.

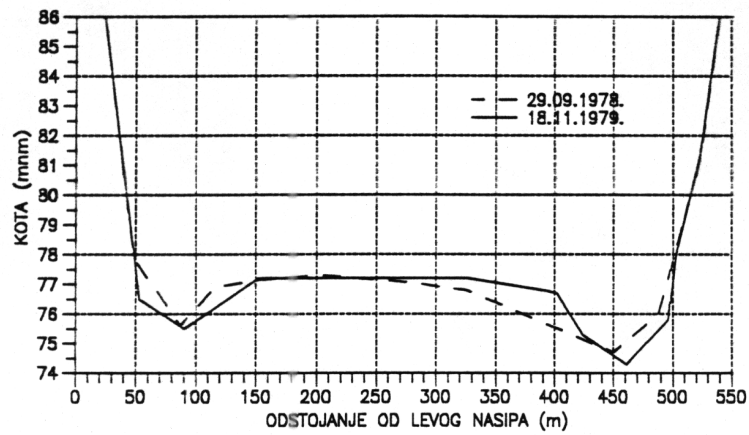
mogućnost primene ove metode i dat potvrđan odgovor. U ovom radu se prikazuju rezultati proračuna opšte deformacije dunavskog korita na deonici dužine oko 5 km u zoni Apatina (Slika 1). Na ovoj deonici su u periodu 1978 - 1980. izvršena kompletna hidrometrijska merenja [6], koja su iskorišćena za definisanje ulaznih podataka računskog modela. Na Slici 2 su prikazani snimljeni profili koji su poslužili za proveru računске metode.

2 Opis računskog modela

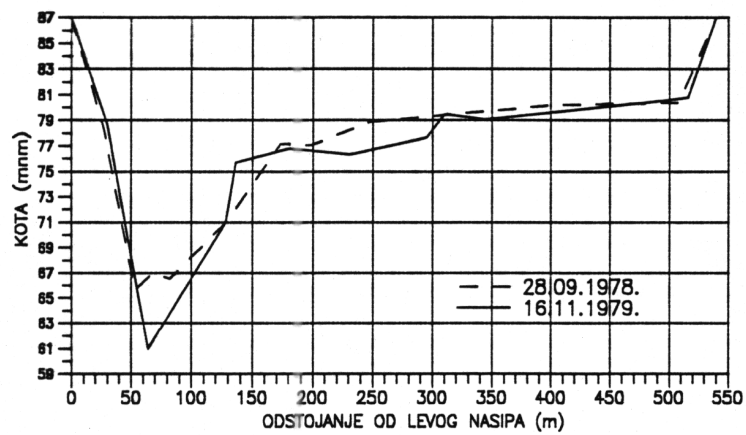
Metoda Van Rijna za proračun pronosa vučenog i suspendovanog nanosa primenljiva je za sledeće uslove: brzine toka 0.4–1.6 m/s, dubine 0.1–25 m, srednje krupnoće zrna 0.18–0.7 mm za suspendovani, odnosno 0.2–2.0 mm za vučeni nanos.

U nastavku će se, zbog ograničenosti prostora, navode samo osnovni izrazi, dok se detaljnija teorijska obrazloženja mogu naći u literaturi [2], [3], [4] i [5].

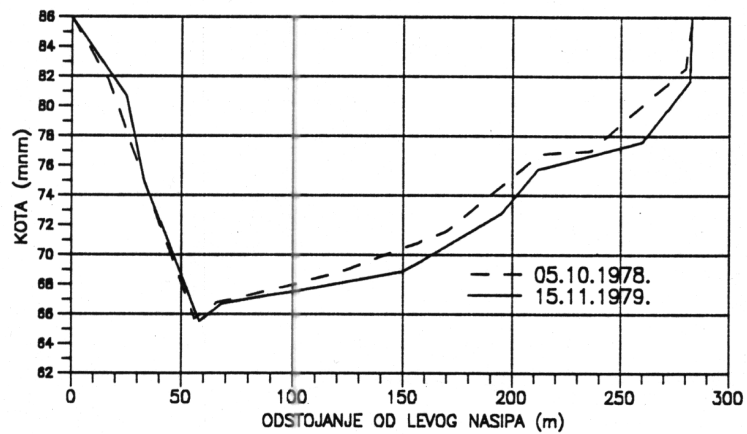
REKA DUNAV
 Profil 1, KM 1404+900



REKA DUNAV
 Profil 2, KM 1401+400



REKA DUNAV
 Profil 3, KM 1400+100



Slika 2: Snimljeni poprečni profili [6]

2.1 Pronos vučenog nanosa

Čestice se nalaze u režimu vučenog nanosa ako na njihovo kretanje dominantan uticaj ima sila gravitacije, dok su turbulentne sile od sekundarnog značaja. Kreću se kotrljanjem, klizanjem i skokovito (saltaciono kretanje). Ovaj režim kretanja nanosa važi sve dok je smičuća brzina toka (u_*) manja od brzine tonjenja čestice (W), ili: $u_*/W \leq 1$ [2].

