BRODSKE PREVODNICE

Hidraulički proračuni i ocena efikasnosti

Miodrag B. Jovanović



Univerzitet u Beogradu
Građevinski fakultet

U N I V E R Z I T E T U B E O G R A D U

Miodrag B. Jovanović

BRODSKE PREVODNICE

Hidraulički proračuni i ocena efikasnosti



Građevinski fakultet
Beograd, 2025.

Miodrag B. Jovanović
BRODSKE PREVODNICE
Hidraulički proračuni i ocena efikasnosti

Izdavač
Univerzitet u Beogradu
Građevinski fakultet, Beograd, 2025.

Za izdavača
Prof. dr Branislav Bajat, dekan

Recenzenti
Prof. dr Radomir Kapor, Građevinski fakultet u Beogradu
Prof. dr Ljubodrag Savić, Građevinski fakultet u Beogradu
Prof. dr Slobodan Đorđević, Univerzitet u Ekseteru

Knjiga je odobrena za štampu odlukom Nastavno-naučnog veća
Građevinskog fakulteta u Beogradu na sednici od 28.04.2025.

Prelom teksta, crteži i korice
Autor

Štampa
Dedraplast, Beograd

Tiraž
60 primeraka

© 2025 Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
Sva prava zadržava izdavač i autor.

ISBN-978-86-7518-251-1

The secret of success is constancy of purpose
Benjamin Disraeli (1804-1881)

Tajna uspeha je istrajnost ka cilju
Bendžamin Disraeli
engleski državnik (1804-1881)

Predgovor

Ovu knjigu je autor započeo pre mnogo godina u vreme dok je predavao predmete Plovni putevi i pristaništa na Građevinskom fakultetu i Vodni putevi i pristaništa na Saobraćajnom fakultetu Univerziteta u Beogradu. Knjiga je podjednako namenjena kako studentima redovnih i doktorskih studija, tako i hidrotehničkim inženjerima, koji u njoj mogu naći korisne podatke za rešavanje problema u praksi.

Za razumevanje specifičnih proračuna koji prate projektovanje prevodnica, neophodno je poznavanje osnovnih načela mehanike fluida, numeričke hidraulike, teorije verovatnoće i teorije masovnog opsluživanja.

Postoji mnoštvo knjiga, članaka i izvora na internetu posvećenih brodskim prevodnicama. Šta nudi ova knjiga? Ona je fokusirana na algoritme numeričke simulacije hidrauličkog režima koji prati prevođenje brodova. Razlog je što su numerički modeli (u kombinaciji sa fizičkim modelima) moćni alati savremenog projektovanja prevodnica, kao veoma specifičnih i skupih hidrograđevinskih objekata.

Hidraulička osnova u ovoj oblasti počiva na teoriji diferencijalnih jednačina. U prikazu numeričkih metoda za njihovo rešavanje, autor je svesno izostavio prateći matematički sadržaj (teoreme, dokaze stabilnosti, uslove konvergencije, sve ono što se može naći u specijalizovanoj literaturi), već je primenio intuitivan „inženjerski pristup", koji rado koristi shematske prikaze i dijagrame.

Opisi numeričkih modela su praćeni ilustrativnim računskim primerima. Rešenja su dobijena pomoću autorovih originalnih računarskih programa (u jezicima Fortran90/95 i Python), koji se od autora mogu dobiti, na zahtev, bez nadoknade.

Nešto o organizaciji knjige. Sastoji se od deset poglavlja. U prvom, uvodnom poglavlju, ukratko su, pretežno kroz fotografije i crteže, prikazani osnovni elemenati brodskih prevodnica. Dati su izrazi za dimenzionisanje komora i prilaznih kanala.

Drugo poglavlje je posvećeno oceni efikasnosti rada brodskih prevodnica. Razmatrani su: ciklus prevođenja, tranzitno vreme i propusna moć (kapacitet) prevodnica. Prikazana su dva pristupa u proračunu kapaciteta: tradicionalni, deterministički (koji je prikladan niskom intenzitetu vodnog transporta) i savremeni – stohastički (koji je namenjen intezivnom vodnom saobraćaju). Pokazan je i način proračuna godišnjih troškova prevodnice. Razmatranje eksploataciono-ekonomskih pokazatelja je bitno za proveru i eventualnu korekciju tehničkih rešenja koja su doneta u početnoj fazi projektovanja.

Treće poglavlje se bavi isključivo prevodnicama sa čeonim sistemima punjenja koji se primenjuju na malim denivelacijama. Razmotreni su standardni tipovi čeonih sitema (sa otvorima u kapijama, kratkim galerijama i ustavama), kao i odgovarajući tipovi zatvarača (tablasti, segmentni).

Prikaz konstruktivnih elemenata i hidromašinske opreme dat je samo u meri koja je neophodna za hidrauličke proračune. Izvedene su jednačine punjenja i pražnjenja komore. Pokazano je kako se zanemarenjem inercijalnih uticaja i neustaljenosti tečenja u komori, problem može opisati jednom običnom diferencijalnom jednačinom prvog reda. Njeno rešavanje različitim numeričkim postupcima čini srž tzv. „uprošćenog numeričkog modela" prevodnice. Objašnjena su ograničenja takvog modela. Kroz nekoliko računskih primera demonstriran je „ručni" načina poračuna (koji je dugo korišćen u nastavi na Građevinskom fakultetu u Beogradu).

Četvrto poglavlje je posvećeno složenijim modelima čeonih sistema, zasnovanim na rešavanju kompletnih jednačina linijskog (1D) neustaljenog strujanja. Opisane su klasične metode rešavanja parcijalnih diferencijalnih jednačina: metoda karakteristika i metode konačnih razlika (eksplicitna i implicitna). Za svaku od metoda dati su računski primeri sa rešenjima. Prikazane su i mogućnosti višedimenzionih (2D i 3D) numeričkih modela za simulaciju složenog strujanja u komori prevodnice.

Peto poglavlje je posvećeno interakciji broda i strujnog polja. Pokazano je kako se spregom jednačina kretanja vode i jednačina translatornog i rotacionog pomeranja broda, može doći do tačnije procene intenziteta sila koje deluju na brod, a time i sila u pričvrsnim užadima, koje moraju biti u dozvoljenim granicama.

U šestom i sedmom poglavlju se razmatraju prevodnice sa prostim i složenim podeonim hidrauličkim sistemima. Najpre je u šestom poglavlju razmatran uprošćeni model podeonog sistema, nazvan „prost inercijalni model". On objedinjuje koeficijente svih linijskih i lokalnih gubitaka, a uzima u obzir samo vremenski promenljiv gubitak energije na zatvaraču. Namenjen je preliminarnim proračunima gde su od interesa globalni pokazatelji: trajanje prevođenja, maksimalni protok, brzina podizanja nivoa u komori i maksimalni intenzitet sile koja deluje na brod. Ovaj model se može koristiti za ispitivanje inercijalnih efekata, kao i za analizu osetljivosti rešenja na neizvesnosti u ulaznim podacima.

U sedmom poglavlju je opisan „složeni inercijalni model" podeonog sistema koji se sastoji od dve glavne (podužne) galerije i više sekundarnih (poprečnih) galerija. Odgovarajući matematički model čini sistem običnih diferencijalnih jednačina, a odgovarajući numerički model, zasnovan na matričnoj formulaciji problema, podrazumeva rešavanje sistema nelinearnih algebarskih jednačina. Posebna pažnja je posvećena lokalnim gubicima energije, koji su kod podeonih sistema od velikog značaja. Računskim primerima demonstrirani su inercijalni uticiji, koji su veoma izraženi kod ovakvih sistema. Na kraju su dati primeri konfiguracije tzv. „ekviinercijalnih" podeonih sistema. U ovom poglavlju (kao i u prethodnim) dat je prikaz postojećeg softvera, koji je u svetu razvijan za potrebe projektovanja prevodnica.

U osmom poglavlju se razmatra korišćenje bazena za uštedu vode, što je do sada bilo od značaja samo u područjima koja su deficitarna vodom, a sa klimatskim promenama i ekološkim zahtevima, postaje svuda sve više aktuelno.

Deveto poglavlje se bavi nekim hidrauličkim pojavama vezanim za eksploataciju brodskih prevodnica. Razmatrani su postupci proračina linijskih gubitaka energije i vodnog udara u galerijama prevodnica, kao i kavitacije iza zatvarača.

Deseto poglavlje je posvećeno fizičkim modelima prevodnica, kao komplementarnom sredstvu za kalibraciju numeričkih modela i za rešavanju praktičnih problema. Nakon definisanja zakona sličnosti, opisana su standardna merenja, koja obuhvataju: strujno polje u komori i prilaznim kanalima, pomeranja broda i sile koje na njega deluju. Prikaz je ilustrovan sa nekoliko primera iz svetske i naše prakse.

Bibliografijom su obuhvaćeni brojni naši i strani izvori, uključujući i niz relevantnih stranica na internetu.

Na kraju je važno napomenuti da ovom knjigom nisu obuhvaćeni svi hidraulički problemi brodskih prevodnica. Dosta toga je ostavljeno zainteresovanom čitaocu da sam istraži i da, koristeći ovu knjigu kao polaznu osnovu, unapredi svoja znanja iz ove interesantne oblasti.

Autor duguje veliku zahvalnost recenzentima, profesorima Radomiru Kaporu i Ljubodragu Saviću sa Građevinskog fakulteta u Beogradu, kao i profesoru Slobodanu Đorđeviću sa Univerziteta u Ekseteru. Zahvalnost za pažljivo čitanje knjige zaslužuje i Dragutin Pavlović, van. profesor Građevinskog fakulteta u Beogradu. Zahvalnost je unapred upućena i svim čitaocima koji budu slali svoje komentare, predloge i primedbe na adresu: mjovanov@grf.bg.ac.rs, ili mjovanov@eunet.rs.

Beograd, decembar 2024. *Autor*

Sadržaj

Spisak oznaka
Spisak računarskih programa
Spisak računskih primera
Spisak tabela
Spisak slika

1 Opšte o brodskim prevodnicama **1**

1.1 Domen primene prevodnica 1

1.2 Osnovni elementi prevodnica 2

1.2.1 Komore 5

1.2.2 Prilazni kanali 8

1.2.3 Bazeni za uštedu vode 11

1.3 O projektovanju prevodnica 12

2 Efikasnost brodskih prevodnica **15**

2.1 Proces prevođenja 15

2.1.1 Ciklus prevođenja 15

2.1.2 Tranzitno vreme 23

2.2 Kapacitet prevodnice 23

2.2.1 Deterministički pristup 24

2.2.2 Stohastički pristup 28

2.3 Troškovi poslovanja 32

2.3.1 Troškovi poslovanja vlasnika/operatera 32

2.3.2 Troškovi brodarskih kompanija 33

2.3.3 Analiza finansijske efikasnosti 34

3 Uprošćeni modeli čeonih sistema **35**

3.1 Konstruktivne karakteristike čeonih sistema 35

3.1.1 Sistemi sa otvorima u kapijama 35

3.1.2 Sistemi sa kratkim galerijama 39
3.1.3 Sistemi sa ustavama 41
3.2 Zatvarači 42
3.3 Uprošćeni numerički model 45
3.3.1 Osnovne jednačine 46
3.3.2 Rešavanje osnovnih jednačina 52
3.3.3 Sile koje deluju na plovila u komori 62
3.3.4 Računski primeri 69
3.4 Postojeći softver 78
3.5 Uprošćeni analitički model 78

4 Složeni modeli čeonih sistema **81**
4.1 Modeli linijskog neustaljenog strujanja 81
4.1.1 Metoda karakteristika 81
4.1.2 Eksplicitna shema konačnih razlika 93
4.1.3 Implicitna shema konačnih razlika 95
4.1.4 Proračun sile koja deluje na brod 104
4.1.5 Računski primeri 104
4.2 Modeli višedimenzionog neustaljenog strujanja 122
4.2.1 Jednačine ravanskog (2D) strujanja 122
4.2.2 Jednačine prostornog (3D) strujanja 123
4.2.3 Ilustrativni primer 124
4.2.4 Problemi i ograničenja višedimenzionih modela 131

5 Modeli čeonih sistema sa brodom u komori **135**
5.1 Model „savitljivog broda” 135
5.2 Model „krutog” broda 145
5.3 Postojeći softver 152

6 Uprošćeni modeli podeonih sistema **153**

6.1 Konstruktivni elementi podeonih sistema 153

6.1.1 Tipovi podeonih sistema 153

6.1.2 Zatvarači 157

6.2 Uprošćeni inercijalni model 158

6.2.1 Osnovne jednačine 158

6.2.2 Koeficijent protoka sistema 159

6.2.3 Računski algoritam 161

6.2.4 Hidraulička analiza punjenja komore 166

7 Složeni modeli podeonih sistema **173**

7.1 Modeliranje strujanja u galerijama 173

7.1.1 Osnovne jednačine 173

7.1.2 Matrična formulacija problema 179

7.1.3 Linijski i lokalni gubici energije 180

7.1.4 Numeričko rešenje problema 185

7.2 Postojeći softver 195

7.3 Hidrodinamički uravnoteženi sistemi 210

7.4 Čeoni ili podeoni sistem? 214

8 Bazeni za uštedu vode **217**

8.1 Utrošak vode na prevođenje 217

8.2 Primena bazena za uštedu vode 218

9 Posebna hidraulička razmatranja **227**

9.1 Linijski gubici u galerijama 227

9.2 Vodni udar 231

9.2.1 Elementarni proračun 231

9.2.2 Numeričko modeliranje 233

9.3 Kavitacija 238

10 Fizički modeli prevodnica **245**

10.1 Razmere i zakoni sličnosti 245

10.2 Merenja na fizičkim modelima 246

10.3 Primeri fizičkih modela prevodnica 249

10.3.1 Primeri iz svetske prakse 250

10.3.2 Primeri iz naše prakse 254

10.4 Koncept kompozitnog modeliranja 260

Bibliografija 263

Registar pojmova 271

Spisak oznaka

a	koeficijent
a_g	visina kratke galerije (m)
A	konstanta/koeficijent
A	površina poprečnog preseka komore (m^2)
A_c	površina poprečnog preseka merne žice (m^2)
A_g	površina poprečnog preseka galerije (m^2)
A_m	površina poprečnog preseka („vena contracta") mlaza (m^2)
A_o	površina kružnog otvora (m^2)
A_r	promenljiva $A - A_{pl}$ u modelu sa brodom (m^2)
A_z	promenljiva $A + A_{pl}$ u modelu sa brodom (m^2)
A_{kp}	površina poprečnog preseka komore (m^2)
A_{pl}	površina poprečnog preseka uronjenog dela plovila (m^2)
b	koeficijent, širina u dnu trapeznog preseka (m)
b_g	širina kratke galerije (m)
b_r	razmak šipki rešetke na otvoru galerije (m)
B	širina vodenog ogledala (m), konstanta/koeficijent, Benefit (dobit) (din/god, €/god)
B_g	širina glavne (podužne) galerije (m)
B_o	širina isticajnog otvora (m)
B_r	proširenje prilaznog kanala (m)
B_v	širina krila kapije (m)
B_{kp}	širina komore prevodnice (m)
B_{pk}	širina prilaznog kanala (m)
B_{pl}	širina plovila (m)
B_{sg}	širina sekundarne (poprečne) galerije (m)
c	konstanta, brzina prostiranja talasa u komori (m/s)
c_b	brzina prostiranja talasa u komori sa brodom (m/s)
C	Šezijev koeficijent ($m^{1/2}/s$)
Cr	Kurantov broj (–)
C	konstanta/koeficijent, Cost (trošak) (din/god, €/god)
C_a	konstanta kod vodnog udara (m/s)
C_c	konstanta opruge (m/N)
C_p	koeficijent otpora oblika (–)
C_s	koeficijent svih lokalnih otpora (–)
C_u	konstanta/koeficijent
C_{gr}	cena gradnje (din, €)
C_{rs}	cena radne snage/posade (din/h, €/h)
C_{dh}	cena kašnjenja prevoza (din/h, €/h)
C_{uh}	trošak špediterske kompanije (din/h, €/h)
C_A	koeficijent kontrakcije mlaza (–)
C_D	koeficijent otpora (–)
C_F	konstanta vezana za trenje ($1/m^3$)
C_H	koeficijent u izrazu za dozvoljenu silu
C_N	kapacitet prevodnice u pogledu plovila (pl/h, pl/god)

C_T	kapacitet prevodnice u pogledu tereta (t/h, t/god)
C_Q	koeficijent protoka (–)
C_τ	koeficijent tangencijalnog napona (–)
d_n	dubina niše u zidu komore (m)
d_r	prečnik šipke rešetke na otvoru galerije (m)
D	determinanta, prečnik cevi (m), težina broda (t)
D_g	prečnik galerije (m)
D_n	visina niše u dnu komore (m)
D/Dt	operator materijalnog izvoda
e	visina otvora ispod ustave (m)
E	apsolutna kota energije (mnm)
E	modul elastičnosti (Pa)
f	funkcija, raspodela slučajne promenljive, frekvencija (Hz)
f_o	osnovna frekvencija oscilovanja vode u komori (Hz)
F	funkcija, intenzitet sile (kN)
F_p	intenzitet sile otpora oblika (kN)
F_s	intenzitet sile kojom kontura deluje na fluid (kN)
Fr	Frudov broj (–)
g	gravitaciono ubrzanje (m/s^2)
G	intenzitet sile težine (kN)
G_x	komponenta sile težine u pravcu x (kN)
G_{pl}	masa plovila – deplasman (t), nosivost plovila (t)
h	dubina u komori (m)
$\hat{h}$	odstojanje težišta od nivoa vode (m)
h_g	projektovani najveći gaz plovila (m)
h_{go}	početni gaz plovila (m)
H	denivelacija (m)
H_g	visina galerije (m)
H_o	dubina u prilaznom kanalu (m)
H_p	početna denivelacija (m)
H_{gl}	dubina na mestu glave prevodnice (m)
H_{kp}	projektovana (najmanja) dubina u komori (m)
H_{zk}	visina zida komore (m)
i	indeks, kamatna stopa (%)
it	broj iteracije
I	intenzitet inercijalne sile (kN)
I_d	nagib dna komore (–)
I_1, I_2	osrednjeni nagibi linije nivoa (–)
I_e	nagib linije energije (–)
j	indeks
J	Jakobijan matrica
k	indeks, apsolutna rapavost (m), kinetička energija turbulencije (J/kg),
k_r	broj klijenata u redu čekanja
K	modul stišljivosti (kPa)
K	modul protoka (m^2/s)
l	dužina (m)

l_n razmak nosača ispod nivoa donje vode (m),
dužina niše u dnu komore (m)
L dužina galerije (m)
L_c dužina pretpristana (sidrišta) (m)
L_d dužina prelazne deonice prilaznog kanala (m)
L_m dužina fizičkog modela (m)
L_p dužina prototipa (m), dužina potiskivača (m)
L_t dužina broda tegljača (m)
L_u dužina usmeravajuće građevine (m)
L_{kp} dužina komore (m)
L_{pk} dužina prilaznog kanala (m)
L_{pl} dužina plovila (m)
m masa (kg, t), broj jednačina, indeks modela,
broj sekundarnih galerija složenog podeonog sistema,
broj delova na koji se deli pad H_p u proračunu bazena
m koeficijent nagiba kosine (ctg α_s)
M broj kategorija plovila
n Maningov koeficijent rapavosti komore ($m^{-1/3}s$),
koeficijent plovnosti A_{pl}/A_{kp} (–),
broj kanala opsluživanja, broj jednačina
n_b Maningov koeficijent rapavosti brodskog trupa ($m^{-1/3}s$),
broj bazena za uštedu vode, broj plovila po širini komore
n_e Maningov koeficijent ekvivalentne rapavosti ($m^{-1/3}s$)
n_L broj plovila po dužini sastava/komore
n_n broj glavnih nosača kapije
n_o stepen otvorenosti zatvarača
n_p ukupan broj računskih profila
N broj elemenata u nizu, period amortizacije/otplate duga,
broj generisanih slučajnih događaja, parameter Alijevija
N_{pl} prosečan broj plovila u ciklusu prevođenja
O red aproksimacije
O_g okvašeni obim galerije (m)
O_{kp} okvašeni obim komore (m)
O_{pl} okvašeni obim plovila (m)
p pritisak u tački (Pa), zastupljenost (%), indeks prototipa
p_o početni pritisak u galeriji (Pa)
p_{atm} atmosferski pritisak (Pa)
P intenzitet sile hidrostatičkog pritiska (kN), verovatnoća (–)
q jedinični protok vode ($m^3/(sm)$)
Q protok vode (m^3/s)
Q_{mes} robni promet (t/mes)
r nagib tangente u metodi Runge-Kutta
rso relativni stepen otvorenosti zatvarača (–)
Re Rejnoldsov broj (–)
R hidraulički radijus komore (m)
R_g hidraulički radijus galerije (m), poluprečnik krivine galerije (m)
R_k poluprečnik krivine plovnog puta (m)

R_r	hidraulički radijus u modelu sa brodom (m)
R_{min}	minimalni poluprečnik krivine plovnog puta (m)
s	vertikalno pomeranje broda (m)
S	sila na brod (kN)
S^*	bezdimenziona sila na brod (‰)
S_{pod}	podužna komponenta sile na brod (kN)
S_{pop}	poprečna komponenta sile na brod (kN)
S_{dop}	dopuštena sila u pričvrsnim užadima (kN)
t	vreme (s, min)
t_d	interval između nailaska plovila (dan)
t_e	trajanje izlaza miksa plovila iz komore (min)
t_u	trajanje ulaza miksa plovila u komoru (min)
t_r	trajanje čekanja na prevođenje (min)
t_o	vreme opsluživanja plovila (dan)
t_s	vreme boravka u sistemu masovnog opsluživanja (dan)
t_x	vreme mimoilaženja plovila (min)
t_z	trajanje otvaranja zatvarača (s, min)
t_{ug}	ugovorno vreme prevođenja (h)
t_{otv}	trajanje otvaranja kapije (min)
t_{zat}	trajanje zatvaranja kapije (min)
T	vremenski period (s), intenzitet sile trenja (kN)
T_b	intenzitet sile trenja po brodskom trupu (kN)
T_c	trajanje ciklusa prevođenja (min, h)
T_o	osnovna perioda oscilovanja vode u komori (s, min)
T^+	trajanje punjenja komore (min)
T^-	trajanje pražnjenja komore (min)
T_{cr}	trajanje čekanja i mimoilaženja plovila (min)
T_{kp}	pogonsko vreme punjenja/pražnjenja komore (min)
T_{iz}	trajanje izlaska svih plovila iz komore (min)
T_{pr}	trajanje prevođenja u jednom smeru (min)
T_{ul}	trajanje ulaska svih plovila u komoru (min)
T_{nav}	trajanje navigacionog perioda (dani)
T_{tran}	tranzitno vreme (min, h)
T_{AM}	troškovi amortizacije (din/god, €/god)
T_{AN}	troškovi otplate kredita (anuitet) (din/god, €/god)
T_{OD}	troškovi održavanja (din/god, €/god)
T_{OS}	troškovi osiguranja (din/god, €/god)
T_{RS}	troškovi radne snage (din/god, €/god)
T_{SC}	troškovi špediterske kompanije (din/god, €/god)
u, v, w	komponente lokalne brzine toka (m/s)
u', v', w'	komponente fluktuacione brzine (m/s)
V	srednja profilska brzina toka (m/s)
V_k	brzina toka u komori sa brodom (m/s)
V_m	brzina mlaza na mestu „vena contracta” (m/s)
V_z	brzina podizanja nivoa u komori (m/s)
V_o	početna brzina u galeriji (m/s)
W	istisnina broda (m^3)

x, y, z	koordinatni pravci (Dekartove koordinate)
x_T	položaj težišta plovila u pravcu x (m)
X	broj slučajno prispelih plovila
z_d	kota dna komore (mnm)
Z	kota slobodne površine (mnm)
Z_G	kota plafona galerije iza zatvarača (mnm)
Z_M	gornja kota mlaza iza zatvarača (mnm)
Z_{GV}	kota gornje vode (uzvodni prilazni kanal) (mnm)
Z_{DV}	kota donje vode (nizvodni prilazni kanal) (mnm)

Grčki simboli:

α	nagib linije nivoa (–), nagib tangente (–), faktor opterećenja kanala opsluživanja, izvod vertiklanog pomeranja po vremenu (m/s)
α_k	ugao krila kapije (°)
α_r	ugao nagiba rešetke na otvoru galerije (°)
α_s	ugao kosine prilaznog kanala (°)
β	koeficijent kod vodnog udara (m^3/s), ugao između osovina pravolinijskih deonica (°), koeficijent oblika šipki na rešetkama, izvod rotacionog pomeranja po vremenu (rad/s)
δ	koeficijent punoće trupa plovila (–)
Δ	priraštaj (konačna razlika)
Δt	vremenski korak (s)
Δx	prostorni priraštaj u pravcu ose x (m)
Δy	prostorni priraštaj u pravcu ose y (m)
Δz	prostorni priraštaj u pravcu ose z (m)
ΔL	rezervno odstojanje između plovila i kapije komore (m), međusobno odstojanje između plovila (m)
ΔB_{pp}	proširenje plovnog puta u krivini
ℓ	indeks sumiranja
ϵ	zadata mala vrednost, brzina disipacije kinetičke energije turbulencije (W/kg)
ϕ	ugao rotacije broda oko ose x (°)
γ	ugao rotacije broda oko ose y (°)
λ	Darsi-Vajsbahov koeficijent (–), sopstvena vrednost, koeficijent iskorišćenosti miksa plovila (–), parametar Puasonove raspodele
λ_*	računski faktor u metodi karakteristika
μ	dinamički koeficijent viskoznosti ($N\,s/m^2$), prosečni broj opslužnih plovila u jedici vremena,
ν	kinematski koeficijent viskoznosti fluida (m^2/s)
ν_t	koeficijent turbulentne (vrtložne) viskoznosti (m^2/s)
ξ_k	koeficijent lokalnog gubitka na krivini galerije (–)
ξ_r	koeficijent lokalnog gubitka na rešetki (–)
ξ_s	koeficijent svih stalnih linijskih i lokalnih gubitaka (–)
ξ_t	koeficijent linijskog gubitka na trenje (–)
ξ_z	koeficijent lokalnog gubitka na zatvaraču (–)

ξ_{iz} koeficijent lokalnog gubitka na izlasku iz galerije (–)
ξ_{ul} koeficijent lokalnog gubitka na ulazu u galeriju (–)
ξ_{31} koeficijent lokalnog gubitka na T–račvi (prelaz u sekundarnu galeriju) (–)
ξ_{32} koeficijent lokalnog gubitka na T–račvi (u glavnoj galeriji) (–)
ρ gustina vode (kg/m^3), faktor opterećenja sistema opsluživanja
ω centralni ugao (^{o}), faktor (nad/pod)relaksacije (–),
osnos površine preseka sekundarne i glavne galerije (–)
Ω površina komore u osnovi (m^2)
Ω_{pl} okvašena površina trupa plovila (m^2)
Π pijezometarska kota (mnm)
σ standardna devijacija, napon (Pa), kavitacioni broj (–)
σ_i kavitacioni indeks (–)
θ težinski faktor, ugao rotacije oko ose z (^{o})
τ tangencijalni napon (Pa)

Specijalni simboli:

$\mathcal{N}$ vektorska norma
$\forall$ zapremina (m^3)
$\forall_o$ zapremina vode u komori na početku punjenja (m^3)
$\forall_T$ zapremina vode u komori na kraju punjenja (m^3)
$\forall_p$ zapremina vode utrošena na jedno prevođenje (m^3)
$\forall_{pl}$ zapremina plovila (m^3)
$\bar{}$ osrednjavanje po prostoru i vremenu
$*$ rešenje prediktor etape, razmera
$**$ rešenje korektor etape

Spisak računarskih programa

Program	Opis
CSN.f90/95 CSN.py	Čeoni Sistem, Neinercijalni model Proračun hidrauličkog režima u komori čeonog sistema
CSI.f90/95 CSI.py	Čeoni Sistem Inercijalni model Proračun hid. režima u komori čeonog i podeonog sistema
CSIP.f90/95 CSIP.py	Čeoni Sistem, Implicitna Prajsmanova shema Proračun hidrauličkog režima u komori čeonog sistema
DW.f90/95 DW.py	Darcy Weisbach model Proračun Darsi-Vajsbahovog koeficijenta i gubitaka na trenje
EMK.f90/95 EMK.py	Eksplicitna Metoda Karakteristika Proračun hidrauličkog režima u komori čeonog sistema
EMKi.f90/95 EMKi.py	Eksplicitna Metoda Karakteristika integralni domen Proračun hidrauličkog režima u komori i prilaznom kanalu
Mac1.f90/95 Mac1.py	MacCormackova eksplicitna shema konačnih razlika Proračun hidrauličkog režima u komori čeonog sistema
Mac1B.f90/95 Mac1B.py	MacCormackova eksplicitna shema sa Brodom u komori Proračun hidrauličkog režima u komori sa brodom
PSI.f90/95 PSI.py	Podeoni Sistem Inercijalni model Proračun strujanja u galerijama složenog podeonog sistema
VU.f90/95 VU.py	Vodni Udar Proračun vodnog udara u galeriji prevodnice

Važne napomene u vezi sa računarskim programima:

1. Razvijani su isključivo u istraživačke svrhe i nisu kalibrisani, niti dovoljno provereni u praksi.
2. Obuhvataju tipične konfiguracije čeonih i podeoni sistema, ali daju mogućnost izmene i nadgradnje;
3. Autor ne snosi bilo kakvu odgovornost u slučaju korišćenja programa u komercijalne svrhe.

Spisak računskih primera

		Str.
Primer 1.1	Dimenzionisanje komore	7
Primer 2.1	Kapacitet prevodnice – deterministički prisup	25
Primer 2.2	Kapacitet prevodnice – stohastički prisup	30
Primer 2.3	Godišnji troškovi eksploatacije prevodnice	33
Primer 3.1	Glavni nosači tablaste jednokrilne kapije	37
Primer 3.2	Dimenzionisanje gornje glave sa kratkim galerijama	40
Primer 3.3	Čeoni sistem sa galerijama – vrednost koeficijenta protoka	55
Primer 3.4	Punjenje i pražnjenje komore kroz kratke galerije Poboljšana Ojlerova metoda	69
Primer 3.5	Uticaj zakona otvaranja tablastog zatvarača	69
Primer 3.6	Punjenje komore isticanjem ispod kapije Poboljšana Ojlerova metoda	74
Primer 3.7	Hidrogram i zakon spuštanja L–ustave (inverzni problem)	74
Primer 4.1	Neustaljeno tečenje u komori i prilaznom kanalu Metoda karakteristika	104
Primer 4.2	Neustaljeno strujanje u komori sa čeonim punjenjem Metoda karakteristika	107
Primer 4.3	Strujanje u komori nakon naglog zatvaranja zatvarača Eksplicitna shema konačnih razlika (MacCormack)	109
Primer 4.4	Periodičnost strujanja u komori sa čeonim punjenjem Eksplicitna shema konačnih razlika (MacCormack)	110
Primer 4.5	Neustaljeno strujanje u komori sa čeonim punjenjem Implicitna shema konačnih razlika (Preissmann)	117
Primer 4.6	Prostorno strujanje u komori sa čeonim punjenjem Telemac 3D	124
Primer 5.1	Poređenje strujanja u komori sa brodom i bez broda Eksplicitna shema konačnih razlika (MacCormack)	138
Primer 6.1	Inercijalni model podeonih/čeonih sistema Implicitna Ojlerova metoda	163
Primer 6.2	Analiza inercijalnih uticaja Prediktor-korektor metoda konačnih razlika	165
Primer 7.1	Jednačine za podeoni sistem sa 4 sekundarne galerije	177
Primer 7.2	Matrična formulacija sistema sa 4 sekundarne galerije	179

Str.

Primer 7.3 Interpolacija vrednosti koeficijenata lokalnog gubitka na T–račvi 185

Primer 7.4 Elemenati tangentne matrice za sistem od 4 sekundarne galerije 189

Primer 7.5 Neustaljeno strujanje u složenom podeonom sistemu
Implicitna Ojlerova metoda sa postupkom sukscesivne zamene 194

Primer 8.1 Utrošak vode na jedno prevođenje 217

Primer 8.2 Punjenje komore iz bazena za uštedu vode
Poboljšana Ojlerova metoda 223

Primer 9.1 Koeficijent trenja i pad pritiska u galeriji
Iterativno rešavanje formule Colebrook-White 230

Primer 9.2 Veza emprijskih obrazaca za koeficijente trenja 231

Primer 9.3 Promena pritiska pri zatvaranju zatvarača u galeriji 232

Primer 9.4 Proračun vodnog udara u galeriji prevodnice
Metoda karakteristika 237

Primer 9.5 Opasnost od kavitacije u zoni zatvarača 244

Spisak tabela

		Str.
Tabela 1.1	Prevodnice propusne moći do 10 hiljada tona godišnje [61]	6
Tabela 1.2	Dimenzije simetričnih prilaznih kanala po evropskim standardima [61]	9
Tabela 2.1	Klasifikacija nosivnosti i podaci o standardnim plovilima prema [49]	18
Tabela 2.2	Samohodni teretni brodovi [78]	19
Tabela 2.3	Potiskivani sastavi [78]	19
Tabela 2.4	Najčešći tipovi rečnih barži [78]	19
Tabela 2.5	Primer 2.1: karakteristike miksa plovila	26
Tabela 2.6	Primer 2.1: vremena ulaza i izlaza plovila	26
Tabela 2.7	Primer 2.1: saobraćajna neravnomernost	27
Tabela 2.8	Primer 2.3: rezultati proračuna godišnjih troškova	34
Tabela 3.1	Primer 3.1: rezultati proračuna	38
Tabela 3.2	Vrednosti koeficijenta lokalnog gubitka za tablasti zatvarač [56]	43
Tabela 3.3	Primer 3.3: rezultati proračuna koeficijenta protoka	56
Tabela 3.4	Primer 3.4: proračun punjenja komore kroz kratke galerije	70
Tabela 3.5	Primer 3.4: proračun intenziteta podužne sile ($S \equiv S_{pod}$)	70
Tabela 3.6	Primer 3.5: prekidno linearni zakon otvaranja zatvarača	69
Tabela 3.7	Primer 3.5: nelinearni zakon otvaranja zatvarača	69
Tabela 3.8	Primer 3.6: proračun punjenja komore isticanjem ispod ustave	75
Tabela 3.9	Primer 3.6: proračun intenziteta podužne sile ($S \equiv S_{pod}$)	75
Tabela 3.10	Primer 3.7: rezultati proračuna	77
Tabela 4.1	Primer 4.1: vrednosti koeficijenta protoka	104
Tabela 4.2	Primer 4.2: hidrogram punjenja prevodnice	107
Tabela 4.3	Primer 4.6: hidrogram punjenja komore	124
Tabela 5.1	Primer 5.1: relativna greška računske zapremine	142
Tabela 6.1	Vrednosti koeficijenata gubitka energije [97]	160
Tabela 7.1	Primer 7.4: elementi tangentne matrice	191
Tabela 7.2	Definicija matrica u nekim shemama vremenske diskretizacije	192

		Str.
Tabela 8.1	Efikasnost bazena za uštedu vode	223
Tabela 8.2	Primer 8.2: vrednosti koeficijenta protoka sistema	224
Tabela 8.3	Primer 8.2: proračun punjenja prevodnice iz bazena	226
Tabela 9.1	Geometrijski elementi poprečnog preseka galerija	229
Tabela 9.2	Primer 9.1: rezultati proračuna	230
Tabela 9.3	Primer 9.5: kavitacioni broj projektnog rešenja	244
Tabela 9.4	Primer 9.5: kavitacioni broj korigovanog projektnog rešenja	244
Tabela 10.1	Razmere kod Frudove sličnosti	247
Tabela 10.2	Prevodnice sistema DTD ispitane pomoću fizičkih modela [67]	254
Tabela 10.3	Komplementarnost modeliranja	261

Spisak slika

		Str.
Slika 1.1	Elementi prevodnica	2
Slika 1.2	Elementi prevodnice Hoenvart (Hohenwarthe) u Nemačkoj [72]	3
Slika 1.3	Elementi prevodnice Vokerak (Vokerak) u Holandiji [47]	3
Slika 1.4	Objekti hidročvora „Đerdap I" [37]	4
Slika 1.5	Komora u izgradnji i u periodu eksploatacije [48]	5
Slika 1.6	Stepenasti sistem prevodnica kod brane „Tri klisure" u Kini [111]	5
Slika 1.7	Prevodnica Serig (Serrig) u Nemačkoj [39]	6
Slika 1.8	Tipovi kapija: dvokrilna, podižuća, segmentna [39]	8
Slika 1.9	Primeri različitih hidrauličkih sistema [39,61]	9
Slika 1.10	Prevodnica na kanalu Novi Sad – Savino selo (DTD) [39]	9
Slika 1.11	Simetrični prilazni kanal [61]	9
Slika 1.12	Prevodnica u sklopu brane „Đerdap II" [39]	10
Slika 1.13	Primeri usmeravajućih građevina [39, 72]	10
Slika 1.14	Primer bazena za uštedu vode Uelzen u Nemačkoj [72]	11
Slika 2.1	Ciklus prevođenja	16
Slika 2.2	Primeri dunavskih plovila i sastava [39]	20
Slika 2.3	Naša teretna plovila na Dunavu [39,78]	20
Slika 2.4	Strana teretna plovila na Dunavu [105]	20
Slika 2.5	Vremena ulaza plovila u komoru i izlaza iz nje [49]	21
Slika 2.6	Hodograf plovila pri prevođenju	24
Slika 2.7	Broj plovila u komori na prevođenju [49]	26
Slika 2.8	Prevodnica kao kanal sistema masovnog opsluživanja	28
Slika 3.1	Čeoni sistem sa otvorima – klinketama u dvokrilnoj kapiji [61]	36
Slika 3.2	Prevodnica kod brane na Tisi [39, 59]	36
Slika 3.3	Tipvi kapija [39, 72]	37
Slika 3.4	Primer 3.1: raspored horizontalnih nosača tablaste kapije	38
Slika 3.5	Gornja glava komore sa pragom [56, 62]	39
Slika 3.6	Shematski prikaz gornje glave sa kratkim galerijama	39
Slika 3.7	Uticaj izlaznog mlaza iz galerija smeštenih ispod praga [30]	41
Slika 3.8	Gornja glava (sa komorom za umirenje) [56, 62]	41

		Str.
Slika 3.9	Prevodnica Pančevo (DTD) [39, 59]	42
Slika 3.10	Prevodnica Novi Bečej (DTD) [39, 59]	43
Slika 3.11	Tipovi zatvarača: tablasti i segmenti [16, 56, 62]	44
Slika 3.12	Vrednosti koeficijenta gubitka energije na zatvaraču [58]	44
Slika 3.13	Vrednosti koeficijenta lokalnog gubitka na tabl. zatvaraču	45
Slika 3.14	Skica za izvođenje jednačina – punjenje komore	47
Slika 3.15	Skica za izvođenje jednačina – pražnjenje komore	52
Slika 3.16	Čeoni sistem punjenja komore sa kratkim galerijama	54
Slika 3.17	Primer 3.3: zakon otvaranja zatvarača	56
Slika 3.18	Čeoni sistem sa ustavom–kapijom i pragom	57
Slike 3.19–3.21	Grafička interpretacija Ojlerove metode	59
Slika 3.22	Grafička interpretacija metode Runge-Kuta 4	61
Slika 3.23	Uticaj vremena otvaranja zatvarača	62
Slika 3.24	Vezivanje plovila u komori i bitve [39]	63
Slika 3.25	Vezivanje plovila tokom prevođenja i sile zatezanja užadi	63
Slika 3.26	Komponente podužne sile na brod [117]	65
Slika 3.27	Položaj broda koji prati nagib nivoa vode u komori	65
Slika 3.28	Poprečni presek komore sa brodom	66
Slika 3.29	Numeričko određivanje nagiba tangente na hidrogram	67
Slike 3.30–3.31	Primer 3.4: rezultati proračuna	72
Slika 3.32	Primer 3.5: rezultati proračuna	73
Slika 3.33	Primer 3.6: rezultati proračuna	76
Slika 3.34	Primer 3.7: čeoni sistem sa „L” ustavom	74
Slika 3.35	Primer 3.7: rezultat proračuna	77
Slike 4.1–4.5	Metoda karakteristika: računska mreža	84–90
Slika 4.6	Računska oblast: komora i prilazni kanal	93
Slika 4.7	Računska mreža implicitne Prajsmanove sheme 4 tačke	96
Slika 4.8	Talasno čelo u zavisnosti od vrednosti parametra θ	97
Slika 4.9	Primer 4.1: računska oblast	104
Slike 4.10–4.11	Primer 4.1: rezultati proračuna	105–106
Slike 4.12–4.14	Primer 4.2: rezultati proračuna	107–109

		Str.
Slike 4.15–4.16	Primer 4.3: rezultati proračuna	110–111
Slike 4.17–4.21	Primer 4.4: rezultati proračuna	112–116
Slike 4.22–4.26	Primer 4.5: rezultati proračuna	117–121
Slika 4.27	Numerički simulirani vrtlozi [72]	124
Slike 4.28–4.33	Primer 4.6: rezultati proračuna (3D)	125–131
Slika 4.34	Strujno polje u zoni ispusne građevine (RANS i LES)	132
Slika 5.1	Modeli komore sa brodom („savitljiv" i „kruti" brod)	135
Slike 5.2–5.5	Primer 5.1: rezultati proračuna	140–144
Slika 5.6	Šest stepeni slobode pomeranja broda [114]	145
Slika 5.7	Shematski prikaz računskog pomeranja broda	146
Slika 5.8	Skica za objašnjenje sila koje deluju na brod	150
Slika 6.1	Prosti podeoni sistem sa bočnim punjenjem komore [61]	154
Slika 6.2	Prosti podeoni sistem sa punjenjem komore sa dna [61]	154
Slika 6.3	Shematski prikaz složenog podeonog sistema [96]	155
Slika 6.4	Tehnički crtež složenog podeonog sistema [20]	156
Slika 6.5	Segmentne ustave na brani HEPS „Đerdap II" [39]	157
Slika 6.6	Segmentni zatvarač u vertikalnom šahtu [97]	157
Slika 6.7	Shema komore sa prostim podeonim sistemom	159
Slika 6.8	Strujanje u glavnoj galeriji i u zatvaračkom šahtu [96, 97]	161
Slika 6.9	Primer 6.1: rezultati proračuna	164
Slike 6.10–6.12	Primer 6.2: rezultati proračuna	167–169
Slika 7.1	Shematski prikaz polovine podeonog sistema sa oznakama	174
Slika 7.2	Raspored brzine i pritiska u račvama pod 90°	180
Slika 7.3	T-račve i numerička simulacija polja pritiska [26]	182
Slika 7.4	Račve na glavnoj (podužnoj) distributivnoj galeriji	182
Slika 7.5	Linije energije i pritiska na račvanju galerija	183
Slika 7.6	Regresione funkcije koef. gubitaka na račvama galerija	184
Slika 7.7	Grafička interpretacija metoda zamene i Njutn-Rafsona	186
Slika 7.8	Uslovi stabilnosti numeričkih rešenja [17]	192
Slika 7.9	Primer 7.5: konfiguracija podeonog sistema	194

		Str.
Slike 7.10–7.13	Primer 7.5: rezultati proračuna	196–199
Slika 7.14	Softver LOCKSIM: shematizacija računske oblasti [86]	200
Slika 7.15	Softver LOCKSIM: primer složenog podeonog sistema [86]	201
Slika 7.16	Prevodnice na Panamskom kanalu [118]	203
Slike 7.17–7.18	Rezultati proračuna (Telemac3D) [9, 28]	203–204
Slike 7.19–7.23	Komora i bazen za uštedu vode (OpenFOAM) [93]	205–209
Slika 7.24	Shematski prikaz ekviinercijalnih podeonih sistema	211
Slike 7.25-7.26	Ekviinercijalni sistem: Bollène Ecluse (Francuska) [66]	212
Slika 7.27	Faze prolaska kroz prevodnicu „Đerdap I" [39]	213
Slika 8.1	Plovni kanal „Rajna-Majna-Dunav" sa prevodnicama [39]	219
Slika 8.2	Bazeni prevodnice Hilpolštajn (Hilpolstein) (Nemačka) [39]	220
Slika 8.3	Tehnički crtež bazena za uštedu vode [72]	221
Slika 8.4	Snabdevanje komore vodom iz bazena za uštedu vode	218
Slika 8.5	Funkcionisanje dva bočna bazena za uštedu vode	222
Slike 8.6–8.7	Primer 8.2: skica za proračun i rezultati	223–226
Slika 9.1	Mudijev dijagram za određivanje koeficijenta trenja [45]	228
Slika 9.2	Grafička interpretacija metode Njutn-Rafson	229
Slika 9.3	Vodni udar: računska mreža za metodu karakteristika	235
Slika 9.4	Primer 9.4: rezultati proračuna vodnog udara	238
Slika 9.5	Dijagram kritičnog kavitacionog broja [97]	240
Slika 9.6	Skica za proračun kavitacije u zoni zatvarača	241
Slika 10.1	Skica uređaja za merenje pomeranja modela broda [48]	248
Slika 10.2	Skica uređaja za merenje naprezanja užadi [48]	248
Slika 10.3	Fizički modeli usmeravajućih građevina [48]	249
Slika 10.4	Fizički model prevodnice Lanaj IV (Belgija) [72, 108]	251
Slika 10.5	Fizički model prevodnice Ivoz-Ramet (Francuska) [72, 109]	252
Slika 10.6	Fizički model bazena Moaslen (Francuska) [72, 110]	253
Slika 10.7	Glave prevodnica Stajićevo i Sombor (DTD)	255
Slika 10.8	Fizički model Instituta „Jaroslav Černi"	255
Slike 10.9–10.14	Fizički model Građevinskog fakulteta u Beogradu	256–260

Poglavlje 1

Opšte o brodskim prevodnicama

Problematikom brodskih prevodnica se veoma dugo bavi građevinsko i saobraćajno inženjerstvo. Posebno su zastupljena istraživanja u oblasti hidraulike prevodnica, koja su od ključnog značaja za logistiku rečnog saobraćaja. Ovde se isključivo razmatraju prevodnice na *unutrašnjim plovnim putevima* – plovnim rekama i kanalima.

Rezultati istraživanja u oblasti hidraulike provodnica se već decenijama objavljuju u publikacijma, širom sveta [13, 54, 56, 61, 64, 72, 96, 117]. U novije vreme je projektovanje prevodnica sve više usmereno ka rekonstrukciji postojećih prevodnica, čiji kapacitet više ne zadovoljava potrebe robnog prometa. Takvi projekti su praćeni razradom inovativnih konstruktivnih rešenja, unapređenjem hidromehaničke opreme [72] i razvojem softverskih alata. Ipak, u praksi se često ispostavlja da je izgradnja nove prevodnice finansijski i tehnički racionalnije rešenje od rekonstrukcije postojeće (slučaj prevodnice na Tisi kod Novog Bečeja [23]).

1.1 Domen primene prevodnica

Brodske prevodnice omogućavaju plovilima savlađivanje denivelacije (lokalne visinske razlike, ili „pada") na pregrađenim (kanalisanim) rekama i plovnim kanalima. Proces podizanja plovila sa nižeg nivoa („donje vode") na viši nivo („gornje vode") i obratno, naziva se „prevođenje". U tom procesu, nivo vode u komori prevodnice se naizmenično izravnava sa odgovarajućim nivoima gornje i donje vode.

Na plovnim rekama i kanalima, denivelacije obično ne prelaze $4 \div 5$ m. Kaže se tada da su „prevodnice malog pada". Za prevodnice, koje služe za savlađivanje denivelacija reda veličine $10 \div 15$ m, kaže se da su „prevodnice velikog pada", ili „velikog pritiska".

Ako su prevodnice fundirane na slabo nosećem tlu, denivelacija ne bi trebalo da premaši $20 \div 25$ m, a ako su fundirane na steni, $30 \div 35$ m [62]. Ove granične vrednosti su, naravno, uslovne, jer graničnu denivelaciju u svakom konkretnom slučaju diktiraju saobraćajni, konstruktivni i teničko-ekonomski uslovi.

Kod denivelacija većih od tridesetak metara, alternativa prevodnicama mogu biti mehaničke brodske dizalice i strme ravni [39, 62].

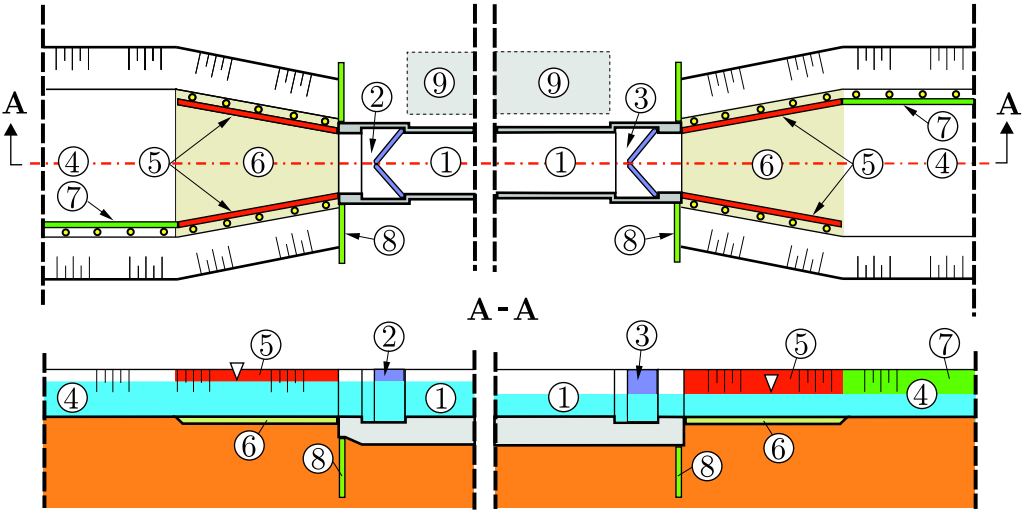
Rešenje može biti i niz kaskadno postavljenih prevodnica, ali samo za ukupnu denivelaciju do 70 m. Smatra se da preko ove granice, izgradnja prevodnica nije racionalna [62].

Treba imati u vidu i to da, pored osnovne namene, prevodnice mogu poslužiti i kao objekti za zaštitu od poplava, jer se kroz njih deo velikih voda može kontrolisano evakuisati dok traje obustava plovidbe.

1.2 Osnovni elementi prevodnica

Čine ih: komora prevodnice sa uzvodnom, gornjom i nizvodnom, donjom glavom; prilazni kanali sa usmeravajućim građevinama i pretpristanima; hidromehanička i elektromehanička oprema i hidraulički sistem za punjenje i pražnjenje.

Pojedini elementi prevodnica su nazančeni na shematskom prikazu prevodnice (Slika 1.1), a njihov izgled u prirodi prikazan je na Slici 1.2.

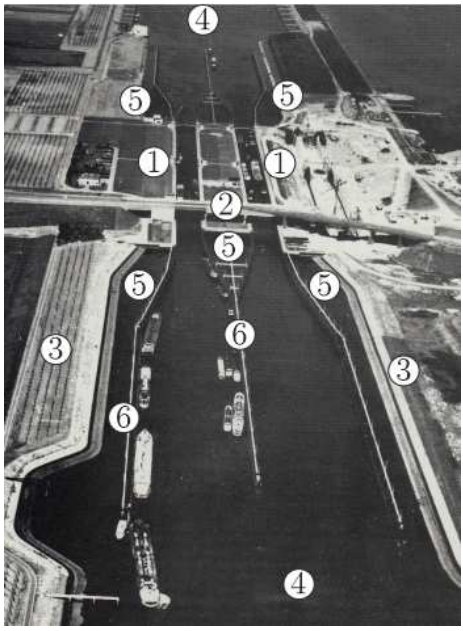


Slika 1.1: *Elementi prevodnica:* 1 – *komora;* 2 – *uzvodna glava komore sa dvokrilnom kapijom;* 3 – *nizvodna glava sa dvokrilnom kapijom;* 4 – *prilazni kanal;* 5 – *usmeravajuća građevina;* 6 – *zaštitna podloga;* 7 – *pretpristan;* 8 – *injekciona zavesa;* 9 – *bazeni za uštedu vode* (*po potrebi*) .

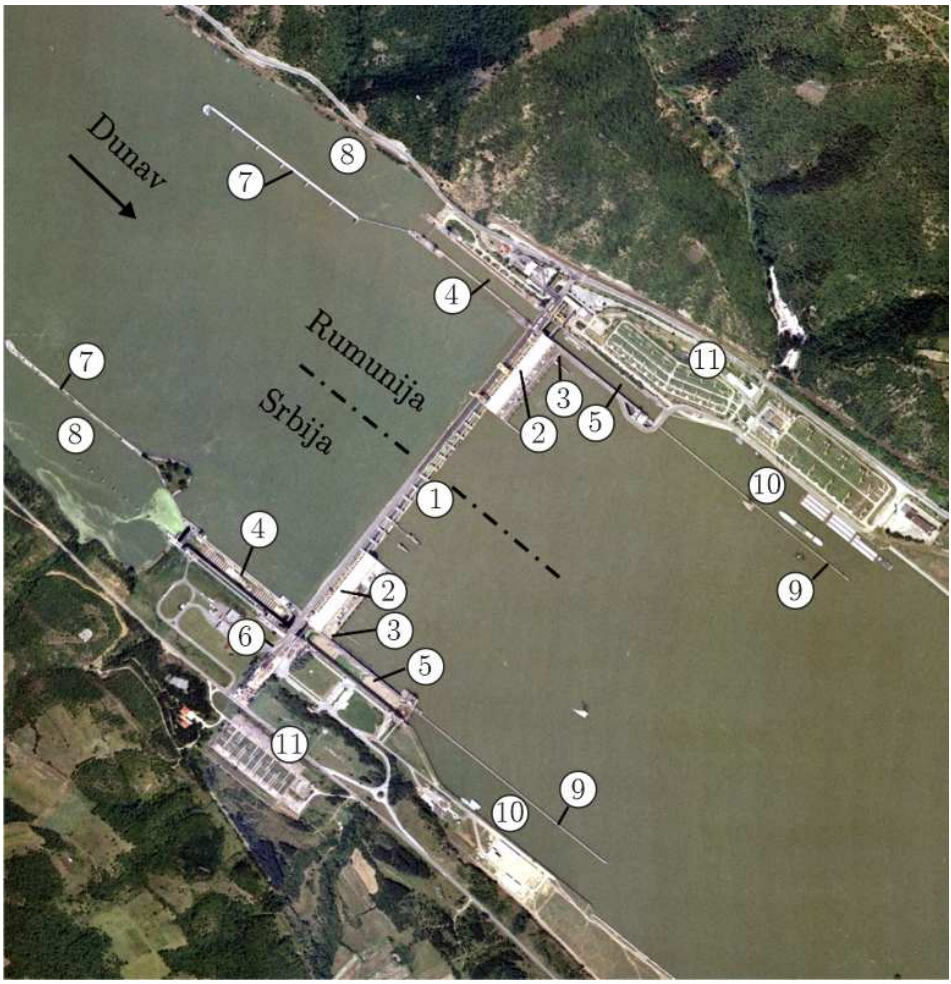
Položaj i karakteristike prevodnica zavise od vrste plovnog puta (more, reka, kanal), kao i od konkretnih topografskih i hidrauličkih uslova. Na Slici 1.3 prikazana je jedna rečno-morska prevodnica, a na Slici 1.4 je dat ortofoto snimak hidročvora „Đerdap I" na Dunavu, sa dvostepenim prevodnicama.



Slika 1.2: *Prevodnica Hoenvart* (*Hohenwarthe*) *u Nemačkoj* [72].



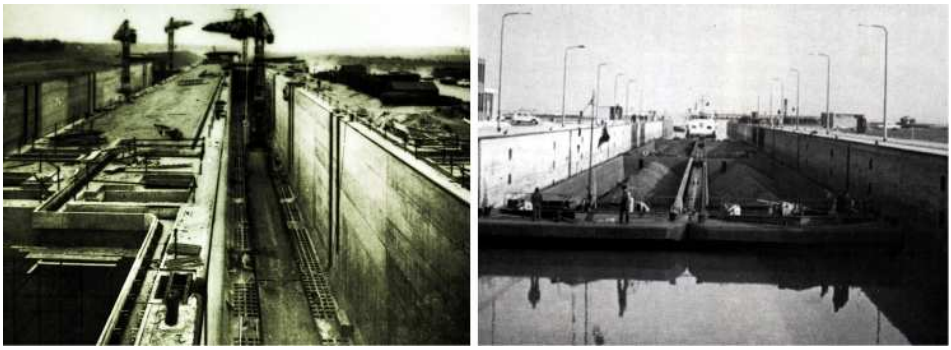
Slika 1.3: *Prevodnica sa dve paralelne komore u sklopu brane Vokerak, u morskom rukavcu Haringvlet kroz koji holandska reka Val* (*Vaal*) *otiče u Severno more;* 1 – *komore;* 2 – *brana i most;* 3 – *nasipi;* 4 – *prilazni kanali;* 5 – *usmeravajuće građevine;* 6 – *pretpristani* [47].



Slika 1.4: *Objekti hidročvora* „Đerdap I": 1 – *brana sa prelivnim poljima;* 2 – *mašinske zgrade hidroelektrana;* 3 – *temeljni ispusti;* 4 – *uzvodne komore brodskih prevodnica;* 5 – *nizvodne komore brodskih prevodnica;* 6 – *nasuta brana na obali, van rečnog korita;* 7 – *uzvodne usmeravajuće građevine sa pretpristanom;* 8 – *uzvodni prilazni kanali za brodove;* 9 – *nizvodne usmeravajuće građevine sa pretpristanom;* 10 – *nizvodni prilazni kanali za brodove;* 11 – *postrojenja za razvod električne energije* [37].

1.2.1 Komore

Komora u kojoj su usidrena plovila tokom prevođenja je ključni element prevodnice. Unutar ovog građevinskog objekta smešteni su razni delovi sistema za dopremu i kontrolisano upuštanje vode u vreme punjenja komore, odnosno za odvod vode u vreme njenog pražnjenja (Slika 1.5).



Slika 1.5: *Komora brodske prevodnice u izgradnji i u periodu eksploatacije* [48].

Prevodnica može imati jednu komoru, ili više njih, postavljenih *paralelno* (Slika 1.2). Kod velikih padova, grade se prevodnice *u nizu*. Broj takvih prevodnica zavisi od pada, sastava tla, eksploatacionih uslova i cene izgradnje. Uobičajeno je da se ukupni pad deli podjednako na svaku prevodnicu u nizu, što omogućava tipsko rešenje komora (sa istim dimenzijama i tipom hidrauličkog sistema, Slika 1.6).



Slika 1.6: *Stepenasti sistem paralelnih prevodnica kod brane „Tri klisure" na reci Jangcekjang u Kini* [111].

Prevodnice sa paralelnim komorama istih dimenzija omogućavaju ravnomerni robni transport u oba smera. Takve prevodnice nastaju i kada se uz komoru postojeće prevodnice izgradi još jedna komora, u cilju povećanja kapaciteta prevođenja.

Na plovnim putevima sa razvijenim sportsko-rekreativnim saobraćajem, preporučuje se gradnja dve paralelne komore različitih dimenzija. Veća komora je namenjena komercijalnom saobraćaju (brodovima velike nosivosti), dok manja komora, dimenzionisana za male brodove i čamce, omogućava veću frekvenciju prevođenja i manji utorošak vode (Slika 1.7).



Slika 1.7: *Prevodnica Serig* (*Serrig*) *na reci Sar* (*Saar*) *u Nemačkoj; levo: mala komora; desno: velika komora* [39].

Dimenzije. Komore se tradicionalno dimenzionišu prema merodavnom samohodnom plovilu ili sastavu, pri čemu tehničko-ekonomski uslovi diktiraju da li će se u plovnom saobraćaju koristiti samohodna plovila ili više plovila povezanih u konvoj.

Na usvajanje konačnih dimenzija komore imaju uticaj i eksploatacioni uslovi – zahtevana propusna moć i optimalno tranzitno vreme (videti naredno poglavlje). Prema evropskim standardima, *najmanje* dimenzije komora date su u zavisnosti od klase plovnog puta (Tabela 1.1).

Tabela 1.1: *Prevodnice propusne moći do* 10 *hiljada plovila godišnje* [61].

Klasa plovnog puta	Dimenzije plovila		Dimenzije komore prevodnice			
	Dužina (m)	Širina (m)	Dubina (m)	Dužina (m)	Širina (m)	Visina praga (m)
I	38,5	5,05	1,8÷2,2	43	6,0	2,8
II	50÷55	6,60	2,5	60	7,5	3,1
III	67÷80	8,20	2,5	90	9,0	3,1
IV	80÷85	9,50	2,5÷2,8	95	10,5	3,5
Va	95÷110	11,40	2,5÷4,5	125	12,5	4,2
Vb	172÷185	11,40	2,5÷4,5	210	12,5	4,7

U holandskoj literaturi se mogu naći sledeće preporuke [49]:

- efektivna dužina komore: 1,10 dužine plovila/sastava;
- širina komore: 1,05 širine plovila/sastava;
- najveća dubina u komori: 1,4÷1,5 najvećeg gaza.

U sovjetskoj literaturi su dati obrasci za najmanje dimenzije komora [56]:

• *Dužina komore*:

$$L_{kp} = \begin{cases} L_p + \sum_{i=1}^{n_L} (L_{pl})_i + 2\Delta L & - \text{potiskivani sastav} \\ \\ L_t + \sum_{i=1}^{n_L} (L_{pl})_i + (n_L + 1)\Delta L & - \text{tegljeni sastav.} \end{cases} \tag{1.1}$$

Oznake: L_{kp} – korisna dužina komore, L_{pl} – dužina merodavnog samohodnog plovila ili merodavnog nesamohodnog plovila u sastavu (barže), L_p – dužina broda-potiskivača, L_t – dužina broda-tegljača, n_L – broj plovila po dužini sastava, ili broj samohodnih brodova po dužini komore.

Rezervno odstojanje između plovila i kapija komore, a kod tegljenih sastava sigurnosni razmak između plovila, dobija se pomoću empirijskog obrasca:

$$\Delta L = 0{,}015\, L_{pl} + 1 \tag{1.2}$$

• *Širina komore:*

$$B_{kp} = (1{,}08 \div 1{,}10) \sum_{i=1}^{n_B} B_{pl} \tag{1.3}$$

gde je B_{kp} – širina komore, B_{pl} – širina merodavnog plovila, a n_B – broj plovila po širini komore.

• *Dubina u komori:*

$$H_{kp} = (1{,}20 \div 1{,}25)\, h_g \tag{1.4}$$

gde je: H_{kp} – početna dubina u komori, h_g – najveći gaz merodavnog plovila.

■ **Primer 1.1.** Odrediti dimenzije komore brodske prevodnice kojom se savlađuje početna denivelacija $H_p = 5$ m, u slučaju da je merodavni sastav:

(a) potiskivani, formiran od dva čeono spojena identična plovila i potiskivača;
(b) tegljeni, formiran od dva identična plovila i tegljača.

Osnovne karakteristike plovila: dužina $L_{pl} = 70$ m, širina $B_{pl} = 12$ m i najveći gaz $h_g = 2{,}2$ m. Dužina broda potiskivača/tegljača je: $L_p = L_t = 15$ m.