Zapreminski jedinični pronos vučenog nanosa u ravnotežnim uslovima („transportni kapacitet“) može se po Van Rijnu sračunati na sledeći način:

$$q_v = \delta_o \cdot u_o \cdot C_o \quad [\text{m}^3/(\text{s m})] \quad (1)$$

gde je δ_o - debljina pokretnog sloja na dnu koja odgovara najvećoj saltacionoj visini, u_o - srednja brzina čestica u pokretnom sloju i C_o - srednja koncentracija čestica u pokretnom sloju.

Karakteristični parametri. Za definisanje veličina koje se koriste u određivanju transportnog kapaciteta za vučeni nanos koriste se dva bezdimenziona parametra:

- „parametar zrna“:

$$d_* = d \left(\frac{g \cdot \Delta}{\nu^2} \right)^{1/3} \quad \text{i} \quad (2)$$

- „parametar intenziteta pronosa“:

$$T = \frac{\tau'_o - \tau_{oc}}{\tau_{oc}} = \frac{(u'_*)^2 - (u_{*c})^2}{(u_{*c})^2}, \quad (3)$$

gde je:

$d = d_{v50}$	- srednji prečnik zrna vučenog nanosa
$\Delta = (\rho_s - \rho)/\rho = 1.65$	- relativna gustina nanosa
$\rho_s = 2.65 \text{ t/m}^3$	- gustina nanosa
$\rho = 1.00 \text{ t/m}^3$	- gustina vode
ν	- kinematički koeficijent viskoznosti vode
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	- gravitaciono ubrzanje
$\tau_{oc} = \Theta_c g (\rho_s - \rho) d$	- kritični tangencijalni napon
Θ_c	- kritični bezdimenzioni napon („Shieldsov broj“)
$\tau'_o = \rho (u'_*)^2$	- efektivni tangencijalni napon
$u'_* = \sqrt{g (\tilde{u}/C')^2}$	- efektivna smičuća brzina
$u_{*c} = \sqrt{\Theta_c \cdot g \cdot \Delta \cdot d}$	- kritična smičuća brzina
$C' = 18 \log (12h/k_s)$	- lokalni Chezyjev koeficijent trenja
$k_s \approx 3 d_{v90}$	- ekvivalentna peščana rapavost
$\tilde{u}$	- srednja brzina po dubini.

Efektivni tangencijalni napon (τ'_o) i odgovarajuća smičuća brzina (u'_*) su uslovljeni apsolutnom rapavošću rečnog dna koja se opisuje u funkciji najkrupnijeg zrna vučenog nanosa d_{v90} . Veličine τ'_o i u'_* opisuju uslove koji vladaju na ravnom rečnom dnu, bez dina. Smičuća brzina u'_* fizički ne može biti veća od smičuće brzine toka:

$$u_* = \sqrt{g \cdot h \cdot I_e} \quad (4)$$

gde je I_e - nagib energetske linije usled trenja.

Uslovi pokretanja. Ovi uslovi su za zrno na dnu definisani kritičnim vrednostima bezdimenzionog tangencijalnog napona - „Shieldsovog broja” koje se mogu očitati sa Shieldsovog dijagrama, ili sračunati pomoću izraza:

$$\Theta_c = \begin{cases} 0.24 \cdot d_*^{-1} & \dots & 1 < d_* \leq 4 \\ 0.14 \cdot d_*^{-0.64} & \dots & 4 < d_* \leq 10 \\ 0.04 \cdot d_*^{-0.1} & \dots & 10 < d_* \leq 20 \\ 0.013 \cdot d_*^{0.29} & \dots & 20 < d_* \leq 150 \\ 0.056 & \dots & d_* > 150. \end{cases} \quad (5)$$

Raspored brzine po dubini. U razradi matematičkog modela, polazi se od logaritamskog rasporeda brzine po dubini toka, u oblasti hidraulički rapavog dna:

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_o} \right) \quad (6)$$

gde je, pored već definisanih oznaka, κ - Von Karmanova „konstanta”, a $z_o = z_o(k_s)$ - referentno odstojanje od dna na kome je brzina jednaka nuli.

Saltaciona visina. Matematički model saltacionog kretanja čestica zasnovan je na jednačinama mehanike u kojima figurišu sile koje deluju na česticu [2]. U razvoju ovog modela uzeti su u obzir i rezultati drugih istraživača. Sistem običnih diferencijalnih jednačina rešava se numerički uz odgovarajuće početne i granične uslove. Kao rezultat se dobija trajektorija čestice i njena brzina u zavisnosti od hidrauličkih uslova toka i fizičkih karakteristika čestice. Osnovni parametar za kalibraciju modela je „koeficijent uzgona”, koji obuhvata i dodatne uticaje koji nisu eksplicitno obuhvaćeni osnovnim jednačinama. Koristeći filmski registrovano kretanje vučenog nanosa u laboratorijskom kanalu, obavljena je kalibracija računskog modela za opseg vrednosti $d_{v50} = 0.1\text{--}2.0$ mm i $u_* = 0.02\text{--}0.14$ m/s. Predložena je zavisnost za saltacionu visinu (debljinu pokretnog sloja na dnu korita) u bezdimenzionom obliku:

$$\frac{\delta_o}{d_{v50}} = 0.3 d_*^{0.7} T^{0.5}. \quad (7)$$

Odstupanja izmerenih vrednosti u odnosu na vrednost koju daje izraz (7) iznose do 10%.

Brzina čestica. Brzina čestice u saltacionom kretanju je:

$$\frac{u_o}{\sqrt{g \cdot \Delta \cdot d_{v50}}} = 1.5 \cdot T^{0.6}. \quad (8)$$

Prema autoru, odstupanja izmerenih vrednosti u odnosu na vrednost koju daje izraz (8) iznose do 20%.

Koncentracija vučenog nanosa. Prosečna koncentracija nanosa u pokretnom sloju na dnu korita C_o određena je iz izraza (1), u kome su korišćene računске vrednosti δ_o i u_o , a izmerene vrednosti pronosa q_v iz 130 laboratorijska eksperimenta. Dobijena je bezdimenziona zavisnost:

$$\frac{C_o}{C_{\max}} = 0.18 \frac{T}{d_*}, \quad (9)$$

koja izražava traženu koncentraciju relativno u odnosu na maksimalnu zapreminsku koncentraciju $C_{\max} = 0.65$. Izvedeni izraz važi za opseg prečnika 0.1–2.00 mm, dubine toka koje su veće od 0.1 m i vrednosti Froudeovog broja koje su manje od 0.9.

Zamenom vrednosti δ_o , u_o i C_o koje se dobijaju pomoću jednačina (7) - (9), u osnovni izraz (1), može se sračunati transportni kapacitet toka za vučeni nanos. Rezultati su provereni na osnovu 580 laboratorijskih i terenskih merenja. U 77% slučajeva je odnos izmerenog i sračunatog pronosa bio u granicama 0.5–2.00, što daje bolje slaganje od drugih obrazaca [2]. Veća tačnost se i ne može očekivati jer i sama merenja pokazuju odstupanja reda veličine $\pm 100\%$.

Kada su u pitanju reke kao što je Dunav, gde je, kao što analize pokazuju, pronos vučenog nanosa za dva reda veličine manji od pronosa suspendovanog nanosa, a ispod 10% od ukupnog nanosa, od naročitog značaja su izrazi (7) i (8), jer se na osnovu njih definiše „referentna koncentracija” koja je neophodna za proračun pronosa suspendovanog nanosa.

2.2 Pronos suspendovanog nanosa

Jedinični zapreminski pronos suspendovanog nanosa može se definisati izrazom:

$$q_s = \int_a^h u(z) \cdot C(z) dz \quad [\text{m}^3/(\text{s m})], \quad (10)$$

gde je $u(z)$ - brzina toka na vertikalnom odstojanju z od dna, $C(z)$ - zapreminska koncentracija na istom odstojanju, a - referentno odstojanje na kome je poznata koncentracija i h - dubina toka.

Za primenu izraza (10) neophodno je poznavanje rasporeda brzine i koncentracije po dubini toka, uz izbor referentnog odstojanja i odgovarajuće referentne koncentracije kao graničnog uslova.

Karakteristični parametri. Pored parametara koji su definisani jednačinama (2) i (3), u analizi suspendovanog nanosa uvodi se treći parametar – „suspension broj”:

$$Z^* = \frac{W}{\beta \cdot \kappa \cdot u_*} \quad (11)$$

koji odražava relativni uticaj gravitacionih i turbulentnih sila koje deluju na česticu u vertikalnom pravcu. Pored već definisanih oznaka, u izrazu (11) figuriše faktor β („Schmidtov broj”) koji predstavlja odnos difuzionih koeficijenata (ili koeficijenata mešanja) čestica nanosa i fluidnih delića. Ako su čestice dovoljno male, one u potpunosti „prate” fluktuacionu strukturu toka, tako da su vrednosti navedenih koeficijenata približno jednake i $\beta = 1$. Može se pokazati da je u opštem slučaju:

$$\beta = 1 + 2 \left(\frac{W}{u_*} \right)^2 \quad (12)$$

ukoliko su čestice sitne, a koncentracija mala: $0.1 < W/u_* < 1$. Smatra se da vrednost koeficijenta β ne bi trebalo da premaši vrednost 2 [5].