Rešenje. Zamenom vrednosti u izraze (1.1)–(1.4) dobija se:

$\Delta L = 0{,}015 \cdot 70 + 1 = 2{,}05$ m, usvojeno 2,50 m:
$L_{kp} = 15 + 2 \cdot 70 + 2 \cdot 2{,}50 = 160$ m (potiskivani sastav);
$L_{kp} = 15 + 2 \cdot 70 + 4 \cdot 2{,}50 = 165$ m (tegljeni sastav);
$B_{kp} = 1{,}08 \cdot 12 = 12{,}96$ m, usvojeno 13 m;
$H_{kp} = 1{,}25 \cdot 2{,}20 = 2{,}75$ m, usvojeno 2,80 m.

Glave prevodnice. Razdvajaju komoru od prilaznih kanala, ili razdvajaju komore u nizu. Mogu biti *uzvodne* (gornje), sa pragom u dnu ili bez njega, *nizvodne* (donje) i *srednje* (kod dvostepenih komora). U glavama prevodnice su smeštene kapije (raznih tipova) čijim se otvaranjem ili zatvaranjem omogućuje ulazak plovila u komoru ili izlazak iz nje (Slika 1.8).



Slika 1.8: *Tipovi kapija; sleva udesno: dvokrilna tablasta kapija* [16], *podižuća ustava* [39], *dvokrilna segmentna kapija* [39].

Vrsta kapije, kao i konstruktivno rešenje glave prevodnice, uslovljeni su hidrauličkim sistemom za punjenje i pražnjenje komore. U zavisnosti od veličine denivelacije koju prevodnicom treba savladati, primenjuju se *čeoni* ili *podeoni* sistemi. Prvi se koriste za male denivelacije (6÷7 m), a drugi, za veće denivelacije.

Konstruktivni detalji komora sa različitim sistemima punjenja prikazani su na Slici 1.9. Većina prevodnica u sistemu Dunav-Tisa-Dunav (DTD) koriste čeone sisteme punjenja (Slika 1.10).

1.2.2 Prilazni kanali

Prilazni kanali su sastavni deo sistema za prevođenje plovila i nalaze se neposredno uzvodno i nizvodno od prevodnice. Služe za obezbeđenje bezbednog pristupa brodova prevodnici, sa prelaskom iz širokog trapeznog poprečnog preseka kanala u uski pravougaoni presek komore prevodnice.

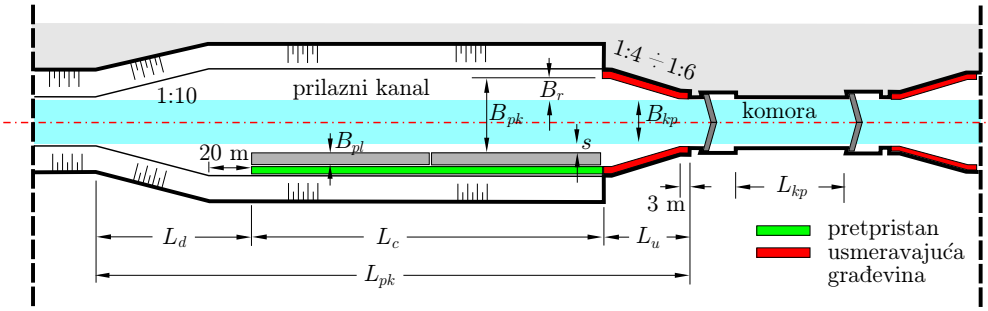
Dispozicija i dimenzije prilaznog kanala zavise od niza faktora: komore prevodnice, intenziteta i karaktera vodnog saobraćaja (jednosmeran/dvosmeran), kao i povezivanja prevodnice sa plovnim putem (kanal, rečni hidročvor i sl.). Na Slici 1.11 i u Tabeli 1.2 date su, prema evropskim standardima, dimenzije *simetričnog* prilaznog kanala koji je tipičan za ujednačen *dvosmerni* robni promet.



Slika 1.9: *Primeri komora sa različitim hidrauličkim sistemima; sleva udesno: kapija sa otvorima pri dnu kroz koje se voda upušta u komoru* [16]; *ustava čije pomeranje* (*ili rotiranje*) *omogućava dotok u komoru; podeoni sistem sa galerijama i otvorima na dnu komore kroz koje se ova puni i prazni* [39, 61].



Slika 1.10: *Prevodnica na kanalu Novi Sad – Savino selo, u okviru sistema* DTD*; sleva udesno: uzvodna glava komore sa spuštajućom tablastom ustavom i nizvodna glava sa otvorenom i zatvorenom dvokrilnom kapijom* [39].



Slika 1.11: *Simetrični prilazni kanal sa sidrenjem na jednoj strani* (*prema* [61]) .

Tabela 1.2: *Dimenzije simetričnih prilaznih kanala po evropskim standardima* [61].

Klasa plovnog puta	I	II	III	IV	Va	Vb
B_{pl} (m)	5,1	6,6	8,2	9,5	11,4	11,4
B_{kp} (m)	6,0	7,5	9,0	10,5	12,5	12,5
s (m)	3,0	3,5	4,5	5,0	6,0	7,0
B_r (m)	5,0	6,0	7,5	8,5	10,5	11,5

Dispozicije *asimetričnih* prilaznih kanala, koji su pogodni kada postoji privilegovan smer robnog prometa, mogu se videti u literaturi [62].

• *Pretpristan.* Deo (ili delovi) obale prilaznih kanala – „*pretpristani*" služe kao sidrišta za plovila koja čekaju na prevođenje dok je prevodnica zauzeta. Pretpristani su opremljeni bitvama za vezivanje plovila, uređajima za signalizaciju i zaštitu od požara (Slika 1.12). Na ovom delu prilaznog kanala, voda treba da bude potpuno mirna, ili sa brzinom ispod 0,2 m/s.

Dužina pretpristana (sidrišta) L_c zavisi od dužine komore: (a) kod kratkih komora, ova dužina je jednaka bar dve dužine merodavnog plovila; (b) kod dugačkih komora, jednaka je dužini dva merodavna sastava [62].



Slika 1.12: *Prevodnica u sklopu brane „Đerdap* II*"* (*pad* 12,5 m) *omogućava jednovremeno prevođenje* 10 *plovila sa gazom do* 5 m*, ukupne nosivosti do* 14000 t*; sleva udesno: komora dimenzija* 340 m × 34 m*; ulaz u komoru sa signalnim tornjem i uređajima; aparat za gašenje požara crvene boje* [39].



Slika 1.13: *Primeri usmeravajućih građevina; sleva udesno: prevodnica u sklopu brane na Tisi* [39]*; prevodnica na plovnom kanalu Rajna-Majna-Dunav* [39]*; prevodnica na projektovanom kanalu Sena Severna Evropa* (*Canal Seine Nord Europe*) [72].

• *Usmeravajuće građevine.* Ove građevine (Slika 1.13) najčešće se formiraju pobijanjem betonskih ili čeličnih šipova na koje se montiraju odbojnici od drvenih talpi. Dužina ovih građevina, koje (kao što ime kaže), „usmeravaju" plovila ka suženom profilu komore, u istočnoevropskoj literaturi se vezuje za dužinu merodavnog plovila: $L_u > 0{,}75\, L_{pl}$ [62]. Međutim, optimalne dimenzije i dispozicija određuju se pomoću softvera za simulaciju plovidbe, ili ispitivanjem na fizičkom modelu.

• *Prelazne deonice.* Služe da olakšaju manevar plovila ka pretpristanu. Dužina ovih karakterističnih deonica prilaznog kanala L_d određuje se na osnovu njegove širine B_{pk} i preporučenog nagiba linije proširenja 1:10 (Slika 1.11).

• *Dubina prilaznog kanala.* Zavisi od toga da li je prilazni kanal sastavni deo plovnog kanala, ili se nalazi u sklopu hidročvora na plovnoj reci. U prvom slučaju, najmanja dubina prilaznog kanala jednaka je dubini na pragu prevodnice, odnosno najmanjoj dubini u plovnom kanalu.

U drugom slučaju, dubina uzvodnog prilaznog kanala je uslovljena zagarantovanim usporom u profilu brane, a dubina nizvodog prilaznog kanala je određena dubinom „donje vode", uz dodatnu rezervu od 0,6 m zbog mogućnosti pojave talasa [62].

• *Krivine.* Ponekad se ne može izbeći lociranje prevodnice u krivini plovnog puta. Tada dispozicija i dimenzije prilaznih kanala zavise od propisa koji važe za krivine plovnih puteva. Za plovne puteve sa dvosmernim saobraćajem u kojima brzina toka ne prelazi oko 0,5 m/s, najmanji poluprečnik krivine koji zadovljava plovidbene uslove (korekciju kursa, održanje brzine bez smanjenja, vidljivost) iznosi [61]:

$$R_{min} = 4\,L_{pl}, \tag{1.5}$$

gde je L_{pl} – dužina merodavnog plovila/sastava.

Treba imati u vidu i potrebno najmanje proširenje plovnog puta u krivini (duž njene konveksne obale), koje prema evropskim standardima iznosi [61, 73]:

$$\Delta B_{pp} = \begin{cases} 0{,}75\,L_{pl}^2/R_k & \text{za} \quad \beta > 30^o \\ 0{,}74\,(L_{pl}^2/R_k)\,(\beta/30) & \text{za} \quad \beta \leq 30^o \\ 0 & \text{za} \quad \beta < 20^o \quad (R_k > 10\,L_{pl}) \end{cases} \tag{1.6}$$

gde je: β – ugao između osovina pravolinijskih deonica plovnog puta uzvodno i nizvodno od date krivine, a $R_k > R_{min}$ – poluprečnik krivine plovnog puta.

1.2.3 Bazeni za uštedu vode

Ovi objekti se grade po potrebi, tamo gde je otežano snabdevanje prevodnica vodom, pa je neophodno uvesti neko sredstvo za uštedu vode (Slika 1.14).



Slika 1.14: *Primer bazena za uštedu vode* (*prevodnica Uelzen* I *na plovnom putu reka Elba – Kanal Seiten, Nemačka*) [72].

Ova situacija se tipično javlja kod prevodnica na međi između slivova, gde zbog specifičnih hidrografskih uslova, vlada nestašica vode u količini koja je neophodna za normalno funkcionisanje plovnog puta.

1.3 O projektovanju prevodnica

Na kraju uvodnog dela, uputno je nešto reći i o projektovanju brodskih prevodnica, iako ono nije direktno predmet razmatranja u ovoj knjizi, već su to računske metode koje pomažu u projektovanju.

Projektni ciljevi. Mogu se sumirati u nekoliko tačaka:

– obezbeđenje pouzdanosti rada objekta;
– skraćenje vremena prevođenja;
– kontrola hidrauličkog režima u toku prevođenja;
– obezbeđenje stabilnosti plovila u toku prevođenja;
– redukcija intenziteta sila u pričvrsnim užadima;
– smanjenje utroška vode pomoću bazena za uštedu vode;
– smanjenje utroška energije;
– optimizacija troškova na nivou radnog veka objekta;
– sprečavanje nepovoljnih uticaja po životnu sredinu.

Projektni principi.

1. *Razmatranje mogućih rizika.* Umesto klasičnog determinističkog pristupa (ili uz njega) treba koristiti stohastički pristup projektovanju, koji uzima u obzir razne vrste rizika (hidrološki, hidraulički, geološki, seizmički, ekonomski, ekološki, socijalno-politički i dr.). (Ovo se generalno odnosi na sve hidrotehničke objekte, prevodnice nisu izuzetak.)

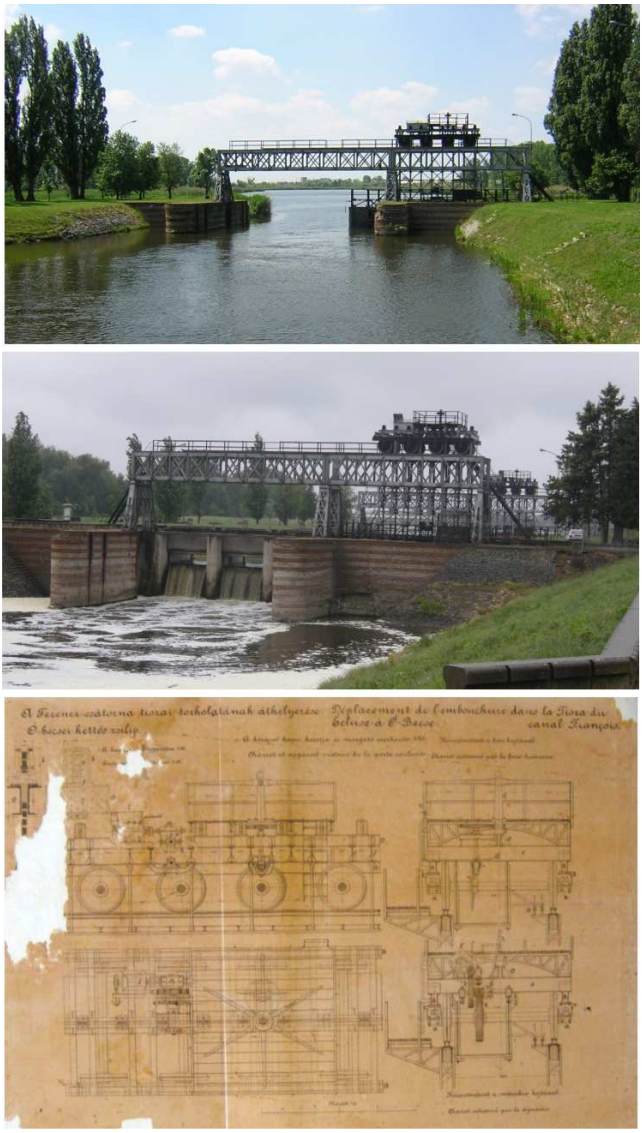
2. *Kombinovano korišćenje numeričkih i fizičkih modela.* U predkompjuterskoj eri korišćeni su isključivo fizički modeli, a danas postoji sklonost ka napuštanju skupih fizičkih modela i njihovoj zameni jeftinijim numeričkim modelima. Ispravan pristup je primena koncepta „kompozitnog" ili „hibridnog" modeliranja [72], koji objedinjuje prednosti jednog i drugog vida modeliranja, a smanjuje uticaj njihovih pojedinačnih nedostataka.

3. *Optimizacija troškova na nivou radnog veka objekta.* Ovaj pristup, koji (pored investicija i tekućeg održavanja), obuhvata dugoročne troškove eksploatacije, treba da zameni nekadašnje ekonomsko vrednovanje zasnovano isključivo na najnižoj ceni izgradnje objekta.

Sadržaj dokumentacije. Tipičan projekat brodske prevodnice treba da sadrži:

(1) Analizu robnog prometa i neophodnog kapaciteta prevodnice.
(2) Dispoziciju i dimenzije prevodnice i pratećih objekata.
(3) Građevinsko konstruktivno rešenje prevodnice.
(4) Rešenje hidrotehničkog sistema, uključujući prateću elektro-mašinsku opremu.
(5) Proračune punjenja/pražnjena komore, sa proverom sila u pričvrsnim užadima.
(6) Specifikaciju metode i organizacije građenja, sa neophodnim resursima.
(7) Specifikaciju troškova u radnom veku prevodnice.
(8) Specifikaciju pomoćnih sistema (signalizacije, protivpožarne zaštite i dr.).

Porazumeva se da je navedeni sadržaj dokumentovan odgovarajućim grafičkim prilozima, kao i izveštajima posebnih tematskih studija (terenski istražni radovi, geodetsko obeležavanje, merenja na fizičkom modelu, kalibracija numeričkog modela, analize flote i robnog prometa itd.).



Iz fotoalbuma [39]: *Stara dvostepena prevodnica na kanalu* DTD *kod Bečeja, projektovana u Ajfelovom birou (Gustave Eiffel,* 1832–1923*) i završena* 1896. (*zajedno sa malom hidroelektranom na ušću kanala u Tisu*), *predstavljala je unikatni hidrotehnički objekat u svoje vreme; gore: uzvodna šiber kapija pokretana kolicima na elktrični pogon; u sredni: kapija između komora; dole: originalni crtež iz dokumentacije na francuskom jeziku; od* 1975. *godine, prevodnica je van upotrebe i zaštićena je kao spomenik kulture, zajedno sa obližnjim muzejem u kome se čuvaju originalni mašinski delovi prevodnice i elektrane.*

Poglavlje 2

Efikasnost brodskih prevodnica

Dimenzionisanje brodskih prevodnica je zasnovano na robnom prometu. Zbog male učestalosti prevođenja, sporog rečnog saobraćaja i dužine vremena utovara/istovara, trajanje prevođenja je kod nas bilo od sekundarnog značaja. Međutim, sa porastom robnog prometa na unutrašnjim plovnim putevima, kapacitet brodskih prevodnica postaje važan faktor u upravljanju rečnim transportom. Efikasnost prevođenja plovila je danas od presudne važnosti kako za projektovanje novih, tako i za rekonstrukciju postojećih prevodnica.

U prošlosti, osnovni problem je predstavljao nedostatak pouzdane metode za procenu potrebnog kapaciteta (propusne moći) prevodnice. Često su projektna rešenja bila iskustveno zasnovana, ili su tražena u „preslikavanju" postojećih prevodnica. Savremena tehnologija je značajno unapredila i ovu oblast saobraćajnog inženjerstva. Danas se široko koriste simulacione metode za proveru raznih scenarija robnog prometa. Uvedene su metode daljinske (satelitske) detekcije i razvijeni rečni informacioni sistemi za praćenje plovila na unutrašnjim plovnim putevima. Sa razvojem novih računskih alata, određivanje propusne moći prevodnica postalo je mnogo pouzdanije.

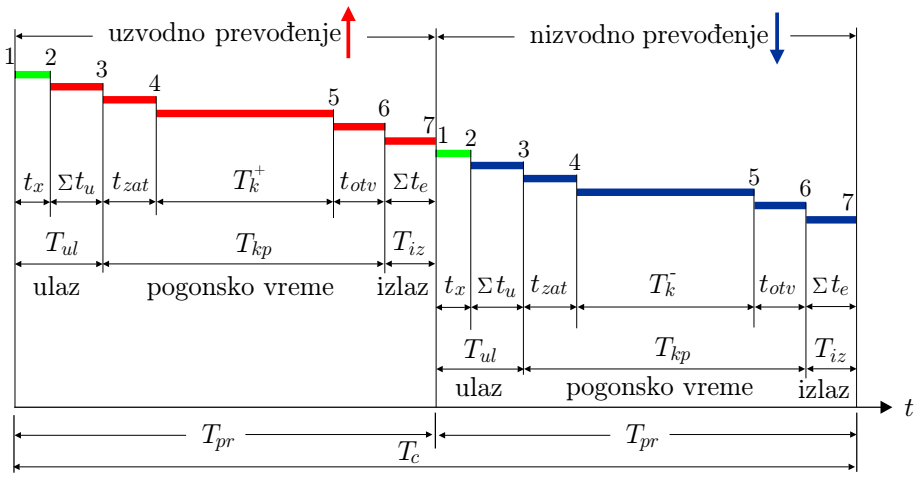
2.1 Proces prevođenja

Već je rečeno da se najmanje dimenzije komore određuju na osnovu dimenzija merodavnog plovila/sastava. Proračunom dva bitna indikatora efikasnosti – *kapaciteta prevodnice* i *tranzitnog vremena*, moguće je proveriti da li su dimenzije komore prihvatljive, ili se moraju povećati. Da bi se sračunali navedeni indikatori efikasnosti, mora se poći od razmatranja *ciklusa prevođenja* i njegovih pojedinih etapa.

2.1.1 Ciklus prevođenja

Treba razlikovati prevodnice za jednosmerno i dvosmerno prevođenje. Prve, koje imaju bar dve paralelne komore, kod nas predstavljaju izuzetak. Ovde će se razmatrati plovni putevi sa *dvosmernim* saobraćajem, kod kojih postoji mogućnost

čekanja plovila na prevođenje. U tom slučaju se „*ciklus prevođenja*", shematski prikazan na Slici 2.1, sastoji od dve etape: uzvodnog i nizvodnog prevođenja plovila/sastava.



Slika 2.1: *Ciklus prevođenja plovila/sastava* [49]: 1 – *početak vremena potrebnog da se poslednje plovilo, nakon prevođenja, dovoljno udalji od komore;* 2 – *završetak udaljavanja svih plovila, kao i početak ulaska prvog plovila u komoru;* 3 – *završetak ulaska u komoru svih plovila i početak zatvaranja kapije;* 4 – *završetak zatvaranja kapije i početak punjenja/pražnjenja komore;* 5 – *kraj punjenja/pražnjenja komore i početak otvaranja kapije;* 6 – *završetak otvaranja kapije i početak izlaska plovila iz komore;* 7 – *završetak izlaska poslednjeg plovila iz komore.*

Vremenski intervali (trajanja) : t_x – *izmene;* $T_{ul} = t_x + \sum t_u$ – *ulaza svih plovila u komoru;* t_{zat} – *zatvaranja kapije;* T_k^+ – *punjenja komore;* T_k^- – *pražnjenja komore;* t_{otv} – *otvaranja kapije;* $T_{iz} = \sum t_e$ – *izlaza svih plovila iz komore.*

Ako je trajanje obe etape prevođenja T_{pr}, trajanje ciklusa T_c biće:

$$T_c = T_{pr}(\mathrm{uzvodno}) + T_{pr}(\mathrm{nizvodno}). \tag{2.1}$$

Vreme poluciklusa T_{pr} sastoji se od vremena ulaska plovila u prevodnicu T_{ul}, pogonskog vremena punjenja/pražnjenja komore T_{kp} i vremena izlaska plovila iz prevodnice T_{iz}:

$$T_{pr} = T_{ul} + T_{kp} + T_{iz}. \tag{2.2}$$

Pogonsko vreme punjenja/pražnjenja komore T_{kp} obuhvata vremena zatvaranja i otvaranja kapije (t_{zat} i t_{otv}), kao i vremena punjenja komore (T_k^+), odnosno pražnjenja komore (T_k^-).

Kao što je prikazano na Slici 2.1, vreme ulaza T_{ul} se sastoji od „vremena izmene" t_x i ukupnog vremena ulaza *svih* plovila koja staju u komoru:

$$T_{ul} = t_x + \sum t_u. \tag{2.3}$$

Vreme izmene t_x predstavlja vreme potrebno za mimoilaženje plovila koja su napustila komoru (i odmakla dovoljno daleko) i plovila koja su napustila pretpristan i pristupaju komori. Ovo vreme zavisi od udaljenosti komore od pretpristana i dozvoljene brzine plovila.

Vreme izlza T_{iz} jednako je ukupnom vremenu izlaza *svih* plovila iz komore:

$$T_{iz} = \sum t_e. \tag{2.4}$$

Uočiti da se prevođenje uzvodno i prevođenje nizvodno završavaju sa izlaskom plovila iz komore i da svako od tih prevođenja sadrži jedno vreme izmene t_x.

U daljoj analizi, neophodno je odrediti *prosečne vrednosti*: (a) nosivosti plovila u jednom prevođenju i (b) trajanja prevođenja. Za određivanje kapaciteta prevodnice i tranzitnog vremena plovila potrebno je da se utvrde: prosečna nosivost plovila u jednom prevođenju i prosečno trajanje prevođenja.

Kombinacija plovila. Za analizu efikasnosti brodskih prevodnica od primarnog značaja su teretna plovila, pre svega samohodna plovila i potiskivani sastavi.

Udeo tegljenih sastava je sve manji i prema evropskim podacima je uglavnom ispod 5% [49]. Veoma je mali i udeo rekreacionih plovila, za koje se, radi veće učestalosti prolazaka i uštede vode na prevođenju, grade posebne komore manjih dimenzija.

Za analizu kapaciteta brodskih prevodnica potrebno je definisati kombinaciju (tzv. „*miks*") plovila. U Evropi se klasifikacija plovila vremenom menjala, pa iz ranijih perioda (i raznih izvora) potiču različite klasifikacije.

Na zapadnoevropskoj mreži unutrašnjih plovnih puteva nekadašnjom klasifikacijom teretnih plovila po nosivosti[1] predviđeno je osam klasa (Tabela 2.1), pri čemu „nosivost" predstavlja masu tereta (u tonama) koju brod može da nosi pri maksimalnom projektovanom gazu.

[1] Za definisanje *mase* broda (sa teretom) u brodarskom inženjerstvu se koristi termin „deplasman" (u prevodu „istisnina"). Iz Arhimedovog zakona poizilazi da je zapremina istisnute vode jednaka zapremini broda, a masa istisnute vode, masi broda sa teretnom (masa 1 m^3 vode iznosi 1 t). U praksi se često deplasman poistovećuje sa nosivošću, iako je „nosivost" zapravo masa samo tereta. Nosivost je jednaka razlici deplasmana i sopstvene mase broda (engl. „Deadweight" DWT).

Tabela 2.1: *Klasifikacija nosivosti i podaci o standardnim plovilima prema* [49].

		Standardna teretna plovila			
Kategorija	Nosivost (t)	Nosivost (t)	Dužina (m)	Sirina (m)	Gaz (m)
0	50 ÷199	125	25	4,6	1,6
1	200 ÷449	325	39	5,1	2,3
2	450 ÷749	550	50	6,6	2,5
3	750 ÷1149	925	67	8,2	2,5
4	1150÷1549	1350	80	9,5	2,6
5	1550÷2549	2000	95	11,5	2,7
6	2550÷4999	4100	175	11,4	3,0
7	> 5000	8800	185	22,8	3,2

Klasifikacija ECE (Ekonomska komisija UN za Evropu) razdvaja samohodna teretna plovila i potiskivane sastave i daje njihove karakteristike u zavisnosti od klase plovnog puta (Tabele 2.2 i 2.3).

Dimenzije i nosivosti standardnih barži tipa „Evropa" date su u Tabeli 2.4. Većina barži koje se kreću Dunavom ima gaz do 2,5 m i sopstvenu masu od oko 330 t. Na deonicama klase VIc, za uzvodnu plovidbu koriste se sklopovi 2×3, a za nizvodnu, 3×2. Primeri dunavskih teretnih plovila prikazani su na Slikama 2.2, 2.3 i 2.4.

Uvidom u registar plovnih objekata na datom plovnom putu, kao i evidentiranjem prolaska brodova kroz brodske prevodnice u dužem vremenskom periodu, potrebno je ustanoviti procentualnu zastupljenost nosivosti prema datim kategorijama. Prosečna nosivost miksa plovila $\bar{G}_{pl}$, koja je merodavna za analizu eksploatacije prevodnice, dobija se ponderisanjem pojedinačanih nosivosti:

$$\bar{G}_{pl} = p_1\, G_{pl1} + p_2\, G_{pl2} + \ldots = \sum p_j\, G_{plj} \quad (j = 1, 2, \ldots) \tag{2.5}$$

gde je G_{pl} – nosivost/deplasman standardnog plovila određene kategorije, a p – procentualna zastupljenost tog plovila u odnosu na plovila svih kategorija.

U analizi nosivosti javlja se i pitanje *iskorišćenosti plovila u saobraćaju*[2]. Pri tome se razlikuje iskorišćenost pojedinačnog plovila i iskorišćenost grupe (miksa) plovila. U prvom slučaju radi se o odnosu mase tereta koju trenutno nosi plovilo i njegove pune, maksimalne nosivosti.

Često je saobraćajna iskorišćenost plovila uslovljena sezonski – niskim plovnim nivoima, kada je plovidba moguća samo sa smanjenim gazom. Može se pretpostaviti da je sezonska iskorišćenost pojedinačnog plovila približno 85% [49].

Saobraćajna iskorišćenost ima veze i sa *smerom kretanja roba*, odnosno neravnomernoću robnog prometa, što će se objasniti u nastavku.

[2]Ovu iskorišćenost ne treba brkati sa efektivnom iskorišćenošću plovila u odnosu na njegove nominalne dimenzije, Na primer, kod barži je zapremina tereta manja od zapremine kvadra određenog dimenzijama barže ($\forall_{pl} = L_{pl}\, B_{pl}\, h_g$). Zapremina plovila za prihvat tereta je približno jednaka: $\delta\, \forall_{pl}$, gde je $\delta = 0,7 \div 0,9$ – parametar koji se zove „koeficijent punoće trupa" plovila.

Tabela 2.2: *Samohodni teretni brodovi* [78].

Klasa pl. puta	Maks. duzina L_{pl} (m)	Maks. širina B_{pl} (m)	Gaz h_g (m)	Nosivost G_{pl} (t)	Min. visina ispod mostova (m)
IV	80÷86	9,5	2,5	1000÷1500	5,26/7,00
Va	95÷110	11,4	2,5÷2,8	1500÷3000	5,25/7,00/9,10
Vb	95÷110	11,4	2,5÷2,8	1500÷3000	5,25/7,00/9,10
VIa	95÷110	11,4	2,5÷2,8	1500÷3000	7,00/9,10
VIb	140	15,0	3,9	1500÷3000	7,00/9,10
VIc	140	15,0	3,9	1500÷3000	9,10
VII	140	15,0	3,9	1500÷3000	9,10

Napomena: minimalne visine ispod mostova 5,25/7,00/9,10 m uslovljene su visinom naslaganih kontejnera (2, 3 i 4 po visini).

Tabela 2.3: *Potiskivani sastavi* [78].

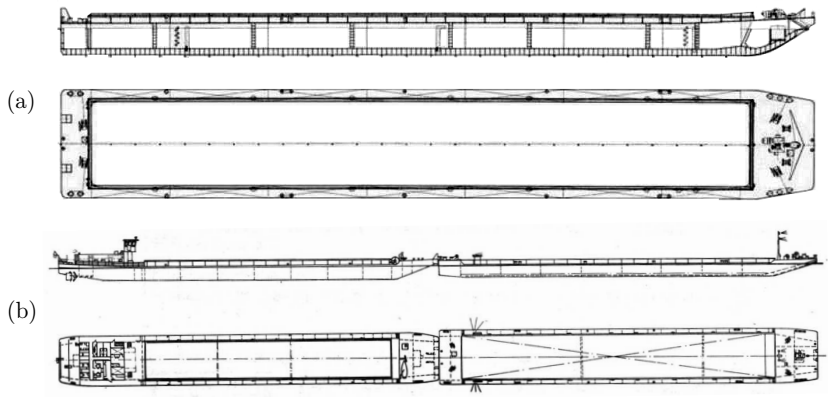
Klasa pl. puta	Konfiguracija sastava (sklop)	Oznaka	Dužina (m)	Širina (m)	Gaz (m)	Nosivost (t)
IV		1×1	85	9,5	2,5÷2,8	1250÷1450
Va		1×1	96÷110	11,4	2,5÷4,5	1600÷3000
Vb		2×1	172÷185	11,4	2,5÷4,5	3200÷6000
VIa		1×2	95÷110	22,8	2,5÷4,5	3200÷6000
VIb		2×2	185÷195	22,8	2,5÷4,5	6400÷12000
VIc		3×2	270÷280	22,8	2,5÷4,5	9600÷18000
		2×3	195÷200	33,0÷34,2	2,5÷4,5	9600÷18000
VII		3×3	275÷285	33,0÷34,2	2,5÷4,5	14500÷27000

Napomena: minimalne visine ispod mostova su iste kao kod samohodnih plovila

Tabela 2.4: *Najčešći tipovi rečnih barži* [78].

Tip barže	Dimenzije $L_{pl} \times B_{pl}$	Nosivost zavisno od gaza				Sliv reke Plovni put
		2,0 m	2,5 m	2,8 m	4,0 m	
Evropa I	70,0 m × 9,5 m	940 t	1240 t	–	–	Rajna
Evropa II	76,5 m×11,4 m	1250 t	1660 t	1850 t	–	Rajna, Dunav
Evropa IIa/b	76,5 m×11,4 m	1140 t	1530 t	1800 t	2800 t	Rajna
Dunavska	76,5 m×11,0 m	1100 t	1500 t	–	–	Dunav

Napomena: širina 11,4 m se u praksi često vodi kao 11,45 m.