Brzina tonjenja. Za određivanje brzine tonjenja pojedinačne čestice u mirnoj vodi neograničene zapremine, mogu se, kao što je poznato, koristiti nomogrami, iterativni algoritmi, ili približni obrasci, kao što je Van Rijnov obrazac:

$$W = \begin{cases} g \cdot \Delta \cdot d^2 / (18\nu) & : 1 < d < 10^2 \text{ } \mu\text{m} \\ \frac{10\nu}{d} \left[\left(1 + \frac{0.01 \cdot g \cdot \Delta \cdot d^3}{\nu^2} \right)^{0.5} - 1 \right] & : 10^2 < d < 10^3 \text{ } \mu\text{m} \\ 1.1 (g \cdot \Delta \cdot d)^{0.5} & : d > 10^3 \text{ } \mu\text{m}. \end{cases} \quad (13)$$

U ovom izrazu je $d = d_{s50}$ - srednja krupnoća suspendovanog nanosa, a ako se pretpostavi da je raspodela krupnoće zrna log-normalna, može se uzeti da je: $d = d_s$, gde je:

$$d_s = [1 + 0.011(\sigma_s - 1)(T - 25)] \cdot d_{s50} \quad \text{- reprezentativna krupnoća mešavine}$$

$$\sigma_s = \frac{1}{2} \left(\frac{d_{s84}}{d_{s50}} + \frac{d_{s50}}{d_{s16}} \right) \quad \text{- geometrijska standardna devijacija.}$$

Uticaj turbulencije toka. Zakon održanja mase za suspendovani nanos opisuje ravnotežu fluksa čestica u vertikalnom pravcu pod uticajem turbulencije toka (u smeru ka površini) i gravitacije (u smeru ka dnu). U uslovima

ustaljenog, jednolikog tečenja, ovaj zakon se može analitički formulisati u obliku:

$$C(z) \cdot W + \varepsilon_s(z) \frac{dC}{dz} = 0, \quad (14)$$

gde je ε_s - lokalni koeficijent turbulentne difuzije (mešanja) za čestice nanosa.

Polazeći od pretpostavke da je raspored po dubini koeficijenta turbulentne difuzije za nanos blizak rasporedu koeficijenta turbulentne viskoznosti, Van Rijn je predložio parabolično-konstantnu zavisnost [3]:

$$\varepsilon_s(z) = \begin{cases} \kappa \cdot u_* \cdot h \cdot \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right) & \text{za } \frac{z}{h} < 0.5 \\ 0.25 \cdot \kappa \cdot u_* \cdot h & \text{za } \frac{z}{h} \geq 0.5. \end{cases} \quad (15)$$

Raspored koncentracije po dubini. Shodno podeli na dve oblasti u kojima koeficijent turbulentne difuzije za nanos ima različite rasporede, raspored koncentracije po dubini se takodje definiše pomoću dva izraza:

$$\frac{C(z)}{C_a} = \begin{cases} \left(\frac{h-z}{z} \frac{a}{h-a} \right)^{Z^*} & \text{za } \frac{z}{h} < 0.5 \\ \left(\frac{a}{h-z} \right)^{Z^*} \exp\{-4 \cdot Z^* (\frac{z}{h} - \frac{1}{2})\} & \text{za } \frac{z}{h} \geq 0.5. \end{cases} \quad (16)$$

U tim izrazima je $C(z)$ - zapreminska koncentracija na proizvoljnom odstojanju z od dna, a C_a - zapreminska koncentracija na referentnom odstojanju $z = a$ od dna. Izraz (16) pokazuje da je raspored koncentracije po dubini definisan u relativnom smislu, u odnosu na poznatu referentnu koncentraciju.

Za vrednosti $C > 0.1\%$, suspenzioni broj Z^* se koriguje zbog ometanog taloženja čestica i prigušenja turbulentnih pulsacija pri dnu, u oblasti povećane koncentracije:

$$Z^{*'} = Z^* + \psi, \quad (17)$$

pri čemu korekcionni faktor ima oblik:

$$\psi = 2.5 \left(\frac{W}{u_*} \right)^{0.8} \left(\frac{C_a}{C_{\max}} \right)^{0.4} \quad \text{za} \quad 0.01 \leq \frac{W}{u_*} \leq 1. \quad (18)$$

Referentno odstojanje i referentna koncentracija. Referentno odstojanje a predstavlja zamišljenu gornju granicu sloja unutar koga se nanos kreće u režimu vučenog nanosa – skokovito, kotrljanjem, ili klizanjem. Ne postoji opšte prihvaćen kriterijum za definisanje ovog odstojanja. Prema Van Rijn, u

ovo odstojanje je kod ravnog dna približno jednako $10d$ (što odgovara najvećoj visini skokova), ili polovini visine dina, ali ne manje od 1% dubine toka: $a \geq 0.01 h$.

Pitanje referentnog odstojanja i odgovarajuće referentne koncentracije je ključno pitanje, jer je ovim parametrima obuhvaćena interakcija vučenog i suspendovanog nanosa. Izjednačavajući referentno odstojanje sa saltacionom visinom (7), referentnu koncentraciju sa koncentracijom vučenog nanosa (9) i uzimajući da je referentna brzina čestica jednaka saltacionoj brzini (8) pomnoženoj faktorom α , Van Rijn je došao do opšteg izraza za referentnu koncentraciju suspendovanog nanosa:

$$C_a = \frac{0.015 \cdot d_{v50} \cdot T^{1.5}}{\alpha \cdot d_*^{0.3} \cdot a}. \quad (19)$$

Može se uočiti da se referentna koncentracija računa sa veličinama koje karakterišu vučeni nanos (d_{v50} , T , d_*).

Imajući u vidu izraze (10), (6) i (16), dolazi se do jednačine za jedinični pronos suspendovanog nanosa:

$$q_s = \frac{u_* C_a}{\kappa} \left(\frac{a}{h-a} \right)^{Z^{*'}} \left\{ \int_a^{0.5h} \left(\frac{h-z}{z} \right)^{Z^{*'}} \ln \left(\frac{z}{z_o} \right) dz + \right. \\ \left. + \int_{0.5h}^h \exp \left[-4 Z^{*'} \left(\frac{z}{h} - \frac{1}{2} \right) \right] \ln \left(\frac{z}{z_o} \right) dz \right\}. \quad (20)$$

Integrali u ovoj jednačini se ne mogu analitički rešiti, već se rešavaju približno, numerički. Van Rijn je predložio uprošćenu formulu sa greškom do 25%, koja važi za opseg vrednosti: $0.3 \leq Z^{*'} \leq 3$:

$$q_s \approx \mathcal{F} \cdot \tilde{u} \cdot h \cdot C_a \quad [\text{m}^3/(\text{s m})], \quad (21)$$

gde je $\tilde{u}$ - srednja brzina po vertikali, h - dužina vertikale (lokalna dubina toka), a $\mathcal{F}$ - bezdimenzionalni faktor:

$$\mathcal{F} = \frac{\left(\frac{a}{h} \right)^{Z^{*'}} - \left(\frac{a}{h} \right)^{1.2}}{\left[1 - \left(\frac{a}{h} \right) \right]^{Z^{*'}} (1.2 - Z^{*'})}. \quad (22)$$

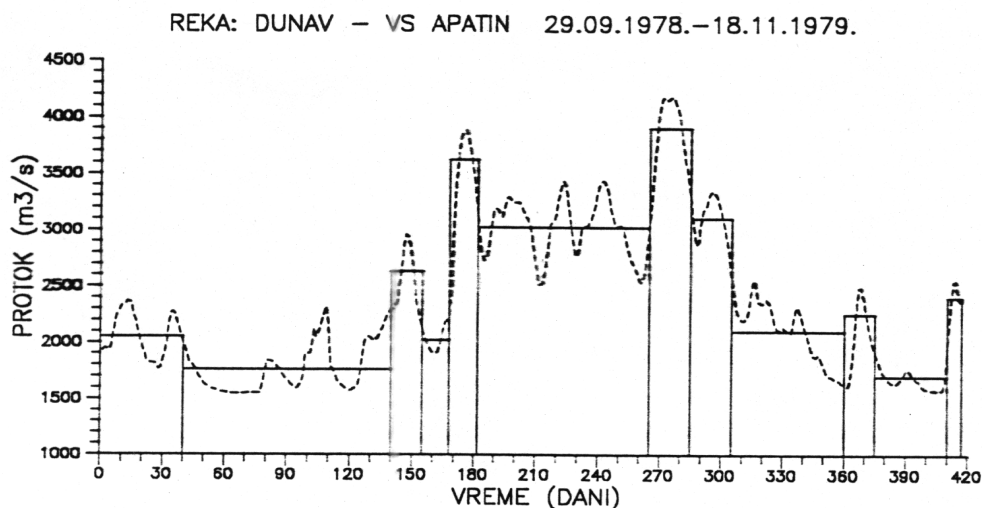
Imajući u vidu danas široku primenu računara, može se reći da na izgled komplikovane jednačine Van Rijna ne predstavljaju ozbiljan problem za primenu opisane metode u praksi.

2.3 Proračun opšte deformacije rečnog korita

Proračun opšte deformacije korita zasniva se na sledećim osnovnim pretpostavkama:

- strujanje je linijsko, kvazi-ustaljeno;
- efekti sekundarnih strujanja se zanemaruju;
- nanos je nezvezan.

Pretpostavka o kvazi-ustaljnosti je prihvatljiva jer se hidraulički procesi odvijaju znatno brže od morfoloških, tako da se u numeričkoj simulaciji, ti procesi mogu razdvojeno posmatrati, a proračun značajno uprostiti. Hidrogram se aproksimira histogramom (Slika 3), pa se linija nivoa računa za nekoliko protoka određenog trajanja. Proračun opšte deformacije se obavlja nakon proračuna linija nivoa. Izmenjena geometrija korita predstavlja ulaz za hidraulički proračun sa narednim protokom sa aproksimiranog hidrograma. Ovaj redosled se ponavlja, sve dok se u datom hronološkom redosledu ne obuhvate svi protoci.



Slika 3: *Aproksimacija hidrograma za vodomernu stanicu Apatin [8]*

Promena površine poprečnog preseka određuje se numeričkim rešavanjem Exnerove jednačine kontinuiteta za nanos:

$$(1 - \lambda_o) \frac{\partial A_d}{\partial t} + \frac{\partial Q_u}{\partial x} = 0, \quad (23)$$

gde je x - odstojanje duž toka, t - vreme, A_d - površina korita izmedju linije dna u poprečnom preseku i proizvoljne referentne ravni ispod linije dna,

Q_u - zapreminski pronos ukupnog nanosa (vučenog i suspendovanog), a λ_o - poroznost nanosa na rečnom dnu.