Slika 2.2: *Primeri dunavskih plovila:* (a) *barža za generalne terete nosivosti* 1600 t ($L_{pl}/B_{pl}/h_g$ = 76,5/11,0/2,7 m)*;* (b) *sklop motornog teretnjaka snage* 1012 kW (84,8/11/2,4 m) *i dunavske asimetrične potisnice nosivosti* 1350 t (76,5/11,4/2,4 m) [39].



Slika 2.3: *Naša teretna plovila na Dunavu; sleva udesno: samohodni motorni brodovi „Dorćol"* (2795 t)*, „Deligrad"* (1892 t)*, „Pocerina"* (1630 t)*; dole: dunavska simetrična potisnica nosivosti* 1599 t (77/11/2,5 m) *; potiskivač „Kablar"* (22/6/1,4 m; 121,28 t; 2×110 kW) [39, 78].

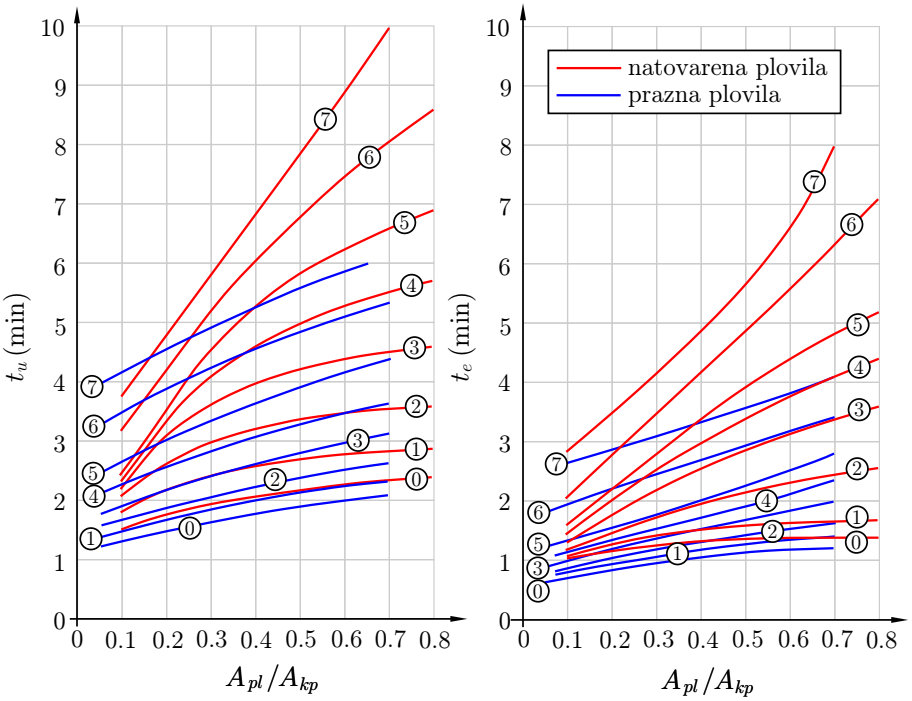


Slika 2.4: *Strana teretna plovila na Dunavu; sa leva udesno: samohodni motorni brod nosivosti* 3922 t (135/11,45/3,6 m)*; sastav* „2×1" *nosivosti* 12000 t (*potiskivač:* 32/11/1,85 m; 2×1120 kW*; potisnice:* 76,5/11,45/2,5 m)*; sastav* „2×2" *nosivosti* 24000 t (*potiskivač:* 39,88/11,38/1,70 m; 2×2200 kW*; potisnice:* 76,5/11,45/2,5 m) [105].

U praksi se često dešava da u jednom smeru saobraćaju potpuno natovareni brodovi, a u suprotnom smeru, delimično natovareni, ili prazni. Ova pojava se kvantifikuje „koeficijentom iskorišćenosti usvojenog miksa plovila" λ – brojem *potpuno natovarenih plovila* u odnosu na broj *svih plovila* u saobraćaju (natovarenih i nenatovarenih). Na holandskoj mreži unutrašnjih plovnih puteva vrednost ovog koeficijenta iznosi približno $\lambda = 0{,}6$ [49].

Vreme ulaza/izlaza plovila. Vreme ulaza pojedinih plovila u komoru t_u, kao i vreme izlaza iz nje t_e (Slika 2.1), zavisi od veličine plovila, njihove opterećenosti i dimenzija komore.

Generalno, vreme ulaza i izlaza se povećava sa veličinom plovila i teretom koji nose. Prazna plovila najbrže prolaze kroz komoru, pa im je i vreme ulaza/izlaza najkraće. Iako je utvrđivanje trajanja t_u i t_e vezano za svaki konkretan slučaj, preliminarne procene se mogu dati na osnovu podataka iz literature. Merenjem trajanja ulaza/izlaza na nizu prevodnica uspostavljene su korelacione zavisnosti (Slika 2.5) između tih trajanja i *koeficijenta plovnosti* $n = A_{pl}/A_{kp}$, gde je: $A_{pl} = B_{pl}\, h_g$ – površina najvećeg poprečnog preseka uronjenog dela plovila, a $A_{kp} = B_{kp}\, H_{gl}$ – površina poprečnog preseka komore u zoni gornje ili donje glave komore. (H_{gl} – dubina iznad praga ili iznad dna komore.)



Slika 2.5: *Vreme ulaza samohodnih plovila i potiskivanih sastava u komoru i vreme izlaza iz nje, u zavisnosti od klase plovila* (Tabela 2.1) *i koeficijenta plovnosti* [49].

Kada je u pitanju miks plovila, prosečna trajanja ulaza i izlaza se određuju (kao u slučaju prosečne nosivosti), ponderisanjem prema zastupljenosti plovila iz određenih kategorija. Za osrednjavanje se koriste izrazi:

$$\bar{t}_u = \sum_{j=1}^{M} p_j \, t_{uj}; \qquad \bar{t}_e = \sum_{j=1}^{M} p_j \, t_{ej}, \qquad (j = 1, 2, \ldots, M) \tag{2.6}$$

gde su $\bar{t}_u$ i $\bar{t}_e$ – prosečna trajanja ulaza i izlaza za miks sastavljen od plovila iz M kategorija.

Da bi se uzela u obzir neravnomernost robnog promenta, vremena ulaska i izlaska se koriguju množenjem koeficijentom saobraćajne iskorišćenosti. Na primer, korigovano vreme ulaska miksa u jednom smeru biće:

$$\bar{t}_u = \lambda \, \bar{t}_{u,puna} + (1 - \lambda) \, \bar{t}_{u,prazna}, \tag{2.7}$$

gde je: $\bar{t}_{u,puna}$ – prosečno vreme ulaza miksa punih plovila, a $\bar{t}_{u,prazna}$ – prosečno vreme ulaza miksa praznih plovila. Na isti način se pomoću koeficijenta λ mogu ponderisati i druga računska vremena.

Kao što je pokazano na Slici 2.1, vreme ulaza T_{ul} obuhvata i vreme izmene t_x. Ovo vreme zavisi od odstojanja između pretpristana i komore prevodnice, ali i od smera prevođenja (preko koeficijenta λ). Prosečno trajanje ulaza i izlaza je:

$$\bar{T}_{ul} = \bar{t}_x + \bar{t}_u; \qquad \bar{T}_{iz} = \bar{t}_x + \bar{t}_e. \tag{2.8}$$

Vreme punjenja/pražnjenja komore. Ovo vreme, označeno T_{kp}, sastoji se od vremena otvaranja i zatvaranja kapija: t_{otv} i t_{zat} i vremena punjenja i pražnjenja komore: T_k^+ i T_k^- (Slika 2.1).

Kod većine prevodnica, vreme zatvaranja kapija je duže od vremena otvaranja. Razlog je što zatvaranje kapija prati pažljiva kontrola uplovljavanja plovila i njegovog vezivanja. Po ulasku svih plovila, proverava se iz kontrolnog tornja (kamerama) da li su plovila dovoljno udaljena od kapija, što je naročito važno kada je komora zakrčena plovilima. Tek tada može započeti zatvaranje kapije. Vremenski zastoj usled kontrole obično ne traje duže od $1 \div 2$ min.

Prema navodima iz literature [49], vreme zatvaranja dvokrilnih kapija iznosi $T_{otv} = 1{,}3 \div 2{,}5$ min, vertikalnih tablastih kapija, $3 \div 3{,}3$ min, a radijalnih, 1,2 min. Odgovarajuća vremena otvaranja iznose: $1{,}2 \div 1{,}6$ min, $2{,}1 \div 2{,}3$ min i 0,7 min. Imajući u vidu ove podatke, u preliminarnim analizama može se usvojiti da je prosečno trajanje zatvaranja (najčešćih) dvokrilnih kapija $\bar{t}_{zat} \approx 3$ min, a prosečno trajanje otvaranja, $\bar{t}_{otv} \approx 1{,}5$ min.

Trajanje punjenja i pražnjenja komore (T_k^+ i T_k^-) zavisi od brojnih faktora, kao što su početna denivelacija, dimenzije komore i hidraulički sistem punjenja/pražnjenja.

Ova vremena se mogu dobiti proračunom, usvajanjem vremena podizanja i zatvaranja zatvarača, uz uslov da sile u užadima kojima je plovilo vezano u komori budu u dozvoljenim granicama. Alternativa numeričkoj simulaciji punjenja/pražnjenja komore je ispitivanje na fizičkom modelu prevodnice, u umanjenoj razmeri.

Kod malih denivelacija (< 10 m) koje se savlađuju prevodnicama sa čeonim sistemom punjenja, može se grubo pretpostaviti da trajanje punjenja i pražnjenja neće premašiti 10 min. Kod prevodnica velikog pritiska sa podeonim sistemom punjenja i pražnjenja, kao i kod prevodnica koje su snabdevene bazenima za uštedu vode, situacija je mnogo složenija i ne mogu se dati bilo kakve opšte naznake.

Prosečno trajanje ciklusa prevođenja. Imajući u vidu sve navedene elemente osrednjavanja, na osnovu prosečnog trajanja prevođenja:

$$\bar{T}_{pr} = \bar{T}_{ul} + \bar{T}_{kp} + \bar{T}_{iz} \tag{2.9}$$

definiše se prosečno trajanje ciklusa prevođenja:

$$\bar{T}_c = 2\,\bar{T}_{pr}. \tag{2.10}$$

2.1.2 Tranzitno vreme

Srednje tranzitno vreme plovila/sastava $\bar{T}_{tran}$ je indikativan pokazatelj efikasnosti prevodnica. Obuhvata vreme prevođenja $\bar{T}_{pr}$ i vreme čekanja $\bar{T}_{cr}$:

$$\bar{T}_{tran} = \bar{T}_{pr} + \bar{T}_{cr}. \tag{2.11}$$

U koordinatnom sistemu prostor-vreme (x, t) tranzitno vreme se meri u odnosu na referentnu tačku („a"), gde bi se plovilo našlo u zamišljenom slučaju da nema prevodnice, kao što prikazuje hodograf na Slici 2.6.

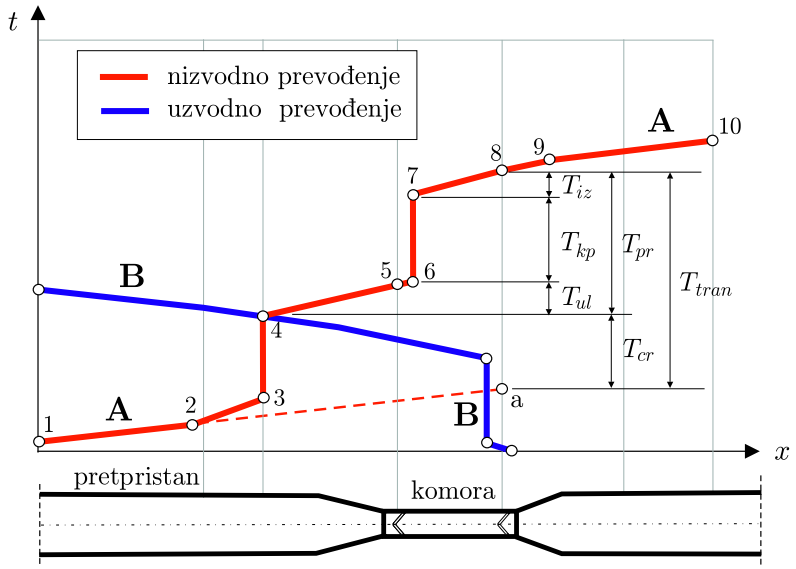
Vreme čekanja se sastoji od dve komponente: „normalnog" vremena čekanja na mimoilaženje i udaljavanje plovila iz suprotnog smera (vremena izmene $\bar{t}_x$) i dodatnog vremena čekanja u redu $\bar{t}_r$, kada prispelo plovilo nailazi na već zauzetu komoru, pa mora da sačeka da se ova oslobodi:

$$\bar{T}_{cr} = \bar{t}_x + \bar{t}_r. \tag{2.12}$$

Vreme čekanja $\bar{t}_r$ je karakteristično samo za plovne puteve sa veoma intenzivnim saobraćajem. U protivnom, ne mora se uzimati u obzir. Za određivanje vremena čekanja može se koristiti statistička analiza merenja obavljenih na terenu u dužem periodu (što je malo verovatno), ili numerička simulacija saobraćajnih tokova (što je verovatnija opcija u praksi).

2.2 Kapacitet prevodnice

U slučaju kada je komora potpuno ispunjena plovilima/sastavima i kada u toku prevođenja ne postoje zastoji u ulazu, opsluživanju i izlazu, postiže se puni kapaci-



Slika 2.6: *Kretanje plovila:* $1-2$ *puna brzina plovidbe;* $2-3$ *usporenje i zaustavljanje;* $3-4$ *čekanje u pretpristanu;* $4-$ *plovilo završava uzvodni tranzit;* $4-5-6$ *ulazak u komoru;* $6-7$ *zadržavanje u komori;* $7-8$ *izlazak iz komore;* $8-9$ *ubrzanje;* $9-10$ *puna brzina plovidbe.*

tet (ili puna propusna moć) brodske prevodnice. Tada se ostvaruje maksimalna iskorišćenost prevodnice.

Kapacitet brodske prevodnice je pokazatelj njene maksimalne propusne moći za vodni saobraćaj i iskazan je brojem plovila/sastava prevođenih u jedinici vremena, ili odgovarajućom ukupnom količinom tereta u tonama, pri neprekidnom radu prevodnice i punoj ispunjenosti komore (*ili komora*) .

2.2.1 Deterministički pristup

Za proračun kapaciteta, treba imati u vidu dve napomene.

1. Kapacitet brodske prevodnice je rezultat *osrednjavanja* računskih parametara.
2. Kapacitet prevodnice je svojstven *preovlađujućim* uslovima, koji obuhvataju:

- specifičan miks plovila u pogledu tipa i korišćenja;
- ekspolatacione uslove (kvalitet usluge, organizovanost, broj i obučenost osoblja);
- radno vreme (dan, noć);
- vremenske uslove.

Jedinični vremenski period za koji se vezuje proračun kapaciteta prevodnice može biti godinu dana ili jedan čas. U prvom slučaju, godišnji kapacitet prevodnice

računa se pomoću izraza:

$$\boxed{\begin{aligned} C_N &= \frac{2\,N_{pl}}{\bar{T}_c} \times T_{nav} \times 24 \times 60 \quad \text{(plovila/god)} \\ C_T &= C_N\,\bar{G}_{pl} \qquad\qquad\qquad\quad \text{(t/god)} \end{aligned}} \tag{2.13}$$

gde je: T_{nav} – trajanje navigacionog perioda (dana/god).

Časovni kapacitet prevodnice za dvosmerni saobraćaj definisan je izrazima:

$$\boxed{\begin{aligned} C_N &= \frac{2\,N_{pl}}{\bar{T}_c} \times 60 \quad \text{(plovila/h)} \\ C_T &= C_N\,\bar{G}_{pl} \qquad\quad \text{(t/h)} \end{aligned}} \tag{2.14}$$

gde je: N_{pl} – prosečan broj plovila u jednom ciklusu prevođenja, $\bar{T}_c$ – *prosečno* vreme ciklusa (min), određeno na osnovu izraza (2.10), $\bar{G}_{pl}$ – prosečna nosivost plovila u jednom ciklusu prevođenja.

Kada je saobraćaj izrazito neravnomeran (u jednom smeru mnogo manji nego u suprotnom smeru), kapacitet prevodnice ne ispunjava prethodnu definiciju. U tom slučaju, razmatra se kapacitet prevodnice samo u dominantnom smeru prevođenja, pa se u izrazima (2.13) i (2.14) izostavlja faktor 2.

Prosečan broj plovila u jednom ciklusu prevođenja (N_{pl}) zavisi od intenziteta saobraćaja, veličine plovila i dimenzija komore. U nedostatku konkretnih podataka, na raspolaganju je nomogram, izrađen na osnovu podataka iz holandske prakse (Slika 2.7).

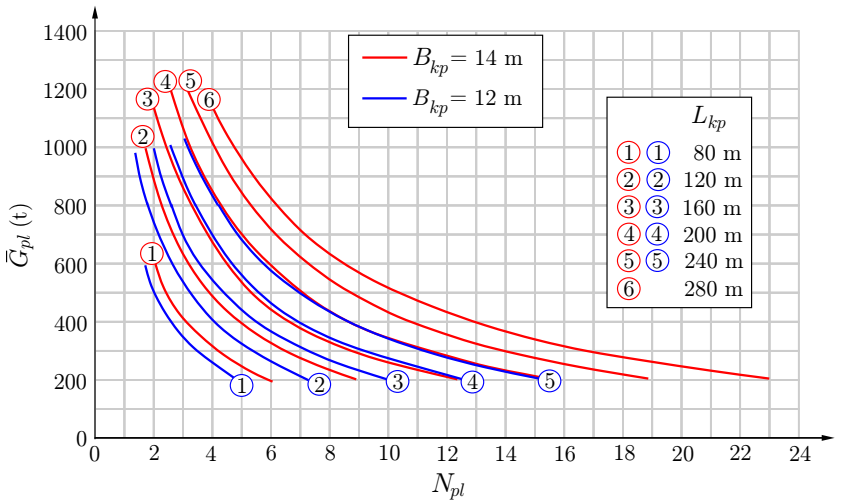
■ **Primer 2.1.** Utvrditi kapacitet brodske prevodnice sa komorom dimenzija: $L_{kp}/B_{kp}/H_{kp} = 200/12/4$ m. Kroz prevodnicu saobraćaju teretna plovila kategorija 2, 3 i 4 iz Tabele 2.1, a njihove zastupljenosti su: 20%, 73% i 7%.

Vreme punjenja i pražnjenja komore iznosi: $T_k^+ = T_k^- = 10{,}5$ min. Prosečna vremena otvaranja i zatvaranja kapija su: $\bar{t}_{otv} = 1{,}5$ min, $\bar{t}_{zat} = 2$ min. Prosečno vreme izmene iznosi: $\bar{t}_x = 8$ min za puna, a 6 min za prazna plovila. Vodni transport nije intenzivan, pa se vreme čekanja u pretpristanu može zanemariti.

Saobraćaj punih i praznih plovila je dvosmeran, ali neujednačen. Vrednosti koeficijenta saobraćajne iskorišćenosti su: $\lambda_1 = 0{,}7$ za uzvodno prevođenje i $\lambda_2 = 0{,}5$ za nizvodno prevođenje.

Rešenje. Proračun se sastoji od sledećih koraka.

(1) *Komora prevodnice.* Pretpostavljajući da nema praga, površina poprečnog preseka iznosi: $A_{kp} = 48$ m^2.



Slika 2.7: *Broj plovila na prevođenju u zavisnosti od dimenzija komore i nosivosti plovila* [49].

(2) *Miks plovila.* Računa se: prosečna nosivost ($\bar{G}_{pl}$), najveća površina poprečnog preseka plovila (A_{pl}) i vrednost koeficijenta plovnosti: (A_{pl}/A_{kp}):

Tabela 2.5: *Primer* 2.1: *karakteristike miksa plovila.*

Kateg.	G_{pl} (t)	p (-)	L_{pl} (m)	B_{pl} (m)	h_g (m)	A_{pl} (m^2)	A_{pl}/A_{kp} (-)
2	550	0,20	50	6,6	2,5	16,5	0,34
3	925	0,73	67	8,2	2,5	20,5	0,43
4	1350	0,07	80	9,5	2,6	24,7	0,51

Primenom (2.5) je: $\bar{G}_{pl} = 0,20 \cdot 550 + 0,73 \cdot 925 + 0,07 \cdot 1350 \approx 880$ t.

(3) *Pogonsko vreme prevođenja.* Ovo vreme je određeno ulaznim podacima:

$$T_{kp} = T_k^+ + \bar{t}_{otv} + \bar{t}_{zat} = 10,5 + 1,15 + 2,0 \ = 14 \text{ min}.$$

(4) *Prosečna vremena ulaza i izlaza.* Vrednosti se očitavaju sa nomograma na Slici 2.5, a srednje vrednosti $\bar{t}_u$ i $\bar{t}_e$ se računaju pomoću izraza (2.6).

Tabela 2.6: *Primer* 2.1: *vremena ulaza i izlaza plovila.*

		Vreme ulaska t_u (min)		Vreme izlaska t_e (min)	
Kateg.	A_{pl}/A_{kp} (-)	puna plovila	prazna plovila	puna plovila	prazna plovila
2	0,34	3,1	3,0	1,8	1,2
3	0,43	4,1	3,6	2,6	1,5
4	0,51	5,0	4,9	3,5	1,9
		$\bar{t}_u = 4$ min	$\bar{t}_u$ =3,6 min	$\bar{t}_e$ =2,5 min	$\bar{t}_e$ =1,5 min

(5) *Saobraćajna neravnomernost.* Zastupljenost punih plovila u odnosu na sva plovila kod uzvodnog prevođenja iznosi 70% ($\lambda_1 = 0,7$), a kod nizvodnog, 50% ($\lambda_2 = 0,5$). Shodno izrazu (2.7), koriguju se računska vremena.

Tabela 2.7: *Primer* 2.1: *saobraćajna neravnomernost.*

Smer prevođenja	$\bar{t}_u$ (min)	$\bar{t}_e$ (min)	$\bar{t}_x$ (min)
uzvodno	3,9	2,2	7,4
nizvodno	3,8	2,0	7,0

(6) *Prosečno trajanje ciklusa.* Primenom izraza (2.9): $\bar{T}_{pr} = \bar{t}_x + \bar{t}_u + T_{kp} + \bar{t}_e$ i (2.10): $\bar{T}_c = 2\,\bar{T}_{pr}$ dobija se:

- uzvodno prevođenje: $7{,}4 + 3{,}9 + 14{,}0 + 2{,}2 = 27{,}5$ min;
- nizvodno prevođenje: $7{,}0 + 3{,}8 + 14{,}0 + 2{,}0 = 26{,}8$ min;
- prosečno trajanje ciklusa: $\bar{T}_c = 27{,}5 + 26{,}8 = 54{,}3$ min.

(7) *Tranzitno vreme.* Kako je saobraćaj malog intenziteta, ne postoji red čekanja, pa je prosečno tranzitno vreme jednako prosečom trajanju prevođenja: $\bar{T}_{tran} \equiv \bar{T}_{pr} = 27{,}4$ min za uzvodni, a 26,8 min za nizvodni smer plovidbe.

(8) *Broj plovila u komori pri prevođenju.* Za zadate dimenzije komore $L_{kp} = 200$ m i $B_{kp} = 12$ m, kao i nosivost miksa $\bar{G}_{pl} = 880$ t, sa nomograma na Slici 2.7 se očitava $N_{pl} = 4$.

(9) *Kapacitet prevodnice.* Časovni kapacitet (propusna moć) razmatrane prevodnice se računa pomoću izraza (2.14): $C_N = 2{\cdot}4{\cdot}60/54,3 = 8,8 \approx 9$ pl/h; $C_T = 7920$ t/h.

* * *

Komentari:

1. U načelu, principi determinističkog određivanja kapaciteta brodske prevodnice kao indikatora njene efikasnosti, nisu uslovljeni klasifikacijom plovnog puta i plovila. Postupak ilustrovan datim računskim primerom, primenljiv je i na neku drugu klasifikaciju plovnog puta, pod uslovom da postoje neophodni ulazni podaci.

2. Umesto nosivosti miksa plovila, može se odabrati nekoliko nosivosti, pa za sve ponoviti proračun, čime se stiče bolji uvid u učinak prevodnice.

3. Nedostatak determinističkog pristupa je njegova zavisnost od empirijskih podataka. Na primer, problematično je definisanje neravnomernosti robnog prometa preko parametra λ. Postoji i problem određivanja vremena čekanja na prevođenje (ako postoji).

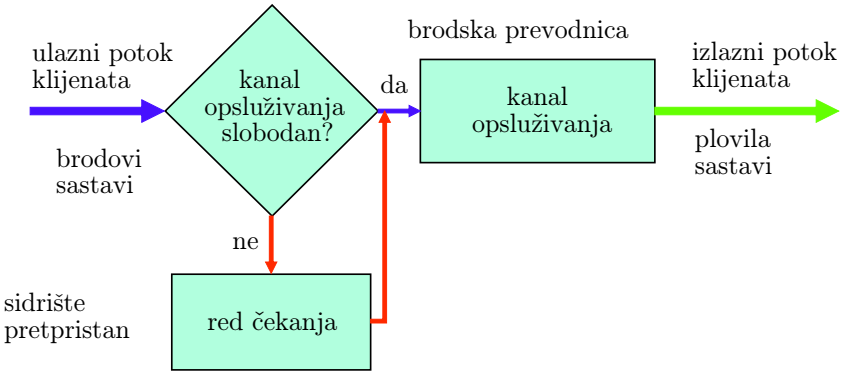
4. Može se reći da je danas deterministički pristup prikladan samo u uslovima rečnog saobraćaja niskog intenziteta. Za plovne puteve sa velikim robnim prometom[3] mnogo pouzdanije su stohastičke metode. Danas je numerička simulacija transportnih procesa standard saobraćajnog inženjerstva. Jedna od najjednostavnijih stohastičkih analiza prikazuje se u nastavku.

[3] Mreža nemačkih unutrašnjih plovnih puteva, najveća u Zapadnoj Evropi sa dužinom od oko 7300 km i 400 prevodnica, ostvarila je u 2016. godini promet od 221 milion tona, što čini blizu 10% ukupnog robnog prometa svih vidova saobraćaja [3].

2.2.2 Stohastički pristup

Ukoliko je rečni saobraćaj intenzivan, u dimenzionisanju brodskih prevodnica i analizi njihovog rada mora se primeniti stohastički pristup. Suština ovog pristupa je u tome što se dolazak plovila/sastava na lokaciju prevodnice razmatra kao slučajan događaj. Na taj način se uzima u obzir neravnomernost rada prevodnica, sa ektremnim periodima ,,nagomilavanja" plovila i periodima ,,praznog hoda". Pružajući realan uvid u opterećenost prevodnica, stohastički pristup omogućava pouzdaniji način projektovanja u vodnom saobraćaju.

Stohastičke analize *svih vidova saobraćaja* zasnivaju se na Metodama Masovnog Opsluživanja (MMO) [68, 99]. Ove metode imaju više nivoa složenosti. Za prevodnice se može koristiti najjednostavniji model jednokanalnog opsluživanja (Slika 2.8).



Slika 2.8: *Brodska prevodnica kao jednofazni, jednokanalni sistem masovnog opsluživanja sa ne/ograničenim redom čekanja bez otkaza i bez prioriteta opsluživanja.*

Opsluživanje (prevođenje plovila) se sprovodi po redosledu nailaska, bez prioriteta (tzv. „FIFO – first in, first out" disciplina opsluživanja).

Ulazni potok klijenata. Dolaskom do prevodnice, plovila postaju, prema terminologiji teorije MMO, „ulazni potok klijenata". Njihovo prispeće u prevodnicu prestavlja slučajan događaj sa određenom verovatnoćom. Ako su takvi događaji međusobno nezavisni, ispunjena je premisa ordinarnosti i odsustva posledica [99].

Slučajan nailazak plovila definisan je teorijskom jednoparametarskom Puasonovom (Poisson) raspodelom za *diskretne* promenljive [68, 99]:

$$f(X) = \frac{\lambda^X}{X!}\,\mathrm{e}^{-\lambda}, \qquad (\mathrm{X} = 0, 1, 2, \ldots) \tag{2.15}$$

gde je X – broj prispelih plovila u seriji od N slučajno generisanih događaja, a $\lambda = \bar{X} = \sigma_X^2$ – srednja vrednost serije, istovremeno i varijansa.

Parametar raspodele λ u (2.15) predstavlja prosečan broj prispelih plovila u jedinici vremena (dan, mesec). Ako je $\lambda \neq \lambda(t)$ ($\lambda = \text{const.}$), kaže se da je slučani proces „stacionaran", a ulazni potok klijenata, „prost". Parametar λ nosi naziv „intenzitet (gustina) ulaznog potoka".

Ako se umesto broja prispelih kijenata (plovila) posmatra raspodela *vremenskog intervala između dva nailaska* t_d, onda se Puasonov ulazni potok definiše *eksponencijalnom* raspodelom:

$$f_1(t_d) = \lambda \, \mathrm{e}^{-\lambda \, t_d} \qquad (t_d > 0). \tag{2.16}$$

Veza između parametra λ i vremena t_d ima ovaj oblik:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{t}_d}, \tag{2.17}$$

gde je $\bar{t}_d$ – prosečni interval vremena između nailazaka plovila.

Kanal opsluživanja. Brodska prevodnica predstavlja jedini kanal opsluživanja u ovom modelu. Trajanje opsluživanja (prevođenja) se takođe posmatra kao slučajna promenljiva sa određenom raspodelom (verovatnoćom).

Iskustveno je ustanovljeno da se ova empirijska raspodela može dobro aproksimirati teorijskom *eksponencijalnom raspodelom*:

$$f_2(t_o) = \mu \, \mathrm{e}^{-\mu \, t_o}, \qquad (t_o > 0) \tag{2.18}$$

gde je t_o – vreme opsluživanja (u ovom slučaju, to je vreme prevođenja T_{pr}).

Za razmatranje opsluživanja ključan je parametar:

$$\mu = \frac{1}{\bar{t}_o}, \tag{2.19}$$

gde je $\bar{t}_o$ – prosečno trajanje opsluživanja. Parametar μ, koji predstavlja prosečan broj opsluženih klijenata u jedinici vremana (dan, mesec), nosi naziv „intenzitet opsluživanja", ili „gustina izlaznog potoka".

Stanje sistema. Spisak parametara koji služe za definisanje stanja sistema opsluživanja obuhvata:

n – broj kanala opsluživanja (prevodnica=1 kanal);
λ – intenzitet dolaska klijenata (broj prispelih plovila u jedinici vremena);
μ – intenzitet opsluživanja (broj prevedenih plovila u jedinici vremena);
$\rho = \lambda/\mu$ – faktor opterećenja sistema (prevodnice i pretpristana);
$\alpha = \rho/n$ – faktor opterećenja kanala opsluživanja (prevodnice).

U nastavku se daju izrazi za proračun veličina koje karakterišu stanje sistema opsluživanja.