Navedena jednačina je izvedena pod pretpostavkom da se tokom vremena koncentracija suspendovanog nanosa na posmatranoj deonici malo menja. Desna strana (23) je jednaka nuli jer se smatra da na datom potezu nema pritoke. U ukupnom pronosu Q_u dominantan je koritoformirajući suspendovani nanos, dok tranzitni suspendovani nanos nije obuhvaćen ovom analizom.

Jednačina (23) se rešava metodom konačnih razlika, ako su priraštaji po vremenu (Δt) i prostoru (Δx) dovoljno mali:

$$\begin{aligned} (\Delta A_d)_i &= -\frac{\Delta t}{(1 - \lambda_o)} \cdot \left[\frac{(Q_u)_i - (Q_u)_{i-1}}{\Delta x_{i-1}} \right] = \\ &= \frac{\Delta t}{(1 - \lambda_o)} \left[\frac{(Q_u)_{i-1} - (Q_u)_i}{\Delta x_{i-1}} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Indeks „ i ” raste u nizvodnom smeru i označava broj profila. Može se uočiti da se za pronos nanosa koriste uzvodne razlike, tako da je za svaki profil mero-davan isključivo dotok nanosa iz uzvodnog profila. Pozitivan znak promene površine ΔA_d označava zasipanje, a negativan, eroziju.

Kada se u datom vremenskom koraku sračuna promena površine ΔA_d , postavlja se pitanje kako korigovati geometriju profila za naredni računski korak. Jedan način je da se samo izmene vrednosti vertikalne koordinate z_d tačaka kojima su definisani poprečni profili. Korekcija vrednosti z_d može se obaviti proporcionalno lokalnoj dubini:

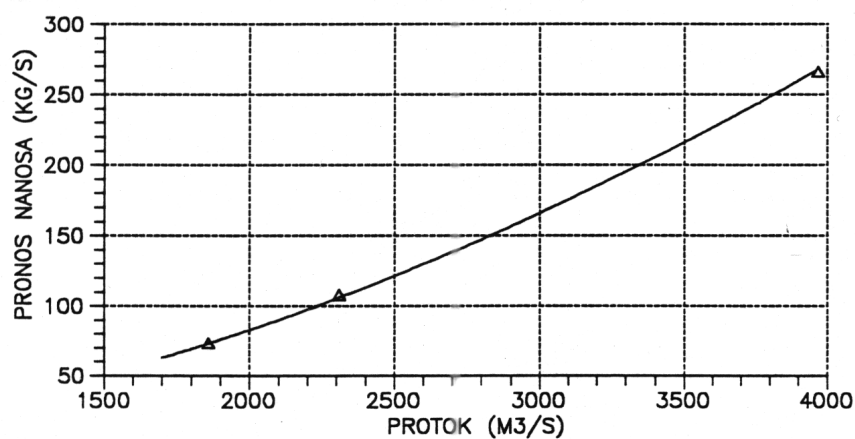
$$(\Delta z_d)_j = h_j \cdot \frac{\Delta A_d}{A}, \quad (25)$$

gde je h - dubina, A - vodena površina u poprečnom profilu, a „ j ” - indeks koji označava redni broj tačke iz niza tačaka kojima je definisan poprečni profil.

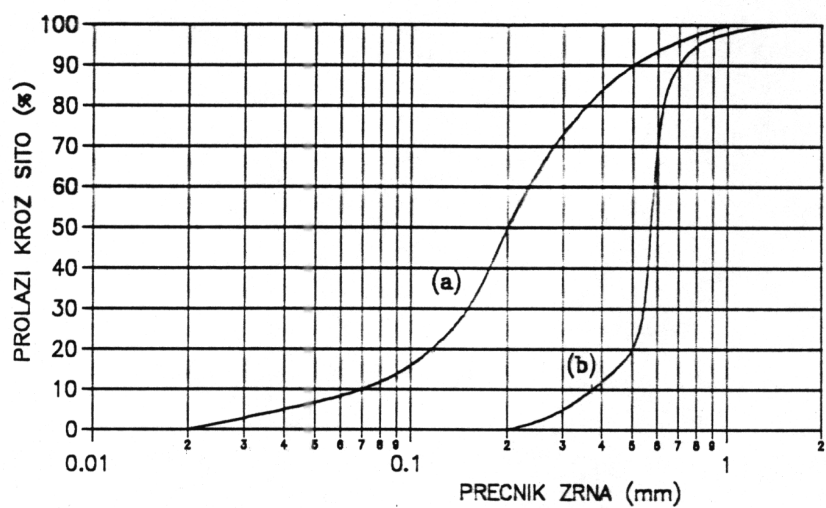
3 Ulazni podaci

Pored računске krive protoka za vodomernu stanicu Apatin i aproksimiranog hidrograma na Slici 3, u proračunu su korišćene korelacione zavisnosti protoka vode i pronosa suspendovanog nanosa, ustanovljene merenjem u periodu 29.09.1978 – 18.11.1979 [6]. Na Slici 4 prikazana je zavisnost za najuzvodniji profil (1), koja istovremeno predstavlja funkciju ulaznog tovara nanosa za posmatranu deonicu.