- Verovatnoća da su svi kanali opsluživanja slobodni[4]: $P_o = \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!} \frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{-1}$
- Verovatnoća da su svi kanali opsluživanja zauzeti: $P_z = \frac{\rho^n}{n!} P_o \frac{1}{1-\alpha}$
- Verovatnoća da je bar jedan kanal opsluživanja slobodan: $P_o^1 = 1 - P_z$
- Srednji broj jedinica u redu čekanja: $\bar{k}_r = \frac{\rho^n}{n!} P_o \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}$
- Srednje vreme čekanja: $\bar{t}_r = \bar{k}_r / \lambda$
- Srednji broj jedinica u sistemu (opsluživanje+čekanje): $\bar{k} = \bar{k}_r + \rho$
- Srednje vreme boravka u sistemu (opsluživanje+čekanje): $\bar{t}_s = k/\lambda$

Kapacitet prevodnice. Koristeći stohastičku analizu rada prevodnice, njen kapacitet (njena propusna moć) se defniše jednostavnim izrazom:

$$C_T = \underbrace{\frac{T_{god}}{\bar{t}_s}}_{\frac{\text{min/god}}{\text{min}}} \times \underbrace{\bar{G}_{pl}}_{\text{t}} \qquad \text{(t/god)}, \tag{2.20}$$

u kome prvi član na desnoj strani predstavlja prosečni broj prevođenja u toku navigacionog perioda, a drugi član, ukupnu srednju nosivost plovila u komori pri jednom prevođenju.

■ **Primer 2.2.** Analizirati funkcionisanje brodske prevodnice kao kanala opsluživanja, ako su dati ovi ulazni podaci:

– nosivost plovila u jednom prevođenju: $G_{pl} = 1000$ t;
– prosečni mesečni promet: $Q_{mes} = 100000$ t/mes;
– navigacioni period: $T_{nav} = 300$ dana/god;
– broj radnih dana u mesecu: $T_{mes} = 25$ dana;
– prosečno trajanje prevodjenja: $\bar{t}_o \equiv T_{pr} = 1{,}5$ sat.

[4]Za proračun verovatnoće P_o mogu se koristiti dve funkcije programa MS Excel®:

(1) zbir reda: SERIESSUM($x, k, m,$ **a**), gde je ρ – promenljiva, k – početna vrednost eksponenta, m – inkrement eksponenta i **a** – lista koeficijenata reda;

(2) faktorijel: FACT(broj). U datom slučaju, zbir reda:
$\sum_{k=0}^{n} \frac{\rho^k}{k!} = 1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{\rho^k}{k!} = 1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + \ldots + \frac{\rho^n}{n!}$
se ovako računa: 1+SERIESSUM($\rho, 1, 1, a_1 : a_n$), gde su koeficijenti reda: a_1=1/FACT(1), a_2=1/FACT(2), ..., a_n=1/FACT(n).

Rešenje. Za usvojenu vremensku jedinicu od jednog dana, biće:

– vreme dolaska:
$\bar{t}_d = G_{pl}/(Q_{mes}/T_{mes}) = 1000/(100000/25) = 0{,}25$ dan

– prosečni broj plovila prispelih u jedinici vremena:
$\lambda = 1/\bar{t}_d = 1/0{,}25 = 4$ [1/dan]

– vreme opsluživanja (prevodjenja):
$\bar{t}_o \equiv T_{pr} = 1{,}5$ h $= 0{,}063$ dan

– prosečni broj opsluženih plovila u jedinici vremena:
$\mu = 1/\bar{t}_o = 1/0{,}063 = 16$ [1/dan]

– faktor opterećenja sistema (prevodnice i prilaznog kanala):
$\rho = \lambda/\mu = 4/16 = 0{,}25$

- faktor opterećenja kanala opsluživanja (prevodnice):
$\alpha = \rho/n = 0{,}25 < 1$

- verovatnoća da je u momentu nailaska broda prevodnica slobodna:
$P_o = [1 + 0{,}25 + 0{,}25\,(0{,}25/(1 - 0{,}25))]^{-1} = 0{,}75$ (75%)

– verovatnoća da je u momentu nailaska broda prevodnica zauzeta:
$P_z = 0{,}25 \cdot 0{,}75\,(1 - 0{,}25)^{-1} = 0{,}25$ (25%)

– srednji broj plovila u redu čekanja na prevodjenje:
$\bar{k}_r = 0{,}25 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}25\,(1 - 0{,}25)^{-2} = 0{,}083$

– srednje vreme čekanja:
$\bar{t}_r = k_r/\lambda = 0{,}083/4 = 0{,}021$ dan (0,5 sati)

– srednji broj plovila u sistemu (u prevodnici i u redu čekanja):
$\bar{k} = \bar{k}_r + \rho = 0{,}083 + 0{,}25 = 0{,}33$

– srednje trajanje boravka plovila u sistemu:
$\bar{t}_s = \bar{k}/\lambda = 0{,}33/4 = 0{,}083$ dana ($\approx$ 2 sata)

Godišnji kapacitet prevodnice je:
$C_T = (T_{nav}/\bar{t}_s)\,G_{pl} = (300/0{,}083)1000 = 3{,}6{\times}10^6$ t/god.

* * *

Savremeni simulacioni modeli (kao što su npr. SIVAK III [120] i LOSCO [121]) omogućavaju da se optimizuje raspored prevodnica u projektima novih brana na kanalisanoj plovnoj reci, ili na plovnom kanalu. Simulacionim modelima je moguće obuhvatiti čak čitavu mrežu unutrašnjih plovnih puteva sa svim prevodnicama, u cilju da se utvrdi prosečno vreme zadržavanja plovila u redovima čekanja i predloži najpogodniji način servisiranja tih plovila. Savremeni alati za simulaciju rečnog saobraćaja omogućavaju varijantisanje broja i dimenzija komora kako bi se ostvario zahtevani (prognozirani) intenzitet robnog prometa u budućnosti.

2.3 Troškovi poslovanja

Inženjerska ekonomija je posebna oblast, a njeni rudimentarni elementi su ovde primenjeni na brodske prevodnice, bez ulaženja u specifične teme, kao štu su kreditni odnosi, finansijske neizvesnosti, uticaji inflacije itd. U razmatranju troškova eksploatacije brodskih prevodnica polazi se od toga da postoje dva tarifna sistema (cenovnika usluga) – jednog, koji je u nadležnosti operatera (najčešće vlasnika prevodnice) i drugog, koji je u nadležnosti brodarskih kompanija koje se bave vodnim transportom.

Jedan od ciljeva proračuna eksploatacionih troškova prevodnica je i uspostavljanje sporazumnog poslovnog odnosa između navedenih učesnika – partnera, kao i razvoj mehanizama za sprečavanje, ili smanjenje zastoja u vodnom saobraćaju.

2.3.1 Troškovi poslovanja vlasnika/operatera

Tarifni sistem vlasnika-operatera zasnovan je na proračunu eksploatacionih troškova prevodnice. Ti troškovi obuhvataju amortizaciju, održavanje i osiguranje objekta i opreme, kao i troškove radne snage.

Amortizacija. Reč je o godišnjem izdvajanju da bi se, po okončanju radnog veka objekta, prikupila sredstva za izgradnju novog objekta. Promenljiva vrednost objekta tokom vremena nameće potrebu diskontnog računa:

$$T_{AM} = C_{gr} \left[\frac{i\,(1+i)^N}{(1+i)^N - 1} \right] \qquad (\text{din/god}, €/\text{god}), \tag{2.21}$$

gde je: C_{gr} – cena gradnje (investiciona vrednost) objekta [din, €], i – kamatna stopa[5], a N – amortizacioni period, koji je najčešće jednak radnom veku objekta (recimo, 50 godina).

Održavanje i osiguranje. Reč je o specifičnim troškovima zavisnim od konkretnih uslova (opremljenosti operatera, raspoloživih resursa, politike osiguranja itd.). U nedostatku podataka, ovi troškovi se definišu procentualno u odnosu na cenu izgradnje ili u odnosu na amortizaciju:

$$T_{OD} = p_1\, T_{AM} \qquad (\text{din/god}, €/\text{god}) \tag{2.22}$$

$$T_{OS} = p_2\, T_{AM} \qquad (\text{din/god}, €/\text{god}), \tag{2.23}$$

gde je na primer: $p_1 = 2\%$; $p_2 = 6\%$.

Anuiteti. Ako je obejekat izgrađen pomoću kredita, godišnja rata otplate zajma (anuitet) računa se slično amortizaciji:

$$T_{AN} = C_{gr} \left[\frac{i\,(1+i)^N}{(1+i)^N - 1} \right] \qquad (\text{din/god}, €/\text{god}) \tag{2.24}$$

[5] Kamata je iznos koji se plaća za korišćenje zaduženog novca.

s tim što se kamatna stopa (i) i obračunski period (N) mogu razlikovati od onih koji se koriste u proračunu amortizacije.

Oprema. Kako je svaka prevodnica slučaj za sebe, a njena oprema (kapije, elektromašinski delovi, komunikacioni, sigurnosni i signalizacioni uređaji) unikatna, nije moguće definisati troškove nabavke bez podataka proizvođača. U nedostatku konkretnih podataka, može poslužiti iskustveno saznanje da su troškovi opreme istog reda veličine kao troškovi izgradnje objekta. Shodno tome, razumno je pretpostaviti da su i godišnji troškovi istog reda veličine.

Radna snaga. Radni dan prevodnice podrazumeva 24 sata (3 smene po 8 sati). Ako je cena angažovanja posade C_{rs} (din/h, €/h) i ako je trajanje navigacionog perioda T_{nav}, godišnji trošak radne snage biće:

$$T_{RS} = 24\, T_{nav}\, C_{rs} \quad \text{(din/god, €/god)}. \tag{2.25}$$

2.3.2 Troškovi brodarskih kompanija

Efikasnost rada brodske prevodnice ima direktne reperkusije na troškove brodarskih, tj. špediterskih kompanija. Naime, kada je u pitanju naknada za korišćenje prevodnice, operater prevodnice i špediterska kompanije sporazumno definišu „ugovorno vreme" prevođenja t_{ug} (h). To vreme košta špeditersku kompaniju po svakom plovilu C_{uh} (din/h, €/h).

Međutim, ako je prosečno trajanje boravka plovila na prevođenju i čekanju $\bar{t}_s$ (h) zbog kašnjenja (iz bilo kog razloga), duže od ugovorenog vremena, onda $(\bar{t}_s - t_{ug})$ predstavlja vremenski „višak" koji dodatno finansijski opterećuje špeditersku kompaniju (za koji od operatera može tražiti nadoknadu). Taj trošak zavisi od cene dodatnog sata po svakom plovilu C_{dh} (din/h, €/h).

Imajući sve ovo u vidu, ukupni troškovi špediterske kompanije su:

$$T_{SC} = \begin{cases} \lambda\, T_{nav}\, \bar{t}_s\, C_{uh} & (\bar{t}_s \le t_{ug}) \\ \lambda\, T_{nav} \big[\, \bar{t}_s\, C_{uh} + (\bar{t}_s - t_{ug})\, C_{dh} \,\big] & (\bar{t}_s > t_{ug}) \\ \text{(din/god, €/god)}. \end{cases} \tag{2.26}$$

■ **Primer 2.3.** Sračunati godišnje troškove ekploatacije prevodnice na osnovu sledećih podataka.

A. Troškovi vlasnika/operatera
– cena izgradnje C_{gr}: 7 miliona €;
– amortizacioni period N: 50 godina;
– kamatna stopa i: 5%;
– održavanje u odnosu na amortizaciju p_1: 2%;
– osiguranje u odnosu na amortizaciju p_2: 6%;

– period otplate kredita N: 50 godina;
– kamatna stopa otplate kredita i: 2%;
– navigacioni period T_{nav}: 300 dana/god;
– cena radne snage C_{rs}: 35 €/h;

B. Troškovi brodarske kompanije

– ulazni tok λ: 4 pl/dan;
– vreme boravka u sistemu $\bar{t}_s$: 0,0830 dana (2 h);
– ugovoreno vreme boravka t_{ug}: (a) 0,1042 dana (2,5 h); (b) 0,0625 (1,5 h);
– cena ugovorenog vremena C_{uh}: 20 €/h;
– cena dodatnog vremena C_{dh}: 40 €/h.

Rešenje. Primenom obrazaca (2.21)–(2.26) dolazi se do vrednosti iz Tabele 2.8.

Tabela 2.8: *Primer* 2.3: *rezultati proračuna godišnjih troškova.*

A. Troškovi vlasnika/operatera (€/god)

1. Amortizacija	383437
2. Održavnje	7669
3. Osiguranje	23006
4. Anuitet	222762
Zbir 1-4:	636875
5. Oprema	636875
6. Radna snaga	252000
Ukupno:	**1525749**

B. Troškovi brodarske kompanije (€/god)

Naknada za korišćenje prevodnice (a)	1992
Naknada za korišćenje prevodnice (b)	2976

2.3.3 Analiza finansijske efikasnosti

U vodnom transportu, operater prevodnice (ili više prevodnica) i špediterska kompanija računaju svaki svoje troškove i dobiti. Pri njihovom vrednovanju, oba učesnika treba prethodno da obave *analizu osetljivosti* troškova, varirajući cene koje mogu biti podložne promeni (cena čekanja, radne snage itd.). Na taj način svaka strana dobija mogućnost varijantnog vrednovanja dobiti i troškova putem „Benefit-Cost" analize. Merodavni indikatori su: razlika dobiti i troškova $B - C$ i njihov odnos B/C. Prihvatljiva je svaka varijanta kod koje je: $B - C > 0$, i $B/C > 1$, a optimalna je ona sa maksimalnim vrednostima navedenih indikatora.

Poglavlje 3

Uprošćeni modeli čeonih sistema

Osnovni pokazatelji efikasnosti prevodnica (propusna moć i tranzitno vreme) zavise od trajanja punjenja/pražnjenja komore, koje se utvrđuje hidrauličkim proračunom. Optimizacijom trajanja prevođenja postiže se kompromis između dva oprečna zahteva: da trajanje punjenja/pražnjenja komore bude što kraće zbog robnog prometa, a što duže zbog sigurnosti plovila u komori. Ovo poglavlje, prvo u nizu poglavlja koja se bave hidraulikom prevodnica, razmatra sisteme čeonog punjenja komore: (i) kroz otvore u tablastim ili dvokrilnim kapijama; (ii) kroz dve kratke galerije, sa direktnim ili bočnim dotokom u komoru i (iii) isticanjem ispod, ili prelivanjem preko, pokretne ustave.

3.1 Konstruktivne karakteristike čeonih sistema

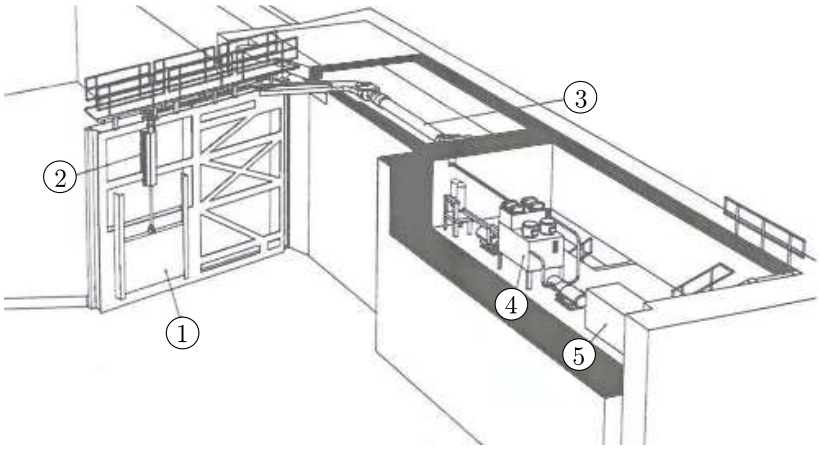
Konstruktivne karakteristike čeonih sistema ovde se razmatraju informativno, kroz nekoliko tipičnih primera, u meri koja je dovoljna za objašnjenje hidrauličkih proračuna. Širi prikaz konstrukcije prevodnica i pripadajuće opreme može se naći u literaturi [56, 61, 62, 117].

3.1.1 Sistemi sa otvorima u kapijama

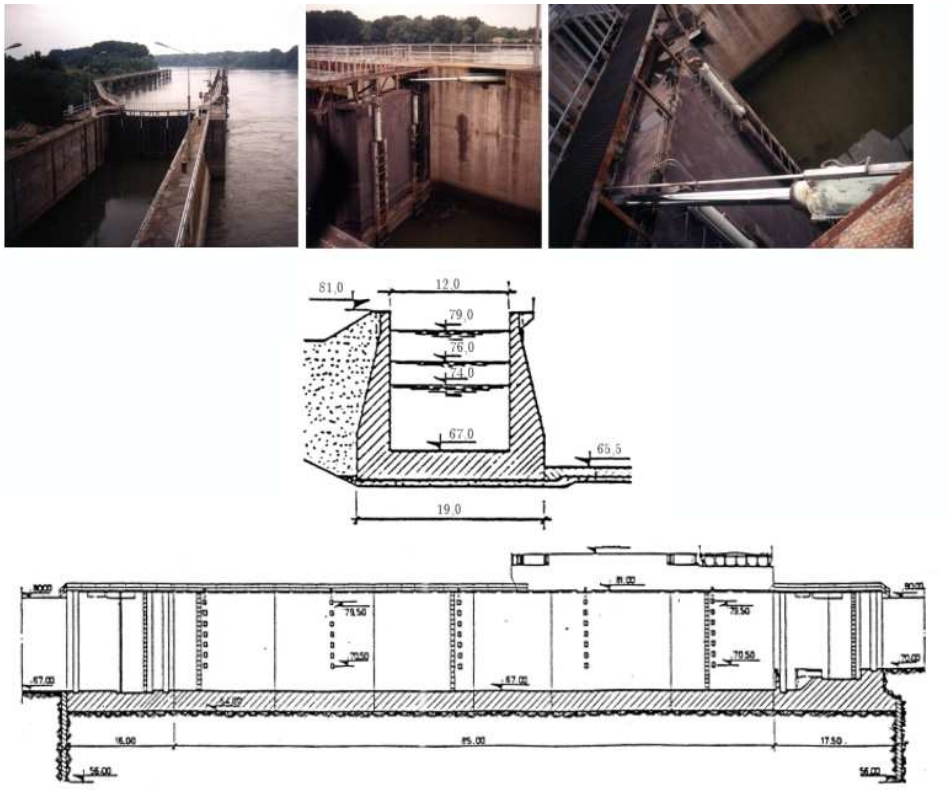
Ovaj sistem čeonog punjenja je prikladan za male denivelacije (uslovno do 6, ili 7 m). Za otvaranje i zatvaranje otvora (klinketa) u kapijama, neophodna je odgovarajuća hidromehanička oprema (Slika 3.1). Jedna od prevodnica ovog tipa je prevodnica u sklopu brane na Tisi (Slika 3.2).

Prednost ovog sistema u odnosu na druge sisteme čeonog punjenja je u tome što zahteva konstruktivno prostije (i jeftinije) gornje glave. Pri tome, u gornjoj (uzvodnoj) glavi mogu biti ugrađene tablaste ili dvokrilne kapije sa klinketama, dok konstrukcija donje (nizvodne) glave, po pravilu, podrazumeva dvokrilnu kapiju.

Razna su konstruktivna rešenja čeličnih kapija i ustava (Slika 3.3). Klasične jednokrilne i dvokrilne tablaste kapije se sastoje od: čeličnog rama, horozontalnih i vertikalnih nosača, dijagonalnih ukrućenja, limene opšivke, zaptivki i hidromehaničkog uređaja za otvaranje/zatvaranje.

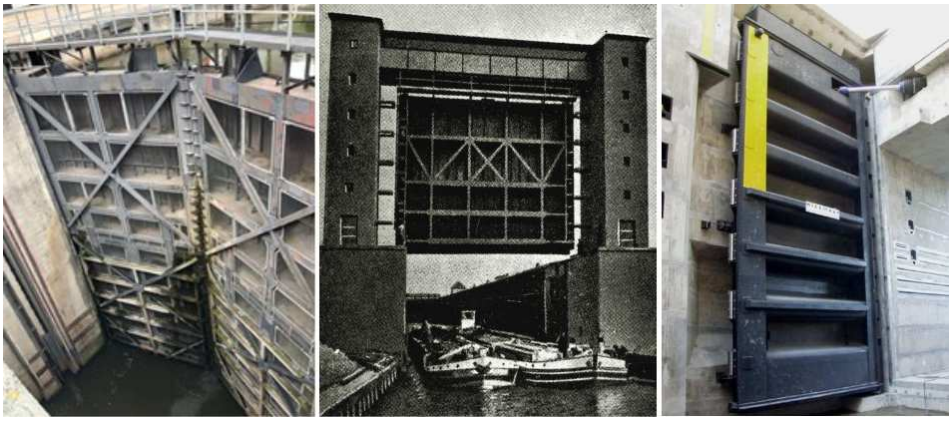


Slika 3.1: *Shematski prikaz čeonog sistema sa otvorima – klinketama u dvokrilnoj kapiji:* $1-$ *klinketa;* $2-$ *hidraulički cilindar sa klipom za otvaranje/zatvaranje klinkete,* $3-$ *klip za krilo kapije;* $4-$ *pumpa za ulje;* $5-$ *rezervoar za ulje* [61].



Slika 3.2: *Prevodnica kod brane na Tisi: hidromehanička oprema dvokrilnih kapija* [39]*, poprečni i podužni presek* [59].

Krila dvokrilne tablaste kapije u zatvorenom položaju zaklapaju određeni ugao da bi u statičkom smislu dvokrilna kapija delovala kao luk na tri zgloba.



Slika 3.3: *Tipovi kapija; sleva udesno: klasična dvokrilna tablasta kapija; tablasta podižuća kapija; ramovska dvokrilna kapija novije konstrukcije* [39, 72].

Kod malih denivelacija donja ivica kapije se poklapa sa dnom komore (Slika 3.1). Kod većih denivelacija, teži se smanjenju visine kapija (i njihove cene), pa se dno gornje glave izdiže u vidu praga. Tada se donja ivica kapije poklapa sa krunom praga.

Čelični nosači klasičnih dvokrilnih kapija mogu biti *primarni* (glavni) i *sekundarni* (pomoćni). Tip nosača zavisi od odnosa visine vrata i širine krila. Ako je visina kapije veća od širine krila, glavni nosači su horizontalni, jer su kraći od vertikalnih, imaju manju masu i manje koštaju. U suprotnom, glavni nosači su vertikalni.

Ne ulazeći u problematiku metalnih konstrukcija, neka osnovna svojstva se mogu lako utvrditi. Tako na primer, broj horizontalnih nosača se može odrediti pomoću empirijskog obrasca za komore bez praga [56]:

$$n_n = \frac{H_p + 2\,H_{kp}}{2\,l_n} + 1, \tag{3.1}$$

gde je: H_p – početna denivelacija, H_{kp} – početna, najmanja dubina u komori, a l_n−razmak nosača ispod nivoa donje vode (1,0÷1,1 m).

Raspored nosača se može definisati iz uslova da nosači budu približno podjednako hidrostatički opterećeni.

■ **Primer 3.1.** Odrediti potreban broj i raspored glavnih horizontalnih nosača tablaste (jednokrilne) kapije, ako su granični uslovi: $H_p = 5$ m, $H_{kp} = 2{,}8$ m. Pretpostaviti da su nosači isključivo izloženi savijanju.

Rešenje. Primenom (3.1), $n_n = 5{,}8 \approx 6$. Određivanje rasporeda nosača svodi sa na ravanski (u vertikalnoj ravni) problem hidrostatike (Slika 3.4).

(a) Deo A–B ($0 < z \leq 5$); raspored hidrostatičkog pritiska je *linearan*: $p(z) = \rho\, g\, z$, pa je raspored sile *paraboličan* (shodno usmerenju ordinate z na Slici 3.4):

$$P(z) = \int p(z)\,\mathrm{d}z = \int \rho\, g\, z\,\mathrm{d}z = \rho\, g\, \frac{z^2}{2} + C_1, \tag{3.2}$$

gde se iz graničnog uslova: $P(0) = 0$ dobija vrednost integracione konstante: $C_1 = 0$. (Gustina vode: $\rho = 1$ t/m^3.)

(b) Deo B–D ($5 < z \leq 7{,}8$); raspored hidrostatičkog pritiska je *konstantan*: $p(z) = p(5) = p_{\mathrm{B}}$, pa je raspored sile *linearan*:

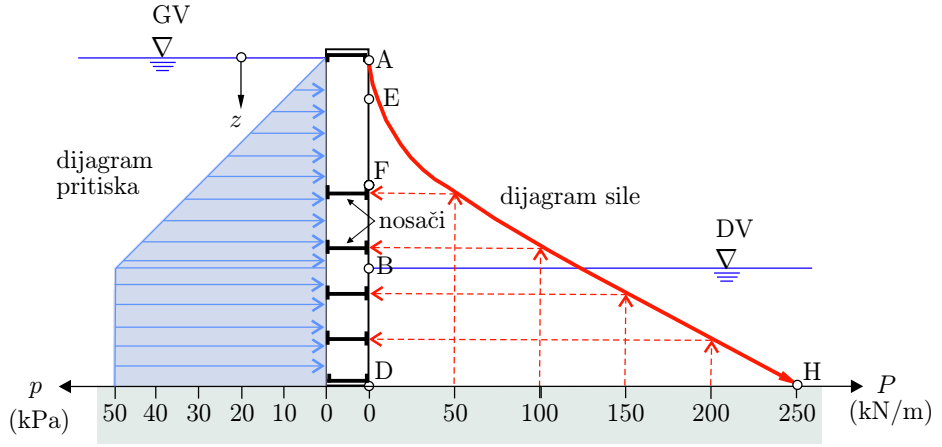
$$P(z) = \int p(z)\,\mathrm{d}z = p_{\mathrm{B}}\, z + C_2, \tag{3.3}$$

gde se iz graničnog uslova: $P(5) = P_{\mathrm{B}}$, dobija vrednost $C_2 = P_{\mathrm{B}} - p_{\mathrm{B}}{\cdot}5$, pa je: $P(z) = P_{\mathrm{B}} + p_{\mathrm{B}}(z - 5)$.

Rezultati proračuna dati su Tabeli 3.1. Raspored nosača je određen deobom duži najveće vrednosti P na 5 približno jednakih delova, kao što je prikazano na Slici 3.4.

Tabela 3.1: *Primer* 3.1: *rezultati proračuna.*

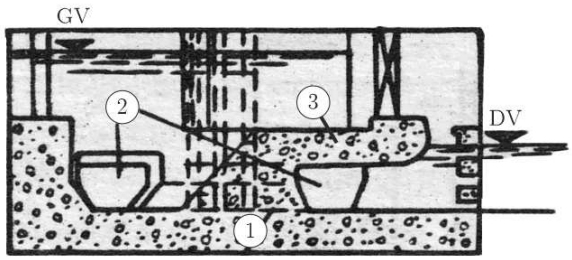
Tačka	z (m)	p (kPa)	P (kN/m)
A	0,0	0,00	0,00
E	1,0	9,81	4,91
F	3,0	29,43	44,15
B	5,0	49,05	122,63
D	7,8	49,05	259,97



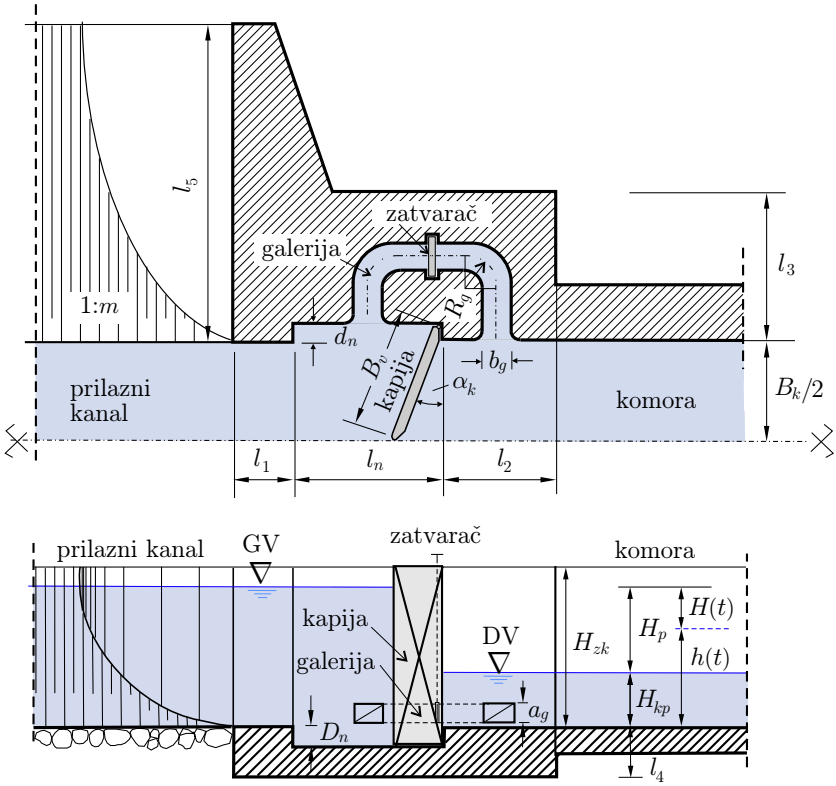
Slika 3.4: *Primer* 3.1: *raspored horizontalnih nosača tablaste kapije.*

3.1.2 Sistemi sa kratkim galerijama

Kod ovog sistema položaj galerija zavisi od toga da li u gornjoj glavi postoji prag (Slika 3.5). Ukoliko visina praga to dozvoljava, izlaz galerija za čeono punjenje komore može se postaviti u samom pragu. Ukoliko to nije slučaj, izlaz galerija se nalazi u zidovima gornje (uzvodne) glave komore (Slika 3.6).



Slika 3.5: *Gornja glava komore:* 1 – *temelj;* 2 – *ulaz i izlaz galerija;* 3 – *prag;* GV–*„gornja voda" (prilazni kanal);* DV–*„donja voda" (komora)* [56, 62].



Slika 3.6: *Shematski prikaz gornje glave prevodnice sa koncentrisanim čeonim sistemom punjenja kroz kratke galerije.*

Preliminarne dimenzije gornje glave računaju se iskustveno [56]:

Karakteristične dužine:	Dimenzije dvokrilne kapije i njene niše:
$l_1 \approx 2/3 H_p$	$d_n \approx B_{kp}/10$
$l_2 \approx H_p$ (≥ 5 m)	$D_n \approx (0{,}5 \div 1{,}20)\,\mathrm{ctg}\,\alpha_s$
$l_3 \approx 3\,b_g$	$B_v \approx (B_{kp} + 2\,d_n)/(2\,\cos\,\alpha_k)$
$l_4 \approx B_{kp}/8$	$l_n \approx (1{,}10 \div 1{,}20)\,B_v$.

U navedenim izrazima je: α_s – ugao kosine prilaznog kanala, a α_k – ugao kapije u odnosu na zid komore ($20^o \div 22^o$). Konstruktivna visina glave, odnosno zida komore je: $H_{zk} = H_{kp} + H_p$+1 m, a dužina krila na spoju sa prilaznim kanalom: $l_5 \approx H_{zk}\,\mathrm{ctg}\,\alpha_s$+1 m. (Konačne dimenzije daje statički proračun.)

Oblik i veličina glave prevodnice ovog tipa zavise od dimenzija galerija. Ako se pretpostavi da su galerije konstantnog poprečnog preseka i da se kontrola protoka obavlja pomoću tablastog zatvarača, za procenu ukupne površine poprečnog preseka obe galerije, mogu se koristiti dve formule.

Prva je izvedena analitički, iz jednačine punjenja komore kroz dovodni sistem potopljenih galerija:

$$2\,A_g = \frac{2\,\Omega\,\sqrt{H_p}}{T\,\bar{C_Q}\,\sqrt{2g}}, \tag{3.4}$$

gde je: A_g – površina poprečnog preseka *jedne* galerije (m^2), $\Omega = L_{kp}\,B_{kp}$ – površina komore u osnovi (m^2), H_p – početna denivelacija (m), T – trajanje punjenja komore (s), $\bar{C_Q}$ – prosečna vrednost bezdimenzionog koeficijenta protoka tokom punjenja komore i $g = 9{,}81$ m/s^2 – gravitaciono ubrzanje.