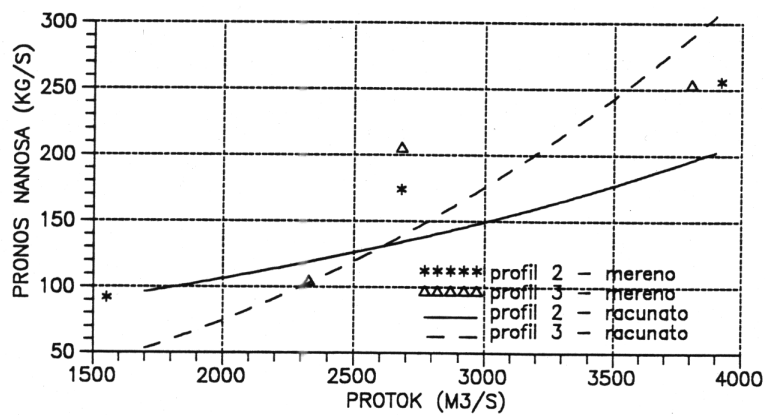
Na Slici 5 su prikazane granulometrijske krive suspendovanog i vučenog nanosa [6]. Srednja krupnoća suspendovanog nanosa je 0.2 mm ($\sigma_s = 2.0$), a srednja krupnoća vučenog nanosa iznosi 0.56 mm ($\Delta = 1.65$, $\lambda_o = 42\%$).



Slika 4: Ulazne količine suspendovanog nanosa [6]



Slika 5: Granulometrijske krive (a) suspendovanog i (b) vučenog nanosa [6]



Slika 6: Izmereni pronos suspendovanog nanosa [6] i sračunati transportni kapacitet u profilima (2) i (3)

Početno geometrijsko stanje korita na posmatranoj deonici definisano je sa tri profila na Slici 2, snimljena u periodu 29.09.–05.10.1978. Cilj proračuna je da se računski prognozira deformacija korita i utvrdi stanje 18.11.1979. godine, kada je takodje obavljeno snimanje korita na posmatranom potezu (Slika 2). Upoređenjem rezultata proračuna i merenja oceniće se primenljivosti metode Van Rijna u konkretnom slučaju.

4 Rezultati proračuna

Pored snimljenih profila, u proračunu je korišćen veći broj interpolovanih profila, tako da je ukupan broj računskih profila iznosio 33, na prosečnom odstojanju od oko 150 m. Optimalan računski korak po vremenu (Δt) je određen probanjem tako što je ovaj korak smanjivan sve dok više nije imao uticaja na rezultate proračuna. U datom slučaju je dobijeno $\Delta t = 3\text{--}5$ dana, u zavisnosti od veličine i trajanja protoka sa aproksimiranog hidrograma. Proračun se sastojao od oko 90 računskih koraka, odnosno sekvenci proračuna hidrauličkih elemenata toka i opšte deformacije korita.

Na Slici 6 su prikazane sračunate i izmerene funkcije transportne moći za suspendovani nanos u profilima (2) i (3), a na Slici 7 su dati rezultati proračuna opšte deformacije u istim profilima. Prikazno je nekoliko stanja tokom proračuna, a za poredjenje sa merenjima je merodavno stanje na dan 18.11.1979. godine.

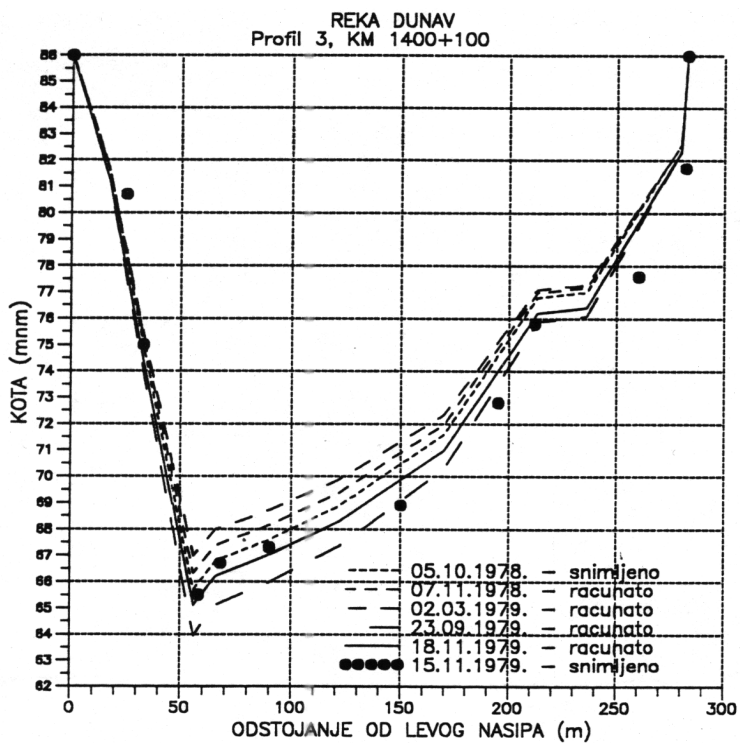
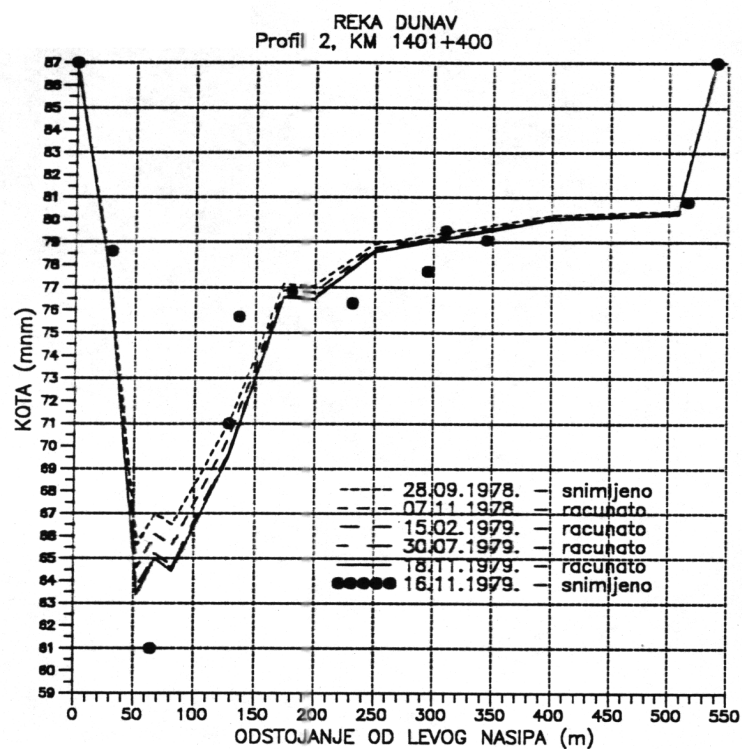
Može se konstatovati da se u oba profila javila erozija, što je u skladu sa karakterom deformacije koja je registrovana u prirodi (videti Sliku 2). Razlika sračunate i snimljene promene površine ΔA_d iznosi 0.7% za profil (2), odnosno 17.6% za profil (3), što predstavlja veoma dobro slaganje.

Oblik sračunatog profila (2) ne odgovara međjutim u potpunosti onom koji je snimljen u prirodi. Naročito pada u oči veliko odstupanje najniže tačke u profilu, što je posledica izabranog načina korekcije položaja koordinatnih tačaka. U profilu (3) je postignuto dobro slaganje kako u pogledu ukupne deformacije ΔA_d , tako i u pogledu oblika profila.

Prikazani rezultati su dobijeni bez variranja vrednosti parametara u izrazima Van Rijna, što ukazuje na pogodnost primene ove metode u praksi kada je u pitanju Dunav.

5 Zaključci

1. Metoda Van Rijna za proračun pronosa vučenog i suspendovanog nanosa zasnovana je na fizičkim zakonima i odražava najsvremenija saznanja u oblasti psamologije. Predložene formule su proverene pomoću velikog broja eksperimentalnih podataka i terenskih merenja. Prema navodima iz literature, ova metoda je u pogledu tačnosti superiorna u odnosu na druge slične metode.



Slika 7: Sračunata i snimljena deformacija korita u profilima (2) i (3)

2. Metoda Van Rijna je podesna za primenu na Dunavu, jer su hidrauličke i psamološke karakteristike ovog vodotoka u potpunosti u opsegu vrednosti za koje je metoda verifikovana.
3. Proračun pronosa vučenog i suspendovanog nanosa po obrascima Van Rijna na deonici Dunava kod Apatina daje rezultate koji su u skladu sa merenjima.
4. Proračun opšte deformacije korita na istoj deonici pokazao je da se pomoću metode Van Rijna može pouzdano sračunati promena ΔA_d , uz uslov da se koristi optimalni računski korak po vremenu.
5. Oblik poprečnog profila se ne može uvek računom verno reprodukovati i pored toga što je deformacija ΔA_d dobro sračunata, jer to zavisi od načina na koji se vrši korekcija položaja koordinatnih tačaka.

Literatura

- [1] Babić Mladenović, M., *Mogućnosti primene metode L. Van Rijn-a kod proračuna transporta nanosa u velikim aluvijalnim vodotocima*, seminarski rad, Građevinski fakultet Beograd, 1989.
- [2] Van Rijn, L.C., *Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No. 10, 1984.
- [3] Van Rijn, L.C., *Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No. 11, 1984.
- [4] Van Rijn, L.C., *Sediment Transport, Part III: Bed Forms and Alluvial Roughness*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No. 12, 1984.
- [5] Van Rijn, L.C., *Mathematical Models for Sediment Concentration Profiles in Steady Flow*, Euromech 192, Munich, Germany, 1985.
- [6] Institut za vodoprivredu "Jaroslav Černi" *Istražni radovi na Dunavu na sektoru Apatin km 1405+000 - km 1400+000*, Beograd, 1980.