Druga formula je empijskog karaktera i zasnovana je na korelacionoj zavisnosti Pilarčika (Pilarchyck) koja se odnosi na postojeće prevodnice u Holandiji [62]:

$$\frac{2\,A_g}{B_{kp}\,H_p} = 0{,}0065\,\left(\frac{L_{kp}^2}{B_{kp}\,H_p}\right)^{1/2}. \tag{3.5}$$

■ **Primer 3.2.** Dimenzionisati gornju glavu brodske prevodnice sa kratkim galerijama, ako su dimenzije komore: dužina $L_{kp} = 160$ m, širina $B_{kp} = 13$ m, najmanja dubina $H_{kp} = 2{,}8$ m. Ostali podaci: početna denivelacija je: $H_p = 5$ m, a prosečna vrednost koeficijenta protoka u toku punjenja koje traje $T = 20$ min, iznosi: $\bar{C_Q} = 0{,}29$.

Rešenje. $\Omega = 2080$ m^2. Na osnovu (3.4) je: $2\,A_g \approx 6$ m^2 (3 m^2 po galeriji), a na osnovu (3.5): $2\,A_g \approx 8{,}4$ m^2 (4,2 m^2 po galeriji). Ako se usvoji manja površina i pravougaoni poprečni presek dimenzija: $a_g \times b_g$ =1,0 m×3 m, dobiće se rešenje koje garantuje potopljenost otvora u svim uslovima ($a_g < H_{kp}$).

Na osnovu datih empirijskih izraza mogu se odrediti dimenzije gornje glave:

$l_1 = 3{,}33$ m, usvojeno 3,5 m; $l_2 = 6{,}5$ m; $l_3 = 10$ m; $l_4 = 1{,}63 \approx 1{,}65$ m;
$d_n = 1{,}3$ m; $D_n = 0{,}5{\cdot}2{,}0 = 1{,}0$ m; $B_v = 8{,}41$ m; l_n =1,2· 8,41=10 m;
$H_{zk} = 2{,}80 + 5{,}0 + 1{,}0 = 8{,}8$ m; $l_5 = 8{,}8 \cdot 2{,}0 + 1 = 18{,}6$ m.

Iste dimenzije mogu se koristiti i za donju glavu brodske prevodnice.

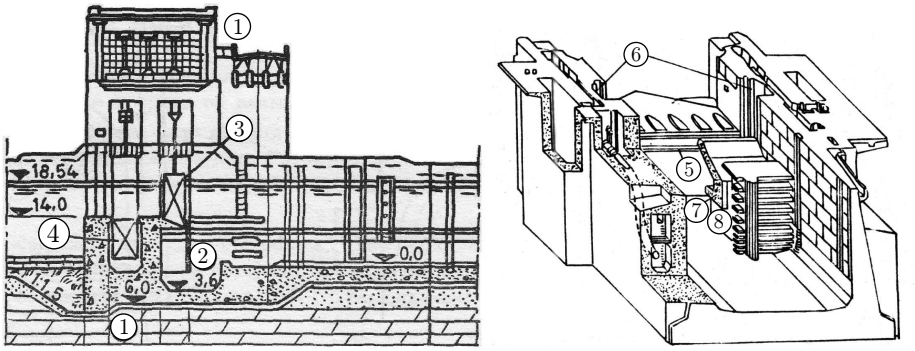
Hidraulička posledica čeonog punjenja komore je veliko vrtloženje neposredno nizvodno od gornje glave, koje može ugroziti stabilnost broda u komori (Slika 3.7). Zbog toga se grade komore za umirenje, sa različitim elementima (betonskim platnima i rešetkama) za rasipanje kinetičke energije ulaznih mlazeva. Dimenzije komora za umirenje se utvrđuju pomoću fizičkih i numeričkih modela, probanjem, sve dok se ne postigne zadovoljavajući stepen umirenja.



Slika 3.7: *Uticaj izlaznog mlaza iz galerija, smeštenih ispod praga* [39].

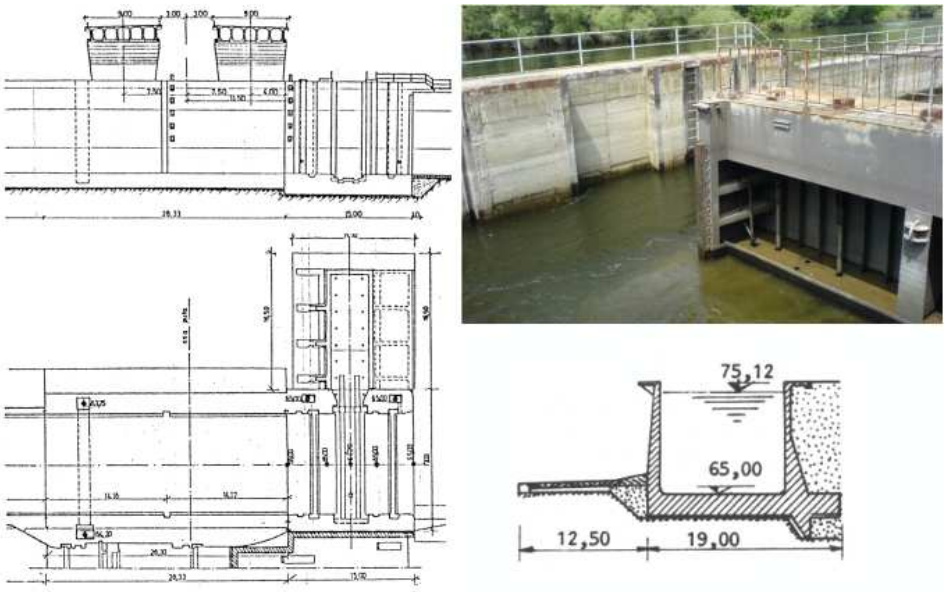
3.1.3 Sistemi sa ustavama

Kod ovih sistema, punjenje komore se realizuje isticanjem ispod podižuće ustave, prelivanjem preko spuštajuće ustave, ili kombinovano. Ustave mogu biti različitog tipa. Najčešće su to tablaste i segmentne ustave, a koriste se i ustave čiji je vertikalni presek u obliku slova „L". Na Slici 3.8 dat je prikaz jednog rešenja gornje glave sa tablastom ustavom, kao i detalj praga sa komorom za umirenje.



Slika 3.8: *Gornja glava; levo:* 1 – *glava;* 2 – *komora za umirenje;* 3 – *tablasta ustava (kapija) ;* 4 – *remontna tablasta kapija; desno:* 5 – *prag;* 6 – *niša kapije; komora za umirenje:* 7 – *betonsko platno;* 8 – *rešetkasti elementi* [56, 62].

Prevodnica na ušću Tamiša u Dunav u Pančevu je specifična po tome što ima klizeću tablastu („šiber") kapiju koja se bočno uvlači u nišu, u glavi prevodince (Slika 3.9).



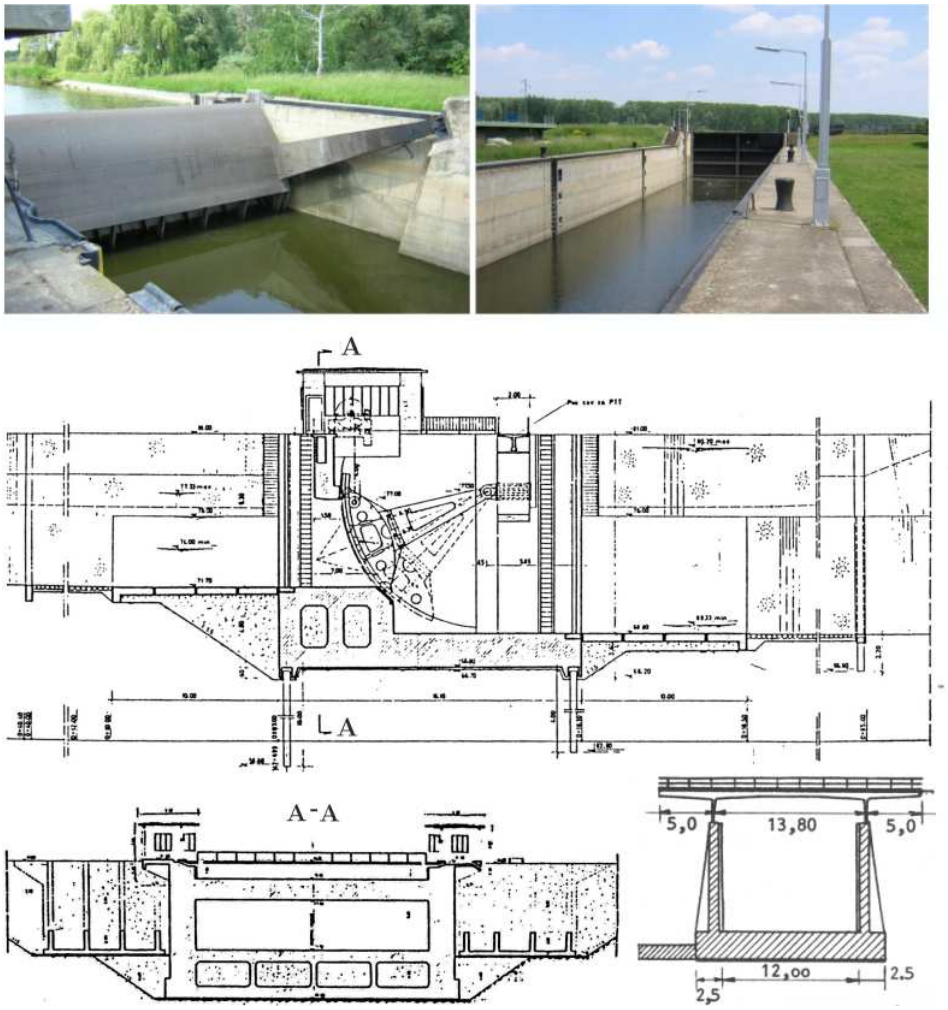
Slika 3.9: *Prevodnica Pančevo sa šiber kapijom* [39]*: uzdužni presek i osnova glave i poprečni presek komore* [59].

Prevodnica kod Novog Bečeja, locirana na ušću kanala sistema DTD u Tisu, je tipičan primer prevodnice kod koje se punjenje komore obavlja isticanjem ispod segmentne ustave na gornjoj glavi (Slika 3.10).

3.2 Zatvarači

Zatvarači su važan element svih hidrauličkih sistema. U galerijama prevodnica se koriste tablasti i segmentni zatvarači (Slika 3.11). Prvi su prikladni za galerije relativno malih prečnika, kakve se sreću kod čeonih sistema punjenja komore. Drugi – segmentni zatvarači, pretežno se koriste za galerije većih prečnika, koje su karakteristične za podeone sisteme. Shodno tome, u ovom poglavlju se razmatraju isključivo tablasti zatvarači, a segmentni, u narednim poglavljima.

U hidrauličkim proračunima je neophodno raspolagati vrednostima koeficijenta lokalnog gubitka na zatvaraču ξ_z. Te vrednosti su određene eksperimentalno za pojedine tipove zatvarača i daju se u obliku zavisnosti $\xi_z(n_o)$, gde je n_o – stepen otvorenosti zatvarača [32, 58, 97]. Podaci iz literature [56], dati su u obliku liste diskretnih vrednosti (Tabela 3.2), a iz literature [58], u grafičkom obliku, na Slici 3.12.



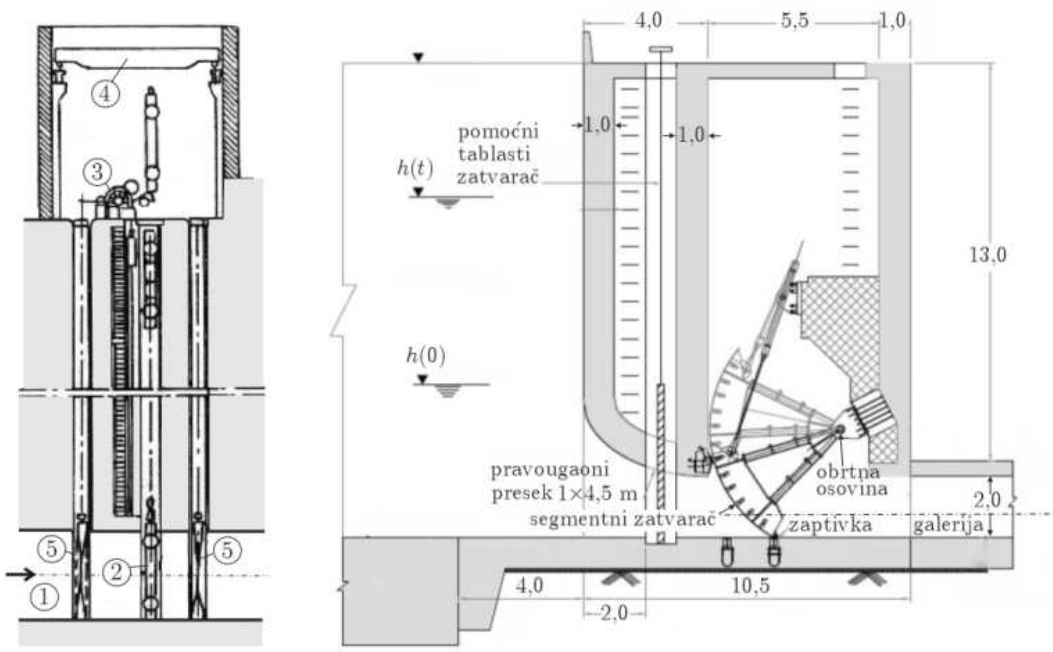
Slika 3.10: *Prevodnica kod Novog Bečeja sa segmentnom ustavom u gornjoj glavi* [39]*; uzdužni presek glave i poprečni preseci glave i komore* [59].

Tabela 3.2: *Vrednosti koeficijenta lokalnog gubitka na tablastom zatvaraču* [56].

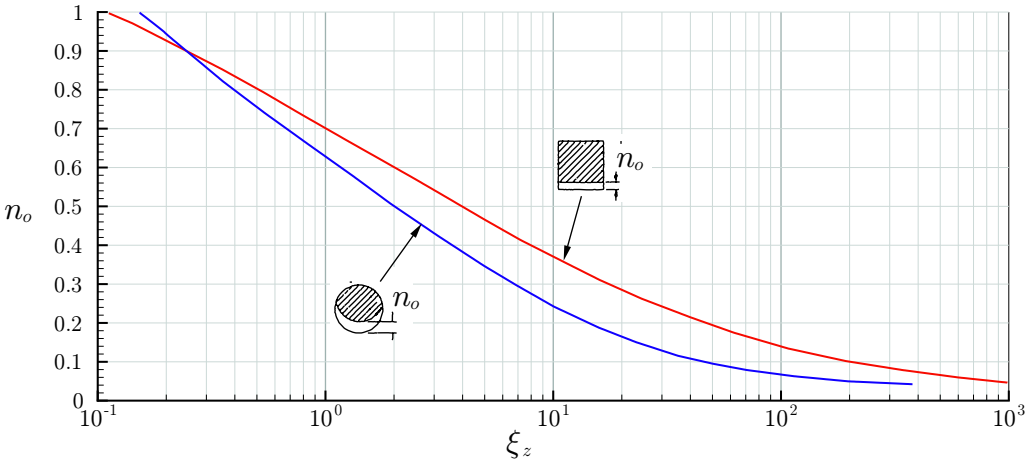
n_o	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ξ_z	193,25	44,75	18,05	8,37	4,27	2,23	1,10	0,64	0,34	0,25

Za tablaste zatvarače može se koristiti i empirijski izraz Belangea (Bélanger), u kome C_A označava koeficijent kontrakcije mlaza [13]:

$$\xi_z(n_o) = 0{,}1 + \left(\frac{1 - C_A\, n_o}{C_A\, n_o}\right)^2. \tag{3.6}$$



Slika 3.11: *Tipovi zatvarača; levo: tablasti zatvarač;* 1 – *galerija;* 2 – *tablasti zatvarač;* 3 – *mehanizam za dizanje;* 4 – *mostovska dizalica;* 5 – *pomoćni zatavarač* [56, 62]; *desno: segmentni zatvarač* [16].

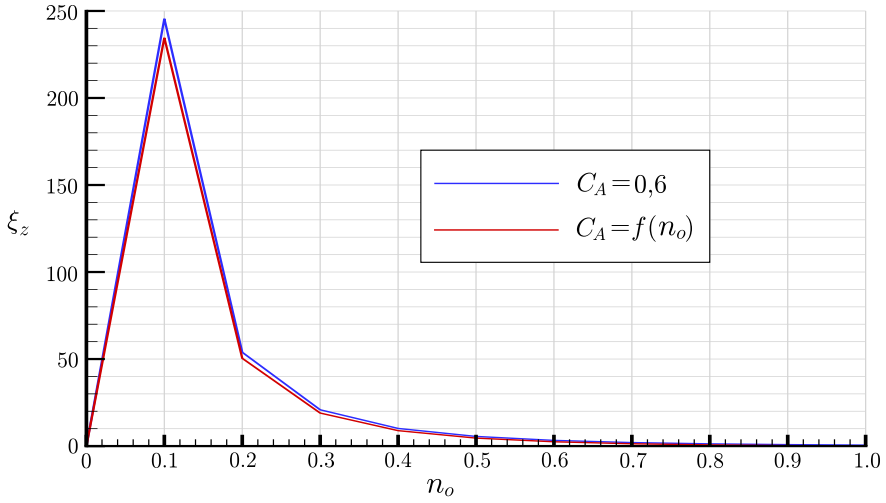


Slika 3.12: *Vrednosti koeficijenta gubitka energije na zatvaraču* (*prema* [58]) .

Strogo uzevši, vrednosti C_A zavise od stepena otvorenosti [13]:

$$C_A(n_o) = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - n_o}, \tag{3.7}$$

ali kako se te vrednosti malo menjaju, u preliminarnim proračunima se može smatrati da je: $C_A = \text{const} = 0{,}60 \div 0{,}61$ [85]. Ovo dokazuje dijagram na Slici 3.13, gde su vrednosti ξ_z u izrazu (3.6) računate sa promenljivim vrednostima C_A prema (3.7) i sa konstantnom vrednošću $C_A = 0{,}6$.



Slika 3.13: *Vrednosti koeficijenta lokalnog gubitka na tablastom zatvaraču prema izrazima Belangea.*

3.3 Uprošćeni numerički model

Punjenje i pražnjenje brodskih prevodnica predstavljaju hidraulički neustaljene procese. Za računsko modeliranje ovih procesa postoje modeli različitog nivoa složenosti, u zavisnosti od toga da li se problem razmatra kao linijski (1D), ravanski (2D) ili prostorni (3D). Najjednostavniji pristup je da se problem razmatra kao linijski, koga u jednom koordinatnom pravcu opisuju dve jednačine održanja – mase i količine kretanja. Za definisanje računskog domena moguća su dva pristupa.

Parcijalni pristup se zasniva na dekompoziciji sistema u zavisnosti od problema koji se razmatra. Kada su od interesa problemi zatvorenih provodnika, kao što je na primer, vodni udar, jednačine neustaljenog tečenja se mogu rešavati nezavisno od strujanja u komori prevodnice. Tada se primenjuju metode numeričke hidraulike zatvorenih provodnika [90]. Ovi problemi nisu toliko aktuelni kod prevodnica sa čeonim sistemima, već kod onih sa podeonim sistemima (Poglavlja 6, 7 i 9).

Integralni pristup je pogodan za čeone sisteme. Podrazumeva da su elementi dovodnog sistema u gornjoj glavi (otvori u kapiji, galerije, ustave) i komora prevodnice obuhvaćeni istim modelom, koji omogućava istovremeni proračun dotoka u komoru i proračun neustaljenog tečenja u samoj komori.

Uprošćeni integralni pristup. Pretpostavimo da je dovodni sistem sa kratkim galerijama. Polazeći od toga da hidraulički proces prevođenja mora biti pod kontrolom, što znači da promene hidrauličkih veličina u komori (protoka, brzine, nagiba nivoa itd.) moraju biti dovoljno spore zbog sigurnosti plovila, proračun se može značajno uprostiti pod sledećim pretpostavkama:

(1) Zatvoreni provodnik (cev, galerija) je *konstantnog* poprečnog preseka, a zidovi provodnika su *kruti*. U bilo kom trenutku, brzina nestišljivog fluida (vode) je duž takvog provodnika svugde ista (koncept „krutog vodnog tela") i ta brzina je isključivo funkcija vremena: $V(t)$.

(2) Hidrauličke promene u komori su spore i u svakom trenutku se može smatrati da je u njoj nivo vode *horizontalan* („kvaziustaljeno tečenje").

Uvedene pretpostavke daju mogućnost da se primenom jednačine održanja mase (kontinuiteta), trenutni dotok u komoru $Q(t)$, odnosno trenutna brzina u dovodnoj galeriji $V(t)$, dovedu u vezu sa trenutnom zapreminom vode u komori, odnosno trenutnom dubinom $h(t)$. Na taj način, dinamiku punjenja/pražnjenja komore opisuju samo dve zavisnosti: hidrogram $Q(t)$ i nivogram $h(t)$.

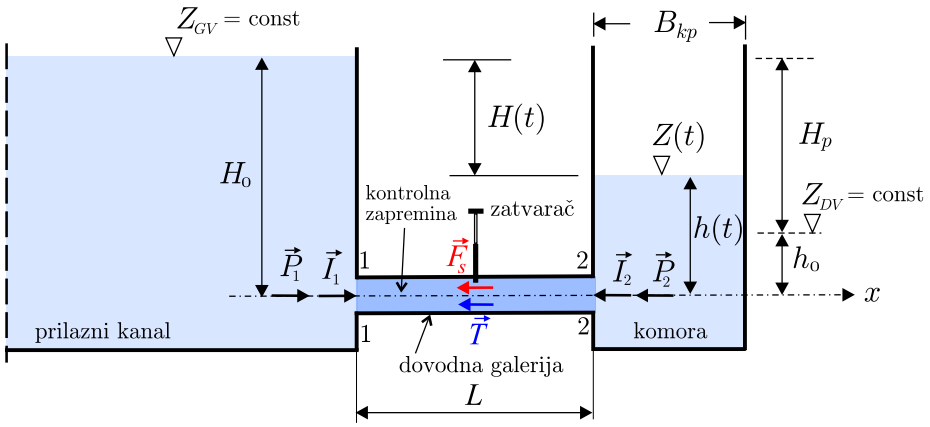
Kao što će se malo kasnije pokazati, jednačina kontinuiteta je po svom obliku obična diferencijalna jednačina prvog reda, koja se relativno lako rešava numerički (a, uz izvesne pretpostavke i analitički). Prevodnica je dobar primer rešavanja problema koji se u numeričkoj analizi zove Košijev (Cauchy) „početni problem" [21, 29, 75].

Ovaj koncept je u osnovi svih „uprošćenih modela" proračuna hidrauličkog režima prevodnica. Većina tih modela je algoritamski dovoljno jednostavna za „ručni" način proračuna [56, 62, 65]. Ovi modeli su danas isključivo od istorijskog i pedagoškog značaja.

Uprošćeni modeli se u praksi mogu koristiti isključivo u početnoj fazi projektovanja, kada treba brzo doći do osnovnih hidrauličkih pokazatelja, kao što su: trajanje punjenja/pražnjenja komore, maksimalni protok, brzina podizanja nivoa itd. Za ozbiljnije projektovanje neophodan je neki složeniji računski model (po mogućstvu u kombinaciji sa fizičkim modelom).

3.3.1 Osnovne jednačine

Punjenje komore. Za izvođenje osnovnih jednačina uprošćenog modela koristiće se shematski prikaz hidrauličkog sistema koji se sastoji od jednog neograničenog rezervoara koji predstavlja prilazni kanal i mnogo manjeg, ograničenog rezervoara koji predstavlja komoru prevodnice (Slika 3.14).



Slika 3.14: *Skica za izvođenje osnovnih jednačina punjenja komore.*

Horizontalna cev dužine L, koja povezuje ove rezervoare, predstavlja dovodni sistem za punjenje komore. Za izvođenje jednačina dovoljno je da se dovod prikaže u vidu jedne cevi (galerije), konstantnog poprečnog preseka A_g, proizvoljnog oblika[1]. Protok kroz cev se kontroliše pomoću zatvarača.

Položaj nivoa prikazanih na Slici 3.14 važi za bilo koji trenutak tokom punjenja komore. Kako je zapremina komore zanemarljivo mala u odnosu na zapreminu prilaznih kanala, može se smatrati da su kote nivoa u prilaznim kanalima: Z_{GV} („gornja voda") i Z_{DV} („donja voda"), konstantne. To su „statički" nivoi. Statički karakter ima i dubina gornje vode H_o, jer se ne menja tokom punjenja komore.

S druge strane, nivo vode u komori je promenljiv. Zato trenutna kota nivoa $Z(t)$, dubina $h(t)$ i denivelacija $H(t)$ spadaju u kategoriju „dinamičkih" veličina. Referentna kota se zadaje po slobodnom izboru; na primer, to može biti kota osovine cevi (ose x), kao na Slici 3.14.

Polazeći od drugog Njutnovog zakona (sila jednaka proizvodu mase i ubrzanja), za svaku elementarnu masu unutar dovodne cevi može se napisati:

$$\mathrm{d}m \cdot \frac{\mathrm{D}V}{\mathrm{D}t} = \Sigma\, \mathrm{d}F_x, \tag{3.8}$$

gde je $\mathrm{d}m = \rho\, \mathrm{d}\forall$ – elementarna masa, ρ – gustina vode, $\mathrm{d}\forall$ – elementarna zapremina, V – srednja profilska brzina, t – vreme, $\Sigma\, \mathrm{d}F_x$ – zbir elementarnih sila u horizontalnom (x) pravcu, a $\mathrm{D}()/\mathrm{D}()$ – operator materijalnog izvoda:

$$\frac{\mathrm{D}V}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial V}{\partial t} + V\,\frac{\partial V}{\partial x}.$$

[1] Kod čeonog sistema sa dve identične kratke galerije, ukupan protok se dobija dupliranjem protoka sračunatog za jednu galeriju.

Sumirajući elementarne zapremine u konačnoj, kontrolnoj zapremini $\forall = A_g\, L$ između preseka 1–1 i 2–2 na Slici 3.14:

$$\rho \int_{\forall} \frac{\mathrm{D}V}{\mathrm{D}t}\, \mathrm{d}\forall = \int_{\forall} \left(\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho\, V \frac{\partial V}{\partial x} \right) \mathrm{d}\forall = \Sigma F_x, \tag{3.9}$$

dobija se jednačina na čijoj se desnoj strani javlja suma svih sila koje deluju u horizontalnom (x) pravcu na fluid unutar kontrolne zapremine $\forall$. (Ove sile su površinske, jer jedina zapreminska sila – težina fluida, deluje u vertikalnom pravcu.)

Ako se jednačina (3.9) napiše u obliku:

$$\Sigma F_x - \Big(\underbrace{\int_{\forall} \rho \frac{\partial V}{\partial t}\, \mathrm{d}\forall}_{\text{(I)}} + \underbrace{\int_{\forall} \rho\, V \frac{\partial V}{\partial x}\, \mathrm{d}\forall}_{\text{(II)}} \Big) = 0, \tag{3.10}$$

članovi u zagradi sa predznakom minus predstavljaju komponente *inercijalne sile*. Uvođenjem inercijalnih sila, prema Dalamberovom (D'Alembert) principu, problem dinamike se svodi na problem statike. U tom smislu, izraz (3.10) predstavlja uslov ravnoteže sila u pravcu x, koji kaže da zbir svih sila (uključujući inercijalne sile) u pravcu toka mora biti jednak nuli.

Član (I) u izrazu (3.10) predstavlja komponentu inercijalne sile koja proizilazi iz *lokalnog* ubrzanja:

$$\int_{\forall} \rho \frac{\partial V}{\partial t}\, \mathrm{d}\forall = \int_{x_1}^{x_2} \rho \frac{\partial V}{\partial t}\, A_g\, \mathrm{d}x = \rho\, A_g\, L \frac{\partial V}{\partial t}. \tag{3.11}$$

Član (II) predstavlja komponentu inercijalne sile koja proizilazi iz *konvektivnog* ubrzanja:

$$\int_{\forall} \rho\, V \frac{\partial V}{\partial x}\, \mathrm{d}\forall = 0. \tag{3.12}$$

Uslov (3.12) proizilazi iz $A_g = \text{const}$, što znači da je u bilo kom trenutku brzina u cevi u svim presecima ista, pa je izvod $\partial V/\partial x = 0$. Jednačina (3.10) se dakle svodi na oblik:

$$\rho\, A_g\, L \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \Sigma F_x. \tag{3.13}$$

Radi se o običnoj diferencijalnoj jednačini prvog reda po brzini V. Za njeno rešavanje potreban je početni uslov: $V(0) = 0$ (zato je problem „početni").

Površinske sile koje deluju na fluid unutar kontrolne zapremine sastoje se od: sila pritiska, sile trenja po zidovima cevi i sile kojom kontura deluje na fluid, kao što je shematski prikazano na Slici 3.14.

Intenzitet sila pritiska u graničnim presecima kontrolne zapremine su:

$$P_1 = \rho\, g\, H_o\, A_g; \qquad P_2 = \rho\, g\, h\, A_g, \tag{3.14}$$

a njihova razlika je u bilo kom trenutku:

$$P_1 - P_2 = \rho\, g\, A_g\, (H_o - h) = \rho\, g\, A_g\, H. \tag{3.15}$$

Intenzitet sile trenja je u opštem obliku:

$$T = \frac{1}{2}\, C_\tau\, \rho\, O_g\, L\, V^2, \tag{3.16}$$

gde je C_τ – bezdimenzioni koeficijent trenja, a O_g – okvašeni obim galerije.

Sila kojom kontura deluje na fluid unutar kontrolne zapremine predstavlja silu *reakcije* na silu kojom voda deluje na provodnik kroz koji teče. Naime, voda pritiska pojedine delove galerije tamo gde se kontura galerije geometrijski naglo menja (na ulazu, u krivini, na zatvaraču itd.). Ta mesta se identifikuju kao mesta lokalnih gubitaka energije. Ne ulazeći zasad u definisanje pojedinačnih gubitaka, intenzitet sile kojom kontura deluje na fluid može se definisati opštim izrazom:

$$F_s = \frac{1}{2}\, C_s\, A_g\, V^2, \tag{3.17}$$

gde je C_s – simbol bezdimenzionog koeficijenta *svih* lokalnih otpora.

Bilansna jednačina (3.13), koja važi u svakom trenutku, svodi se na oblik:

$$\frac{L}{g}\, \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = P_1 - P_2 - T - F_s, \tag{3.18}$$

a uvođenjem izraza (3.15), (3.16) i (3.17), može se napisati u razvijenom obliku:

$$\frac{L}{g}\, \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = H - C_\tau \frac{L}{R_g}\, \frac{V^2}{2g} - C_s\, \frac{V^2}{2g}, \tag{3.19}$$

gde je $R_g = A_g/O_g$ – hidraulički radijus galerije.

Svi članovi jednačine (3.19) predstavljaju sile po jedinici težine i imaju dimenziju dužine (m). Izvod $\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$ predstavlja inercijalnu silu po jedinici mase, a proizvod $(1/g)\, \mathrm{d}V/\mathrm{d}t$ (tzv. „inercijalni član"), istu silu po jedinici težine.

Bezdimenzioni koeficijent trenja C_τ u (3.19) može se zameniti nekim od češće korišćenih empirijskih koeficijenata, na primer, Darsi-Vajsbahovim (Darcy, Weisbach): $C_\tau = \lambda/4$. U tom slučaju se gubitak na trenje može napisati u obliku: $\xi_t(V^2/2g)$, gde je $\xi_t{=}(\lambda\, L)/(4\, R_g)$.

Koeficijent C_s se takođe može definisati empirijski, shodno prirodi lokalnih otpora koji su ovim koeficijentom obuhvaćeni (ulaz, rešetka, krivina, zatvarač, itd.).

Oznaka C_s zameniće se za sada oznakom $\Sigma\xi$ da bi se ukazalo na činjenicu da se radi o sabiranju svih lokalnih gubitaka energije.

Koeficijent $\Sigma\xi$ množi „brzinsku visinu" $V^2/(2g)$, koja predstavlja kinetičku energiju po jedinici težine. Tako jednačina (3.19) dobija novi oblik:

$$\frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = H - (\xi_t + \Sigma\xi)\,\frac{V^2}{2g}. \tag{3.20}$$

Može se shvatiti da je to poseban oblik jednačine održanja energije, prilagođen neustaljenom tečenju.

Da bi se bliže definisali članovi u zagradi jednačine (3.20), uzeće se kao primer čeoni sistem punjenja kroz kratke galerije, prikazan na Slici 3.6. Pored linijskog gubitka energije na trenje duž galerije (koji zavisi od dužina galerije L i koeficijenta trenja ξ_t), tu se javljaju sledeći lokalni gubici energije:

– na ulazu ξ_{ul};
– na rešetkama koje štite ulazni i izlazni otvor $2\,\xi_r$;
– u krivinama $2\,\xi_k$;
– na zatvaraču ξ_z;
– na potopljenom izlazu ξ_{iz}.

Tada je jednačina (3.20) u razvijenom obliku:

$$\frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = H - (\xi_{ul} + 2\,\xi_r + 2\,\xi_k + \xi_t + \xi_z + \xi_{iz})\,\frac{V^2}{2g}. \tag{3.21}$$

Vrednosti navedenih koeficijenta će se definisati kasnije. Za sada je dovoljno napomenuti da su vrednosti svih koeficijenata nepromenljive po vremenu, osim vrednosti koeficijenta lokalnog gubitka na zatvaraču ξ_z. Ta vrednost se vremenom menja, u zavisnosti od položaja zatvarača, odnosno stepena njegove otvorenosti. Zato je neophodno da se gubici na zatvaraču zadaju u vidu funkcije $\xi_z(t)$.

Sabiranjem lokalnih gubitaka koji ne zavise od vremena: $\xi_s = \xi_{ul} + 2\,\xi_r + 2\,\xi_k + \xi_t + \xi_{iz}$, osnovna jednačina (3.20) dobija sledeći oblik:

$$\frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} = H(t) - [\xi_s + \xi_z(t)]\,\frac{V(t)^2}{2g}. \tag{3.22}$$

U ovoj diferencijalnoj jednačini prvog reda figurišu dve nepoznate: V i H. Da bi se problem rešio, neophodna je još jedna jednačina. Nedostajuća jednačina je jednačina održanja mase (kontinuiteta), koja preko denivelacije H i površine vode u komori $\Omega = L_{kp}\,B_{kp}$, uspostavlja vezu između protoka u dovodnom sistemu i zapremine vode u komori:

$$-\Omega\,\frac{\mathrm{d}H(t)}{\mathrm{d}t} = 2\,A_g\,V(t). \tag{3.23}$$

Znak minus na levoj strani datog izraza ukazuje na to da denivelacija opada sa vremenom, a dotok u komoru $A_g\,V(t)$ se množi sa dva, jer se dovodni sistem sastoji od dve galerije.

Konačno, proračun čeonog punjenja brodske prevodnice kroz kratke galerije svodi se na rešavanje sisema od dve obične diferencijalne jednačine prvog reda (3.22) i (3.23), sa odgovarajućim početnim uslovima: $V(0) = 0; H(0) = H_p$, gde je: $H_p -$ početna (zadata) denivelacija.

Zamenom: $H(t) = H_o - h(t)$, problem se može definisati preko dubine u komori:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{L}{g}\,\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} = H_o - h(t) - [\xi_s + \xi_z(t)]\,\frac{V(t)^2}{2g} \\ &\Omega\,\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t} = 2A_g V(t) \\ &V(0) = 0;\;\; h(0) = H_{kp}. \end{aligned}} \tag{3.24}$$

Kako je: $\mathrm{d}H/\mathrm{d}t = -\mathrm{d}h/\mathrm{d}t$, znak na levoj strani jednačine kontinuiteta u sistemu (3.24) je sada pozitivan, što je fizički opravdano, jer dubina u komori pri njenom punjenju vremenom raste.

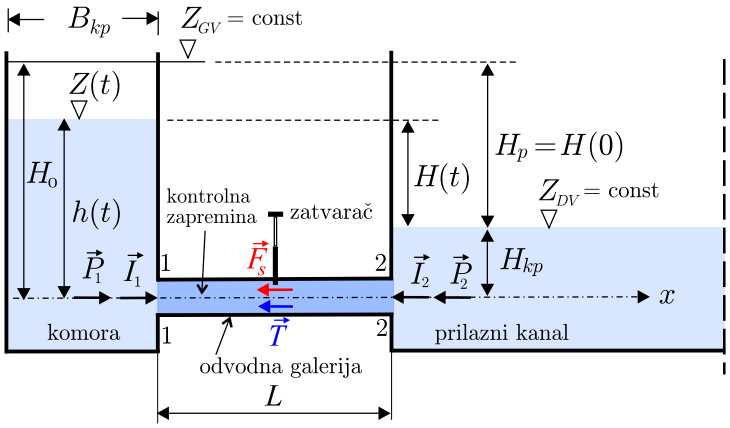
Kako se u praksi visinski položaj objekata definiše apsolutnim kotama, sistem (3.24) se može formulisati preko kote nivoa u komori $Z(t)$ (Slika 3.14):

$$\begin{aligned} &\frac{L}{g}\,\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} = Z_{GV} - Z(t) - [\xi_s + \xi_z(t)]\,\frac{V(t)^2}{2g} \\ &\Omega\,\frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t} = 2A_g V(t) \\ &V(0) = 0;\;\; Z(0) = Z_{DV}. \end{aligned} \tag{3.25}$$

Pražnjenje komore. Imajući u vidu skicu na Slici 3.15, lako se može doći do sistema jednačina analognog onom za punjenje komore (3.24).

Uvodeći zamenu: $H(t) = h(t) - H_{kp}$, (na nizvodnom kraju komore nema praga, pa je dubina u komori H_{kp} jednaka dubini u prilaznom kanalu), dolazi se do sistema jednačina sa dubinom $h(t)$ kao nepoznatom:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{L}{g}\,\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} = h(t) - H_{kp} - [\xi_s + \xi_z(t)]\,\frac{V(t)^2}{2g} \\ &-\Omega\,\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t} = 2\,A_g V(t) \\ &V(0) = 0;\;\; h(0) = H_o, \end{aligned}} \tag{3.26}$$



Slika 3.15: *Skica za izvođenje osnovnih jednačina pražnjenja komore.*

ili, alternativno, sa kotom nivoa $Z(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} &= Z(t) - Z_{DV} - [\xi_s + \xi_z(t)]\,\frac{V(t)^2}{2g} \\ -\Omega\,\frac{\mathrm{d}Z(t)}{\mathrm{d}t} &= 2A_g V(t) \\ V(0) = 0;\quad Z(0) &= Z_{GV}. \end{aligned} \tag{3.27}$$

Rezime. Problem punjenja i pražnjenja prevodnica se u matematičkom smislu smatra početnim problemom, koga definiše sistem od dve obične diferencijalne jednačine prvog reda po vremenu, sa početnim uslovima. Rešenje problema su: srednja brzina u galeriji $V(t)$ i dubina u komori $h(t)$ (alternativno, kota nivoa $Z(t)$). Osnovne jednačine su nelinearne i moraju se numerički rešavati.

3.3.2 Rešavanje osnovnih jednačina

Male denivelacije koje su karakteritične za sisteme koncentrisanog čeonog punjenja imaju za posledicu relativno mala ubrzanja $\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$. Pored toga, galerije čeonih sistema su kratke, tako da je količnik L/g mali broj. Imajući to u vidu, inercijalni član $(L/g)\ \mathrm{d}V/\mathrm{d}t$ u osnovnim jednačinama se može zanemariti bez većeg uticaja na rezultate proračuna.

Punjenje komore. Izostavljanje inercijalanog člana svodi prvu jednačinu sistema (3.24) na jednačinu potopljenog isticanja:

$$V(t) = C_Q(t)\,\sqrt{2g\,[H_o - h(t)]}, \tag{3.28}$$

gde je *koeficijent protoka*:

$$C_Q(t) = \frac{1}{\sqrt{\xi_s + \xi_z(t)}}. \tag{3.29}$$

Zamenom (3.28) u drugu jednačinu sistema (3.24) dobija se:

$$\Omega \frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t} = C_Q(t)\,(2A_g)\,\sqrt{2g\,[H_0 - h(t)]} \;=\; Q(t). \tag{3.30}$$

Način proračuna funkcije $C_Q(t)$ zavisi od karakteristika konkretnog dovodnog sistema, što će u nastavku biti pokazano.

Može se konstatovati da je izostavljanjem inercijalnog čana, početni problem za prevodnice sa čeonim koncentrisanim punjenjem značajno uprošćen, jer je sveden na *običnu diferencijalnu jednačinu prvog reda po nepoznatoj dubini*, sa odgovarajućim početnim uslovom:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t} \;= \frac{2A_g\,C_Q(t)\sqrt{2g\,[H_o - h(t)]}}{\Omega} = \frac{Q(t)}{\Omega} \\ &h(0) = H_{kp};\;\; Q(0) = 0. \end{aligned}} \tag{3.31}$$

Pražnjenje komore. Analogno se može pokazati da je problem pražnjenja komore takođe definisan jednom diferencijalnom jednačinom, sa odgovarajućim početnim uslovom:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{-\,2A_g\,C_Q(t)\sqrt{2g\,[h(t) - H_{kp}]}}{\Omega} = \frac{-\,Q(t)}{\Omega} \\ &h(0) = H_o;\;\; Q(0) = 0. \end{aligned}} \tag{3.32}$$

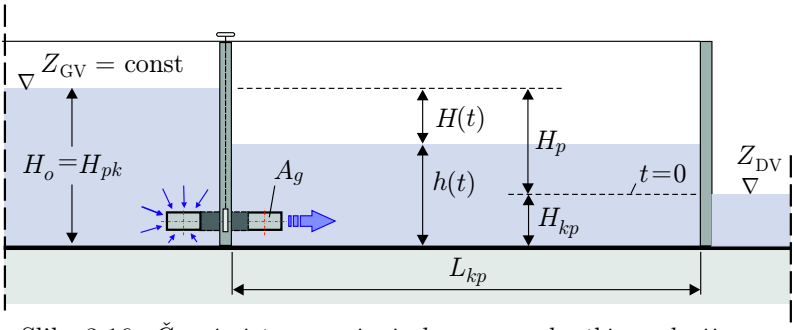
Vidi se da su jednačine (3.31) i (3.32) nelinearne po h, pa se moraju numerički rešavati. Rešenje $h(t)$ podrazumeva istu trenutnu dubinu u celoj komori, što je u skladu sa pretpostavkom horizontalnog nivoa i kvaziustaljenog režima.

Ovo uprošćenje je fizički opravdano samo ukoliko su promene hidrauličkih veličina po vremenu veoma blage. Taj uslov može biti ispunjen ako je pobuda kontrolisana, tj. ako je podizanje zatvarača dovoljno sporo.

Računski model, zanovan na jednačinama (3.31) i (3.32) kvalifikuje se kao „neinercijalni" model iz upravo navednih razloga. Sada će se navedene jednačine prilagoditi konstruktivnim karakteristikama čeonih sistema, pri čemu se razmatraju dva sistema čeonog punjenja komore: (a) potopljenim isticanjem kroz kratke galerije i (b) isticanjem ispod ustave-kapije. (Isticanje kroz otvore – klinkete, računa se kao kroz kratke galerije, ali sa odgovarajućim, manjim gubicima.)

3.3.2.1 Čeoni sistemi sa kratkim galerijama

Na Slici 3.16 je dat shematski prikaz ovog sistema, sa oznakama koje se koriste u proračunu.



Slika 3.16: *Čeoni sistem punjenja komore sa kratkim galerijama.*

Izrazi (3.31) i (3.32) prilagođeni ovom čeonom sistemu daju sledeće jednačine:

(a) Punjenje komore

$$\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t} = F(t,h,C_Q,C); \quad h(0) = H_{kp}$$

$$F(t,h,C_Q,C) = C\ C_Q(t)\ [H_o - h(t)]^{1/2} \quad \text{– potopljeno isticanje}$$

$$C = 2A_g\sqrt{2g}/\Omega = \text{const.}$$

(b) Pražnjenje komore

$$\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t} = F(t,h,C_Q,C); \quad h(0) = H_o; \quad C_Q(0) = 0.$$

$$F(t,h,C_Q,C) = C\ C_Q(t)\ [h(t) - H_{kp}]^{1/2} \quad \text{– potopljeno isticanje}$$

$$C = -2A_g\sqrt{2g}/\Omega = \text{const.}$$

(3.33)

Oznake su: $Q(t)$ – trenutni protok, $2\,A_g$ – površina poprečnog preseka obe galerije, $\Omega = L_{kp}\,B_{kp}$ – površina komore u osnovi, $H_o = H_p + H_{kp}$ – dubina u prilaznom kanalu uzvodno od komore, $h(t)$ – trenutna dubina u komori.

Vrednost C_Q se menja tokom vremena sa podizanjem zatvarača i promenom površine isticajnog preseka. Ako se unapred definiše stepen otvorenosti zatvarača po vremenu, površina „aktivnog" poprečnog preseka galerije je u svakom trenutku poznata. To omogućava da se, *unapred* sračunaju vrednosti koeficijenta lokalnih i linijskih gubitaka, a preko njih, vrednosti koje određuju zavisnost $C_Q(t)$. Kako ova zavisnost, preko $\xi_z(t)$, u sebi već sadrži promenu površine isticajnog preseka, u proračunu punjenja/pražnjenja komore se može uvek računati sa površinom „punog" preseka galerije $A_g = \text{const}$. Ako se ovaj presek (koji je dovoljno udaljen od zatvarača), uzme za referentni presek, odgovarajuća brzina toka V postaje „referentna brzina", pa je odgovarajuća brzinska visina $V^2/(2g)$ merodavna za obračun energetskih gubitaka.

Imajući u vidu da, shodno (3.30), koeficijent C_Q obuhvata linijske i lokalne gubitke energije preko sumarnog koeficijenta ξ_s, a gubitak na zatvaraču preko koeficijenta $\xi_z(t)$, za proračun vrednosti ovih koeficijenata, a zatim i trenutne vrednosti C_Q, neophodno je poznavanje svih detalja konstrukcije čeonog sistema sa dovodnim galerijama. Tada se mogu koristiti empirijski podaci iz literature [31, 32, 56, 58].

• *Ulaz*: $\xi_{ul} = 0{,}25 \div 0{,}50$ (zaobljen/oštroivični).

• *Rešetka*: $\xi_r = \beta \sin\alpha_r \, (d_r/b_r)^{4/3}$, gde je: $\beta-$koeficijent oblika šipki (za šipke kružnog preseka $\beta = 2{,}42$), α_r – ugao nagiba rešetke (za vertikalnu je: $\alpha_r = 90^o$), d_r – prečnik, a b_r – razmak šipki (tipične vrednosti: $d_r = 0{,}03$ m, $b_r = 0{,}20$ m).

• *Krivina*: $\xi_k = 0{,}124 + 3{,}1\,[b_g/(2R_k)]^{3{,}5}$, gde je $b_g -$ širina galerije (pravougaoni presek), a $R_k -$ poluprečnik krivine čiji je centralni ugao 90°.

• *Linijski gubici – trenje*: $\xi_t = \lambda\, L/(4R_g)$, gde je $\lambda -$ koeficijent trenja, $L -$ dužina galerije po osovini, $R_g -$ hidraulički radijus galerije. Veza Darsi-Vajsbahovog koeficijenta λ i Maningovog koeficijenta n je: $\lambda = 125\, n^2 (4R_g)^{-1/3}$ [35, 24] (tipične vrednosti za beton: $n = 0{,}012 \div 0{,}016$ m$^{-1/3}$s).

• *Izlaz*: $\xi_{iz} = 1{,}0$ (kod potopljenog isticanja ova vrednost ukazuje na potpunu transformaciju kinetičke energije izlaznog mlaza u potencijalnu energiju vode u komori, pretpostavljajući da se ta transformacija odvija na kratkom odstojanju od izlaza).

Kao što je već navedeno, sumarni koeficijent svih *vremenski nezavisnih* gubitaka energije u sistemu je: $\xi_s = \xi_{ul} + 2\,\xi_r + 2\,\xi_k + \xi_t + \xi_{iz}$.

• *Zatvarač*. Za određivanje funkcije $\xi_z(t)$, neophodno je znati tip zatvarača i pronaći odgovarajuće podatke u hidrauličkim priručnicima (npr. [32, 58]) ili katalozima proizvođača.

Podaci se daju u vidu zavisnosti vrednosti koeficijenta ξ_z od stepena otvorenosti zatvarača n_o (Tabela 3.2, grafikon na Slici 3.12).

Za potrebe hidrauličkog proračuna, funkcija $\xi_z(n_o)$ se mora transformisati u funkciju $\xi_z(t)$. To je moguće ako se unapred usvoji zakon otvaranja zatvarača $n_o = n_o(t)$. Najčešće se koristi *linearan* zakon, koji podrazumeva konstantnu brzinu otvaranja zatvarača.

Kada se odrede vrednosti svih koeficijenata energetskih gubitaka, primenom izraza (3.29) može se definisati funkcija $C_Q(t)$, kao što pokazuje primer u nastavku.

■ **Primer 3.3.** Odrediti funkciju promene koeficijenta protoka u periodu punjenja brodske prevodnice, koristeći podatke iz Primera 3.2 i Tabele 3.2. Zakon otvaranja tablastog zatvarača je linearan, sa trajanjem otvaranja $t_z = 630$ s.

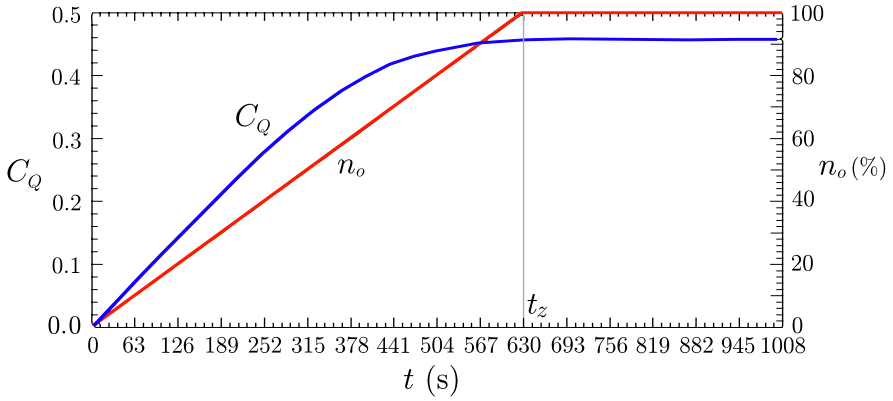
Rešenje. Vrednosti koeficijenata: $\xi_u = 0{,}5$; $\xi_r = 0{,}19$; $\xi_k = 1{,}2$ ($R_k = 2{,}2$ m);

$\xi_t = 0{,}25$ ($L = 16{,}4$ m, $R_g = 0{,}38$ m, $\lambda = 0{,}023$). Sumiranjem: $\xi_s = 4{,}53$.

Pri linearnom otvaranju zatvarača koje traje $t_z = 630$ s, donja ivica tablastog zatvarača prevali odstojanje koje je jednako visini galerije $a_g = 1{,}0$ m, tako da je brzina podizanja zatvarača: $1/630 = 0{,}0016$ m/s. Iz zadate funkcije $\xi_z(n_o)$ može se rekonstruisati zavisnost $\xi_z(t)$, jer je kod linearnog zakona otvaranja zatvarača: $t = n_o\, t_z = n_o\, 630$ s. Rezultati proračuna dati su u Tabeli 3.3 i na Slici 3.17.

Tabela 3.3: *Primer* 3.3: *rezultati proračuna.*

t (s)	n_o	ξ_z	$\xi_s + \xi_z$	C_Q
0	0,0	–	–	0,000
63	0,1	193,25	197,78	0,071
126	0,2	44,75	49,28	0,142
189	0,3	18,05	22,58	0,210
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
567	0,9	0,34	4,87	0,453
630	1,0	0,25	4,78	0,457
1000	1,0	0,25	4,78	0,457



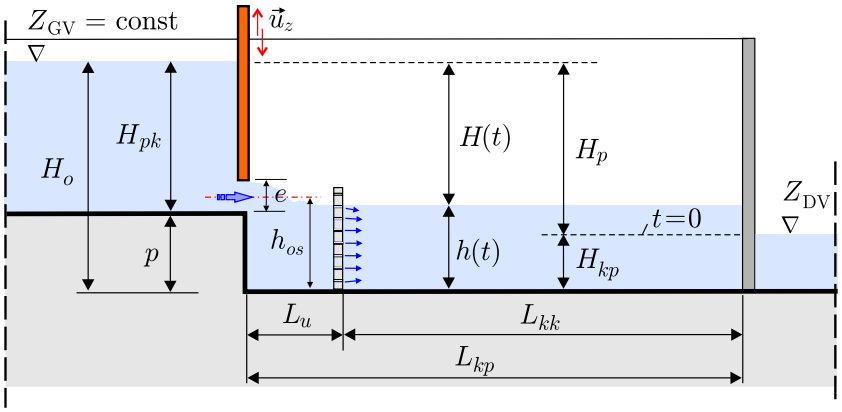
Slika 3.17: *Primer* 3.3: *zakon otvaranja zatvarača i vrednosti koeficijenta protoka.*

3.3.2.2 Čeoni sistemi sa ustavama

Pretpostavimo da je isticanja vode ispod ustave. Prema teoriji isticanja kroz velike otvore, karakter isticanja (slobodno ili potopljeno) određuju: konstantna dubina u prilaznom kanalu uzvodno od komore H_{pk} (ili H_o), trenutna visina otvora ispod podižuće kapije-ustave $e(t)$ i dubina u komori $h(t)$ (Slika 3.18).

Tokom punjenja komore, smenjuju se tri režima isticanja ispod ustave:

1 – *slobodno isticanje*, dok dubina u komori ne dostigne visinu praga: $h(t) \le p$;
2 – *delimično potopljeno isticanje*, kada dubina prevaziđe visinu praga, ali je još manja od visine otvora ispod ustave: $p < h \le p + e$;



Slika 3.18: *Čeoni sistem sa ustavom-kapijom i pragom; ukupna dužina komore L_{kp} obuhvata korisnu dužinu komore L_{kk} i dužinu komore za umirenje L_u.*

3 – *potpuno potopljeno isticanje*, kada je otvor dostigao maksimalnu vrednost: $h(t) \geq p + e$.

Računski model se pojednostavljuje ako se zanemari faza relativno kratkotrajnog isticanja kroz delimično potopljeni otvor, pa se razmatraju samo slobodno i potpuno potopljeno isticanje. Kao referentni nivo uzima se visina *osovine otvora* $h_{os}(t)$; kada je trenutna dubina u komori ispod ovog nivoa ($h(t) < h_{os}(t)$), isticanje je slobodno; kada je dubina u komori iznad referentnog nivoa ($h(t) \geq h_{os}(t)$), isticanje je potopljeno (Slika 3.18).

Izraz (3.31) prilagođen ovom konceptu daje sledeće formule:

$$\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t} = F(t, h, h_{os}, C_u); \quad h(0) = H_{kp}$$

$$F(t, h, h_{os}, C_u) = \begin{cases} C_u\, e(t)\, [H_o - h_{os}(t)]^{1/2} & - \text{nepotopljeno: } h(t) < h_{os}(t) \\ C_u\, e(t)\, [H_o - h(t)]^{1/2} & - \text{potopljeno: } h(t) \geq h_{os}(t) \end{cases}$$

$$C_u = C_Q \sqrt{2g}/L_{kp} = \mathrm{const.}$$

(3.34)

Napomena 1. Kod ovog tipa čeonog punjenja komore, vrednosti koeficijenta protoka C_Q se menjaju tokom vremena sa podizanjem ustave i zavise od trenutnog odnosa $H_{pk}/e(t)$. Ali, zbog male visine e u odnosu na visinu H_{pk}, vrednosti C_Q se neznatno menjaju, pa se može uzeti da je: $C_Q = \mathrm{const}$ (0,60 ili 0,61) [6, 56, 85].

Napomena 2. Komore koje se pune sa čela kroz ustave, po pravilu se prazne kroz kratke galerije ili kroz klinkete u dvokrilnoj kapiji. Kao što je veće rečeno,

proračun punjenja/pražnjenja kroz klinkete je u osnovi isti kao kroz kratke galerije, ali sa odgovarajućim gubicima energije.

3.3.2.3 Numeričke sheme

Za rešavanje početnog problema (3.33) ili (3.34) mogu se koristiti razne numeričke metode. One se zasnivaju na *diskretizaciji* računske oblasti (t, h) nizom tečaka u kojima se traži *približno* rešenje. Ovde se razmatraju najpoznatije klasične metode rešavanja običnih diferencijalnih jednačina (ODJ), kao što su varijante Ojlerove (Euler) metode i metode Runge-Kuta (Runge-Kutta). Detaljnije informacije o razmatranim metodama mogu se naći u brojnoj literaturi iz numeričke analize, npr. [2, 21, 75, 77, 80], kao i u mnoštvu izvora na internetu.

Eksplicitna Ojlerova metoda. Razmatraju se jednačine (3.33) sa početnim uslovom: $t = 0$; $h(0) = H_{kp}$. Eksplicitna Ojlerova metoda podrazumeva da se izvod definiše konačnom „razlikom unapred":

$$\mathrm{d}h/\mathrm{d}t \equiv F(t,h) \approx [h(t+\Delta t) - h(t)]/\Delta t.$$

Ako se problem posmatra u koordinatnom sistemu (h,t) i ako se apscisa t diskretizuje nizom vremenskih preseka „i" ($i = 0, 1, 2, \ldots$), problem se rešava u trenutku t_{i+1} na osnovu poznate vrednosti u prethodnom trenutku t_i. Pri tome je najčešće vremenski interval (računski korak) $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ konstantan.

Osnovni izraz eksplicitne Ojlerove metode ima oblik:

$$h_{i+1} = h_i + \Delta t\, F_i \equiv h_i + \Delta t\, F(t_i, h_i), \tag{3.35}$$

gde $F_i = F(t_i, h_i)$ označava odgovarajuću funkciju punjenja/pražnjenja komore[2].

Računski postupak, čija je grafička interpretacija data na Slici 3.19, veoma je jednostavan i sastoji se od četiri koraka:

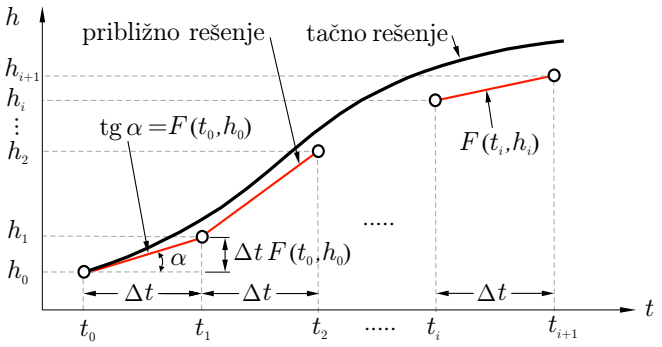
1.	u datom („i"-tom) trenutku poznata je dubina:	$t_i : h_i$
2.	sračunati vrednost funkcije F:	$F_i = F(t_i, h_i)$
3.	povećati vremensku koordinatu:	$t_{i+1} = t_i + \Delta t$
4.	sračunati novu dubinu:	$h_{i+1} = h_i + \Delta t\, F_i$.

Ojlerova metoda zahteva izuzetno kratak korak Δt, jer se greška uvećava u svakom računskom koraku (Slika 3.20). Nekontrolisani rast greške dovodi do numeričke nestabilnosti. Zato se eksplicitna Ojlerova metoda retko koristi u praksi.

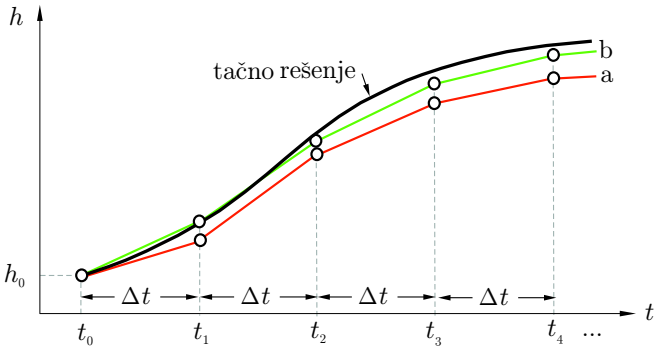
Poboljšana Ojlerova metoda. Ova numerička shema uzima u obzir nagib tangente u obe razmatrane tačke, F_i i F'_{i+1}, pa se kao merodavna veličina uzima njihova aritmetička sredina, kao što je prikazano na Slici 3.21:

$$h_{i+1} = h_i + \Delta t\,(F_i + F'_{i+1})/2. \tag{3.36}$$

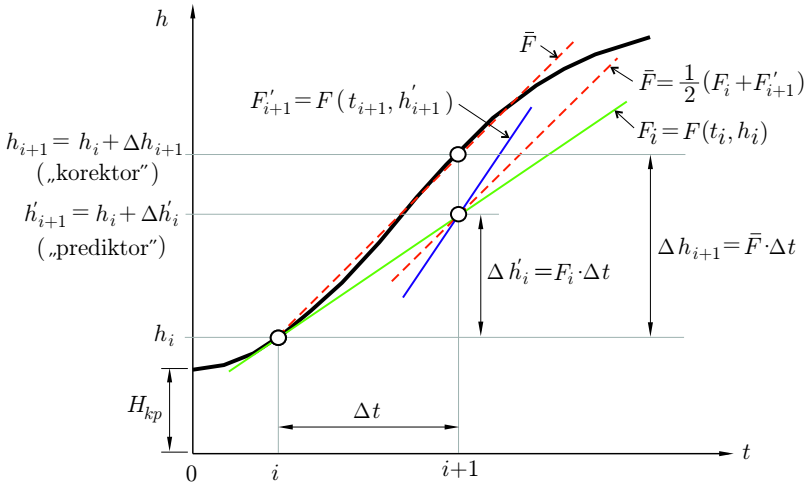
[2] Iz liste argumenata funkcije F ovde su naznačeni samo glavni arugmenti t i h, a izostavljeni su argumenti $C_Q(t), C$ iz jednačine (3.33), odnosno $e(t), h_{os}(t), C_u$ iz jednačine (3.34), jer su za opis algoritma od sekundarnog značaja.



Slika 3.19: *Grafička interpretacija Ojlerove metode: veličina F predstavlja nagib tangente na funkciju rešenja u datom trenutku.*



Slika 3.20: *Akumulacija greške:* a – *Ojlerova i* b – *Poboljšana Ojlerova metoda.*



Slika 3.21: *Grafička interpretacija Poboljšane Ojlerove metode.*

Ovakav postupak se može interpretirati kao etapno rešavanje u dva računska koraka: u prvom se proceni rešenje („prediktor"), a zatim se u drugom, procenjeno rešenje koriguje („korektor"). Uslovi stabilnosti navedenih shema mogu se naći u literaturi [2, 21, 77].

Primenom u hidraulici prevodnica, osnovno rešenje je nivogram – funkcija $h(t)$, a iz nje proizilaze ostale hidrauličke zavisnosti: $H(t)$, $Q(t)$, $V(t)$.

Implicitna Ojlerova metoda. Implicitna varijanta Ojlerove metode je bezuslovno stabilna [21], tako da je valjana alternativa Poboljšanoj Ojlerovoj metodi. Osnovni izraz ima oblik:

$$h_{i+1} = h_i + \Delta t\, F_{i+1} \equiv h_i + \Delta t\, F(t_{i+1}, h_{i+1}). \tag{3.37}$$

Može se primetiti da se na obe strane ove jednačine javlja nepoznata h_{i+1} (otuda atribut „implicitna"). Za rešavanje nepoznte h_{i+1} mora se *na svakom računskom koraku* primeniti neka od iterativnih metoda za rešavanje nelinearne algebarske jednačine. Jedna od tih metoda je „Metoda sukcesivne zamene", po kojoj se rešenje neke funkcije napisane u obliku $x = g(x)$ dobija iterativnim postupkom [2, 77]:

$$x^{it+1} = g(x^{it}) \qquad (it = 0, 1, 2, \ldots) \tag{3.38}$$

gde je „it" oznaka tekuće iteracije. Dovoljan uslov za konvergenciju metode zamene je: $|g'(x)| < 1$ [77]. Poboljšana i implicitna Ojlerova metoda su prvog reda tačnosti [2, 21].

Metode iz klase Runge-Kuta. Postoji više varijantnih numeričkih postupaka pod imenom Runge-Kuta (Runge-Kutta). Ovde se razmatraju eksplicitne varijante drugog i četvrtog reda, sa konstantnim računskim korakom. Obe varijante se odnose na jednačinu (3.33), sa početnim uslovom: $t_1 = 0$; $h_1 = H_{kp}$. U svakom računskom koraku, dubina h_2 se računa pomoću obrazaca koji slede.

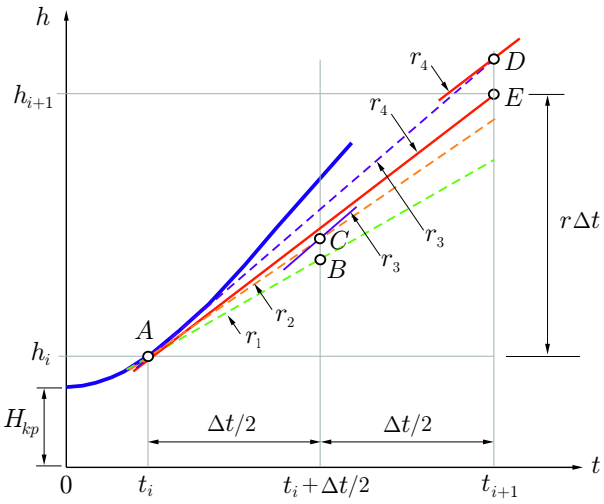
(a) metoda Runge-Kuta *drugog* reda (RK2):

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= F(t_1, h_1) \\ r_2 &= F(t_1 + \Delta t, h_1 + \Delta t\, r_1) \\ h_2 &= h_1 + \tfrac{1}{2}\Delta t\,(r_1 + r_2) \end{aligned}\right\} \tag{3.39}$$

(b) metoda Runge-Kuta *četvrtog* reda (RK4):

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= F(t_1, h_1) \\ r_2 &= F(t_1 + \tfrac{1}{2}\Delta t, h_1 + \tfrac{1}{2}\Delta t\, r_1) \\ r_3 &= F(t_1 + \tfrac{1}{2}\Delta t, h_1 + \tfrac{1}{2}\Delta t\, r_2) \\ r_4 &= F(t_1 + \Delta t, h_1 + \Delta t\, r_3) \\ r &= \tfrac{1}{6}\Delta t\,(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4) \\ h_2 &= h_1 + r\,\Delta t \end{aligned}\right\} \tag{3.40}$$

Grafička interpretacija metode RK4 je data na Slici 3.22.

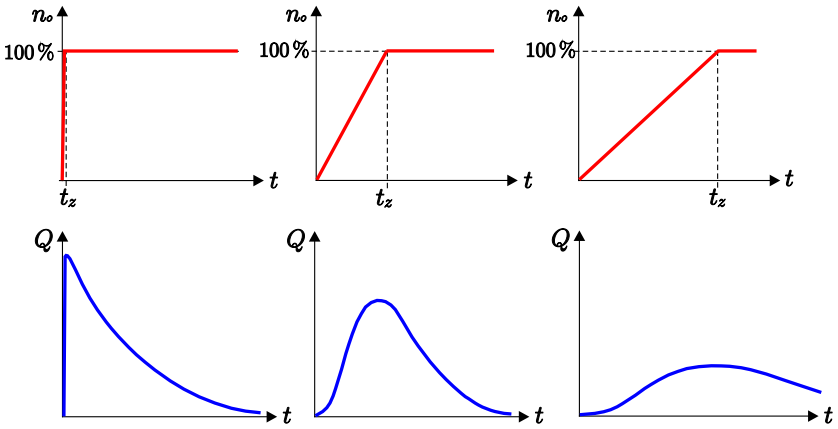


Slika 3.22: *Metoda* RK4.
Nagib tangente u proizvoljnoj tački A funkcije rešenja $h(t)$ *je:* $r_1 = F(t_i, h_i)$. *Tangenta seče vertikalu iz* $t_i + \Delta t/2$ *u tački B, u kojoj je nagib tangente:* $r_2 = F(t_i + \Delta t/2, h_i + r_1\,\Delta t/2)$.
Iz tačke A se povlači prava sa nagibom r_2, *koja seče vertikalu iz* $t_i + \Delta t/2$ *u tački C. U ovoj tački se traži nagib:* $r_3 = F(t_i + \Delta t/2, h_i + r_2\,\Delta t/2)$.
Prava povučena iz A sa nagibom r_3 *seče vertikalu* $t_i + \Delta t$ *u tački D. Nagib u tački D je:* $r_4 = F(t_i + \Delta t, h_i + r_3\,\Delta t)$.
Usvaja se osrednjeni nagib: $r = (1/6)(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$.
Prava (*crvene boje*), povučena iz tačke A sa usvojenim nagibom, seče vertikalu $t_i + \Delta t$ u tački E, koja daje rešenje: $h_{i+1} = h_i + r\,\Delta t$.

Metoda RK2 odgovara razvoju funkcije rešenja do prva dva člana Tejlorovog (Taylor) reda, tako da je greška metode *reda veličine* Δt^3. Ona je ekvivalentna prethodno opisanoj Poboljšanoj Ojlerovoj metodi.

Metoda RK4 odgovara razvoju funkcije do prva četiri člana Tejlorovog reda, tako da je greška metode reda veličine Δt^5 [21, 75, 80]. Napominje se da postoje i varijante metoda RK2 i RK4 sa promenljivim korakom, koje se primenjuju kod složenijih problema [75].

U hidraulici prevodnica, prethodno opisani numerički postupci daju skoro istovetne rezultate. Na rezultate proračuna značajno utiču fizički faktori, kao što su: tip zatvarača, način i trajanje njegovog otvaranja (t_z). Ilustracije radi, na Slici 3.23 je shematski prikazan uticaj dužine linearnog otvaranja zatvarača na hidrogram punjenja komore.



Slika 3.23: *Pri skoro trenutnom otvaranju zatvarača* ($t_z \approx 0$)*, dotok u komoru je isključivo određen trenutnom denivelacijom:* $Q = f(H)$*; pri postepenom otvaranju* ($t_z > 0$)*, dotok zavisi od trenutne denivelacije i površine isticajnog poprečnog preseka:* $Q = f(H,\, A_g)$*, odnosno* $Q = f(H,\, e\, B_{kp})$.

3.3.3 Sile koje deluju na plovila u komori

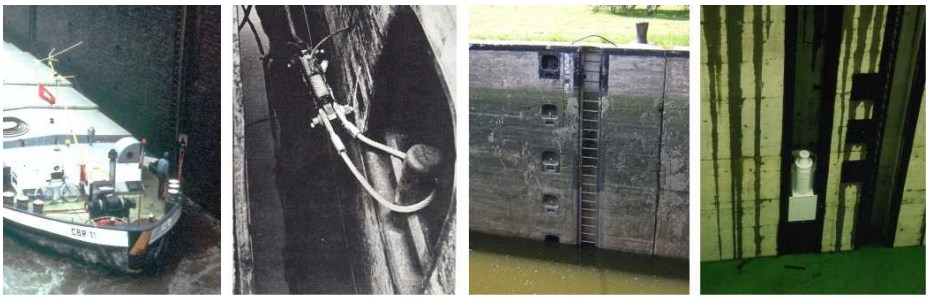
Prevođenje plovila karakteriše niz hidrauličkih, međusobno interaktivnih procesa koji utiču na stabilnost plovila. Na početku punjenja komore sa čeonim napajanjem, dolazi do povećanja dubine na uzvodnom kraju i uspostavljanja uzdužnog nagiba nivoa ka zatvorenom kraju komore, gde se tok zaustavlja, a njegova kinetička energija se transformiše u potencijalnu energiju. To se manifestuje izdizanjem nivoa i pojavom „kontra nagiba" ka uzvodnom kraju komore. Superpozicija ovih uticaja ima za posledicu hidrodinamičku silu koja deluje na plovila, vezana pričvrsnim (najčešće čeličnim) užadima za zidove komore (Slike 3.24 i 3.25).

Proračun intenziteta sile koja deluje na plovilo, a koja se prenosi na užad, ima za cilj proveru da li je brzina punjenja i pražnjenje komore dobro odabrana, pa su plovila u komori bezbedna, ili nije dobro odabrana, pa može doći do pucanja užadi i havarije plovila.

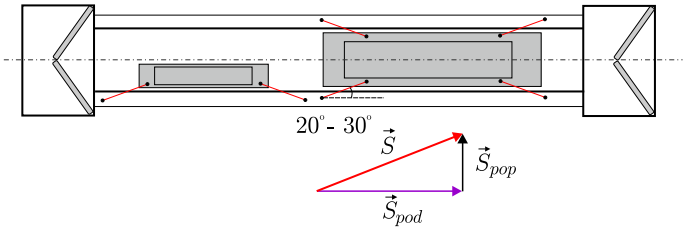
Sila koja deluje na plovilo (ili potiskivani sastav) može se razložiti na podužnu i poprečnu komponentu: $\vec{S} = \vec{S}_{pod} + \vec{S}_{pop}$ (Slika 3.25). Za proveru stabilnosti plovila u toku prevođenja bitna je podužna komponenta i ona se računa, a poprečna komponenta se obično zanemaruje, ili se njen intenzitet usvaja prema podacima iz literature: $S_{pop} = (0{,}3 \div 0{,}5)\, S_{pod}$ [56].

Treba razlikoviti silu koja deluje na brod (plovilo) i silu u pričvrsnim užadima. Sila koja deluje na brod je direktno odraz trenutnog hidrauličkog stanja u toku prevođenja, dok je sila u pričvrsnim užadima zavisna i od drugih uticaja.

Proces prenosa sile od mesta delovanja, preko linija povezivanja do bitvi u zidovima komore, opisuje se u brodskoj hidrodinamici konceptom opruge sa tegom [112, 113].



Slika 3.24: *Vezivanje plovila u komori; sleva udesno: vezivanje plovila, nepokretne bitve, pokretna – plutajuća bitva* [39].



Slika 3.25: *Vezivanje plovila tokom prevođenja; kod rečnih brodova dovoljna su dva užeta zategnuta pod uglom od oko* $20^o \div 30^o$, *dok se kod rečno-morskih brodova koristi veći broj užadi.*

U zavisnosti od intenziteta prednaprezanja (zatezanja) užadi, sila usled talasnog kretanja u komori izaziva ubrzanje broda u pravcu i smeru delujuće sile. Sa kretanjem broda, užad se rasteže. Deformacija užadi mora biti u granicama tolerancije, odnosno užad mora da izdrži kvazistatičku težinu broda i inercijalnu silu broda u pokretu. Pri tome, stvarana sila u užadima zavisi i od stepena predzatezanja, vrste i dužine užadi, načina privezivanja itd.

Matematičko modeliranje shodno konceptu opruge sa tegom, unelo bi dodatnu složenost numeričkog modela, sa dodatnim neizvesnostima. Takav model bi iziskivao uvođenje parametara čije vrednosti nisu unapred poznate (predzatezanje, ugao vezivanja, stepen istrošenosti užadi), a tokom prevođenja su promenljive (npr. način rukovanja – prevezivanja na nepokretne bitve).

Sve što je prethodno navedeno čini da numerički modeli (kao uostalom i fizički modeli), nemaju mogućnost realnog modeliranja sila u užadima na ponovljiv način.

Iz tog razloga, veličina koja se jedino relativno pouzdano može modelirati je hidrodinamička *sila koja deluje na brod*[3]. Ova sila ne sme da premaši neku graničnu vrednost, koja, pored čvrstoće na zatezanje, uzima u obzir i prethodno navedene neizvesnosti u vezi sa užadima i njihovim rukovanjem.

[3]U ovoj knjizi koristiće se termin „sila na brod", iako se podrazimeva da se u širem smislu, ovaj termin odnosi na brodove raznih dimenzija i nosivosti, kao i na potiskivani sastav koji se tretira kao „veliki brod".

Nastanak sile na brod. Zaboravimo za trenutak uprošćeni neinercijalni model i hipotezu kvaziustaljenog strujanja sa konstantnim nivoom u komori. Fizičke pojave koje izazivaju pojavu podužne sile su (Slika 3.26):

- neustaljeno (talasno) strujanje izazvano otvaranjem zatvarača;
- promena količine kretanja usled zaustavljanja toka na zatvorenom kraju komore;
- mlazevi koji ističu iz dovodnog sistema (klinketa, galerija);
- otpor oblika plovila izloženog opstrujavanju;
- trenje po uronjenom delu trupa plovila.

Dominiraju prva dva uticaja, pa se preostali uticaji najčešće izostavljaju iz razmatranja.

Intenzitet sile na brod. Najveći uticaj ima translatorni talas iniciran otvaranjem zatvarača. Podužni nagib linije nivoa I_1 koji se javlja pri punjenju komore, a koji je posledica talasnog (neustaljenog) strujanja, prikazan je na Slici 3.27.

Na istoj slici prikazan je i podužni nagib I_2, koji je posledica promene količine kretanja usled zaustavljanja toka na zatvorenom kraju komore. Naime, pri čeonom punjenju komore, ulazna brzina V_k se smanjuje duž komore, a na mestu zatvorene kapije je: $V_k = 0$. Tu se celokupna kinetička energija transformiše u potencijalnu energiju, što se manifestuje izdizanjem nivoa, tj. povećanjem dubine. Kao rezultat, javlja se stacionarni podužni nagib I_2.

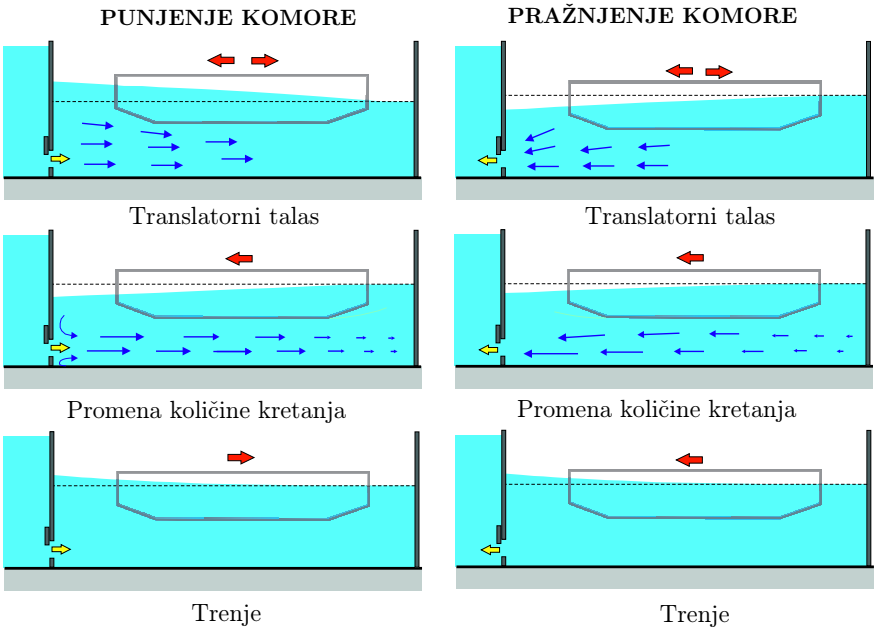
Ako je G_{pl} masa (deplasman) broda, njegova težina je: $D = g\,G_{pl}$. Usled naginjanja broda, javljaju se komponente težine $D_\xi = G\,\sin\alpha$ i $D_\eta = G\,\cos\alpha$ (Slika 3.27). Od interesa je komponenta D_ξ, jer ona određuje podužnu silu na brod S_{pod}.

Imajući u vidu da je pri kontrolisanom punjenju, nagib nivoa u komori (ugao koji nivo zaklapa sa horizontalom) veoma mali, može se napisati: $\sin\alpha \approx \mathrm{tg}\,\alpha = \Delta h/\Delta x$, gde Δh – priraštaj dubine koji odgovara priraštaju odstojanja Δx. Odavde sledi da se podužna sila u bilo kom trenutku može izraziti na dva načina:

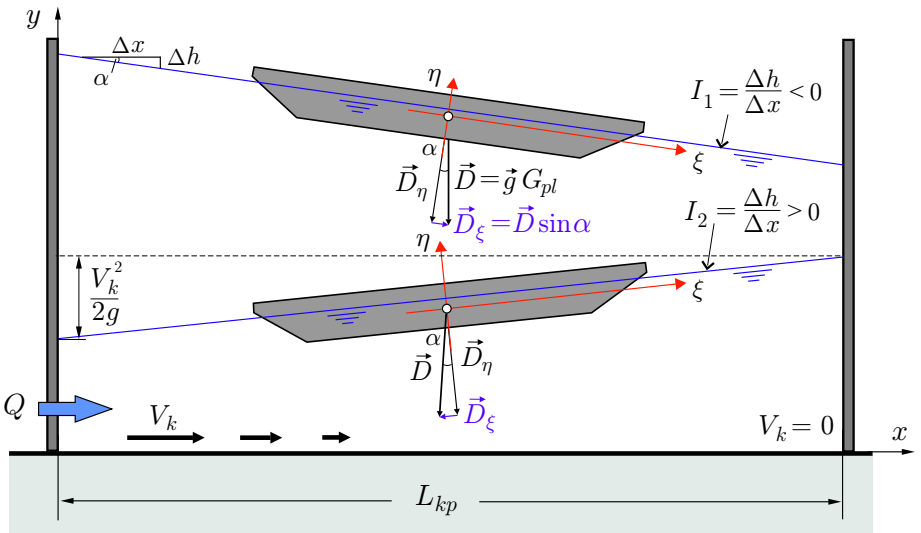
$$\begin{aligned} S_{pod} &= D_\xi\,\sin\alpha \approx (g\,G_{pl})\,\frac{\Delta h}{\Delta x} \quad [\mathrm{kN}];\\ S^*_{pod} &= \frac{S_{pod}}{g\,G_{pl}} = \frac{\Delta h}{\Delta x} \qquad\qquad [‰]. \end{aligned} \tag{3.41}$$

Nagib nivoa $\Delta h/\Delta x$ koji je merodavan u izrazima (3.41) nastaje superpozicijom nagiba I_1 i I_2 i predstavlja *osrednjeni* nagib nivoa duž komore (Slika 3.27). Objedinjujući opisane uticaje, dolazi se do izraza za intenzitet sile na brod:

$$\boxed{\begin{aligned} S_{pod} &= g\,G_{pl}\,(I_1 + I_2) \quad [\mathrm{kN}];\\ S^*_{pod} &= I_1 + I_2 \qquad\qquad [‰]. \end{aligned}} \tag{3.42}$$



Slika 3.26: *Komponente podužne sile koja deluje na brod u komori prevodnice sa čeonim sistemom punjenja* [117].



Slika 3.27: *Položaj broda koje prati nagib nivoa vode u komori; gore: podužni nagib I_1 izazvan neustaljenim tečenjem; dole: podužni nagib I_2 usled izdizanja nivoa na zatvorenom kraju komore; nagib broda pokazuje rotirajući koordinatni sistem (ξ, η) sa početkom u težišnoj tački broda.*

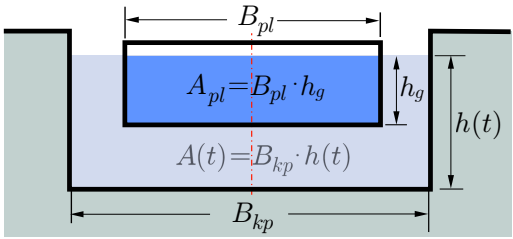
Proračun podužnog nagiba nivoa. Kod modela koji su zasnovani na rešavanju kompletnih jednačina neustaljenog tečenja (Poglavlje 4), izvod $\mathrm{d}h/\mathrm{d}x$ predstavlja deo rešenja, pa se time lako dobija nagib I_1. Međutim, uprošćeni model sa horizontalnim nivoom u komori ne omogućava da se sila na brod računa direktno na osnovu nagiba I_1, već se to mora obaviti na posredan način. Rešenje je da se koristi hidrogram (koji je poznat).

Vezu između dubine i protoka daje dinamička jednačina neustaljenog tečenja [38]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + g\,A\,\frac{\partial h}{\partial x} + g\,A\,I_e = 0, \tag{3.43}$$

gde je: A – površina poprečnog preseka, a I_e – nagib linije energije. Pojednostavljeni pristup podrazumeva da se u komori sa plovilom, površina poprečnog preseka jednostavno redukuje: $A - A_{pl}$ (Slika 3.28), pa je:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A - A_{pl}}\right) + g\,(A - A_{pl})\,\frac{\partial h}{\partial x} + g\,(A - A_{pl})\,I_e = 0. \tag{3.44}$$



Slika 3.28: *Poprečni presek komore sa brodom.*

Iz prethodnog izraza sledi:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{-1}{g\,(A - A_{pl})}\left[\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (Q^2)}{\partial x} + I_e\right]. \tag{3.45}$$

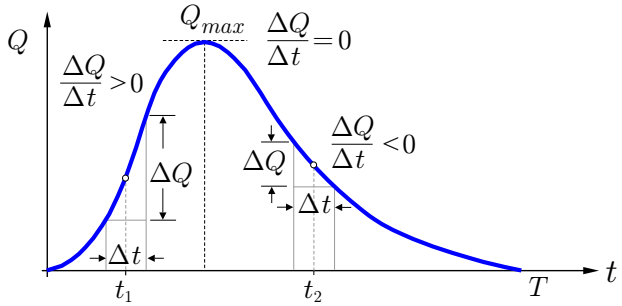
Ako se poslednja dva člana u zagradama na desnoj strani ove jednačine (konvektivno ubzanje i gubitak energije), zanemare, jer je dominantan prvi član (lokalno ubrzanje), a zatim izvodi aproksimiraju konačnim razlikama, dobija se:

$$\frac{\Delta h}{\Delta x} \equiv I_1 \approx -\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)\frac{1}{g\,(A - A_{pl})}. \tag{3.46}$$

Priraštaji $\Delta Q/\Delta t$ računaju se diskretizacijom hidrograma $Q(t)$ (Slika 3.29). Izvod $\Delta Q/\Delta t$ može se računati konačnim razlikama unazad:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_{i+1} - Q_i}{t_{i+1} - t_i}, \tag{3.47}$$

gde je $i = 1, 2, 3, \ldots$ – indeks vremenskog trenutka.



Slika 3.29: *Numeričko određivanje nagiba tangente na hidrogram punjenja komore. (Hidrogram u obliku „glatke" krive je karakterističan samo za uprošćeni računski model; složeniji modeli daju hidrograme koji imaju blago oscilatoran karakter)*.

Za definisanje podužnog nagiba I_2 može u svakom trentuku poslužiti trenutna brzina strujanja vode u komori:

$$V_k = \frac{Q}{B_{kp}\, h - A_{pl}}. \tag{3.48}$$

Ova brzina je najveća neposredno nizvodno od mesta upuštanja vode. Zanemarujući usputnu disipaciju energije, može se usvojiti da brzina linearno opada duž komore i da je na njenom zatvorenom kraju: $V_k = 0$. Već je rečeno da tu dolazi do transformacije kinetičke energije toka u potencijalnu energiju, što dovodi do izdizanja nivoa i formiranja nagiba I_2. Taj nagib odražava smanjenje kinetičke energije, od početne vrednosti (po jedinici težine) $V_k^2/(2g)$, do nule, kao što pokazuje Slika 3.27. Može se zaključiti da je približno:

$$I_2 = \frac{V_k^2}{2g\, L_{kp}}. \tag{3.49}$$

Znak podužne sile. Prema (3.46), u početnoj fazi punjenja komore (u periodu rastuće grane hidrograma $\Delta Q/\Delta t > 0$), znak osrednjenog nagiba nivoa (kao i sile) je negativan ($\Delta h/\Delta x < 0$). Obrnuto je u periodu opadajuće grane hidrograma. Intuitivno, čini se ispravnije da se znak sile veže za nagib nivoa (koji je vidljiv), nego za protok (koji je računska kategorija). Ipak, neki autori se opredeljuju da koriste hidrogram pri definisanju znaka sile [117], pa su dva načina definisanja znaka sile u suprotnosti. To samo pokazuje da je znak sile stvar konvencije.

Dopuštena podužna sila. Sa promenom protoka i nivoa u komori, tokom vremena se menja i sila na brod. Najveći sračunati intenzitet sile upoređuje se sa intenzitetom *dopuštene podužne sile*, koja se definiše empirijskim izrazima tipa:

$$\boxed{S_{dop} = a\,(g\, G_{pl})^b \quad [\text{kN}],} \tag{3.50}$$

gde G_{pl} deplasman broda (u tonama), $g\,G_{pl}$ je težina broda (u kN), a a i b su empirijske konstante. Prema Mihajlovu je: $a = 1/40$; $b = 3/5$ [56], Novaku: $a = 1/20$; $b = 3/5$ [65], a prema Partenskom: $a = 1/60$; $b = 1$ [62].

U Holandiji su na snazi ova ograničenja bezdimenzione podužne sile [61]:

$$\frac{S_{dop}}{g\,G_{pl}} = \begin{cases} 1{,}5\,‰ & \text{– samohodna plovila nosivosti do 600 t} \\ 1{,}0\,‰ & \text{– samohodna plovila nosivosti do 2000 t} \\ 0{,}7 \div 1{,}0\,‰ & \text{– potiskivani sastavi nosivosti do 10800 t} \end{cases} \tag{3.51}$$

Prekoračenje dopuštene sile može dovesti do pucanja pričvrsnih užadi. Sila kidanja najjačeg čeličnog kabla $\varnothing 22$ mm iznosi oko 100 kN. (Elastična najlonska užad bolje reaguju na sile zatezanja.)

Podužna sila na brod se može smanjiti eksploatacionim i konstruktivnim merama. To se postiže usporavanjem otvaranja zatvarača, što ima za posledicu smanjenje dotoka u komoru i produženje vremena punjenja komore (Slika 3.23).

Kod čeonih sistema, to se može postići i konstruktivnim rešenjima koja doprinose većoj disipaciji energije ulaznog toka – upuštanjem vode kroz veći broj (manjih) otvora i/ili optimizacijom dimenzija komore za umirenje.

Potiskivani sastavi. Empirijski je utvrđeno da u slučaju potiskivanih sastava, nije preporučljivo da se intenzitet podužne sile računa prostim sabiranjem mase pojedinačnih plovila, već aritmetičkim osrednjavanjem: (i) sile koja odgovara jednom (najvećem) plovilu u nizu i (ii) sile koja odgovara nizu svih čeono spojenih plovila, kao fiktivnom „dugačkom" brodu:

$$S_{pod} = \frac{1}{2}\,(S_{pod,1} + S_{pod,n_L})\,. \tag{3.52}$$

U ovom izrazu je: $S_{pod,1}$ – sila koja deluje na jedno plovilo, a S_{pod,n_L} – sila koja deluje na niz od n_L čeono spojenih plovila.

Ograničenja uprošćenih modela. Osnovno ograničenje je nedostatak informacija o režimu strujanja u komori, jer se ne može dobiti stvaran raspored protoka, brzine i dubine duž komore, već se rezultat proračuna svodi na dve globalne zavisnosti $Q(t)$ i $h(t)$, reprezentativne za celu komoru.

Iz ovoga proizilazi da je problematična i pouzdanost određivanja sile na brod, koja se ne računa direktno iz nagiba nivoa, već indirektno, pomoću hidrograma. Pri tome, taj hidrogram je „ispeglan" – u vidu glatke krive (Slika 3.29), dok je u stvarnosti blago oscilatoran, kao što će se videti u narednom poglavlju.

Iz navedenih razloga, uprošćeni model može poslužiti jedino kao sredstvo brze procene, a nikako kao alat za ozbiljno projektovanje prevodnica.

3.3.4 Računski primeri

■ **Primer 3.4.** Koristeći algoritam Poboljšane Ojlerove metode, sračunati trajanje punjenja i pražnjenja komore prevodnice koja se puni sa čela, kroz kratke galerije. Ulazni podaci:

– dimenzije komore: 180/13/2,8 m, početna denivelacija: $H_p = 5$ m;
– površina preseka obe galerije: $2\,A_g = 6{,}4$ m^2;
– zbir konstantnih koeficijenata gubitaka u sistemu: $\xi_s = 4{,}53$;
– zatvarač tablasti, zakon otvaranja linearan: $t_z = 630$ s; korak $\Delta t = 63$ s;
– deplasman plovila $G_{pl} = 1000$ t, širina $B_{pl} = 12$ m, maksimalni gaz $h_g = 2{,}2$ m.

Rešenje. Funkcija $C_Q(t)$ je preuzeta iz primera 3.3. Rezultati „ručnog" proračuna dati su u Tabeli 3.4. Proračun intenziteta sile na brod prikazan je u Tabeli 3.5. Grafički prikaz rezultata dat je na Slici 3.30.

Na Slici 3.31 su prikazani rezultati proračuna pražnjenja komore. Hidrogram pražnjenja je identičan hidrogramu punjenja, ali sa negativnim predznakom. Isto je i sa brzinama u odvodnoj galeriji. Pri kraju pražnjenja kada $h \to H_{kp}$, sila na brod naglo raste jer vrednost imenitelja $A - A_{pl}$ u izrazu (3.42) postaje veoma mala.

■ **Primer 3.5.** Ispitati na koji način zakon otvaranja tablastog zatvarača utiče na režim punjenja prevodnice iz prethodnog Primera 3.4. Uporediti rezultate dobijene za: (a) linearni zakon otvaranja; (b) prekidno linearni zakon (Tabela 3.6) i (c) nelinearni zakon (Tabela 3.7). U sva tri slučaja, trajanje otvaranja zatvarača je isto $t_z = 630$ s (10,5 min).

Tabela 3.6: *Primer* 3.5: *prekidno linearni zakon otvaranja zatvarača.*

t (s)	0	180	450	630
n_o (%)	0	50	50	100

Tabela 3.7: *Primer* 3.5: *nelinearni zakon otvaranja zatvarača.*

t (s)	0	60	120	180	240	300	360	420	480	540	630
n_o (%)	0	4,8	9,5	15,1	21,7	29,9	39,1	50,0	62,7	76,6	100

Rešenje. Zakoni otvranja zatvarači su prikazani u grafičkom obliku na Slici 3.32. Proračun je obavljen[4] sa vremenskim korakom $\Delta t = 30$ s.

Rezultati su prikazani na Slici 3.32. Može se zaključiti: razmatrani zakoni ne utiču bitno na veličinu vršnog protoka, ali utiču na vreme njihove pojave i na trajanje punjenja komore. Prekidni zakon (b) daje „izlomnjen" hidrogram, sa nižim sekundarnim pikom. Zakon (c) je nepovoljniji od druga dva, jer proizvodi i veću silu na brod.

[4] Softver CSN

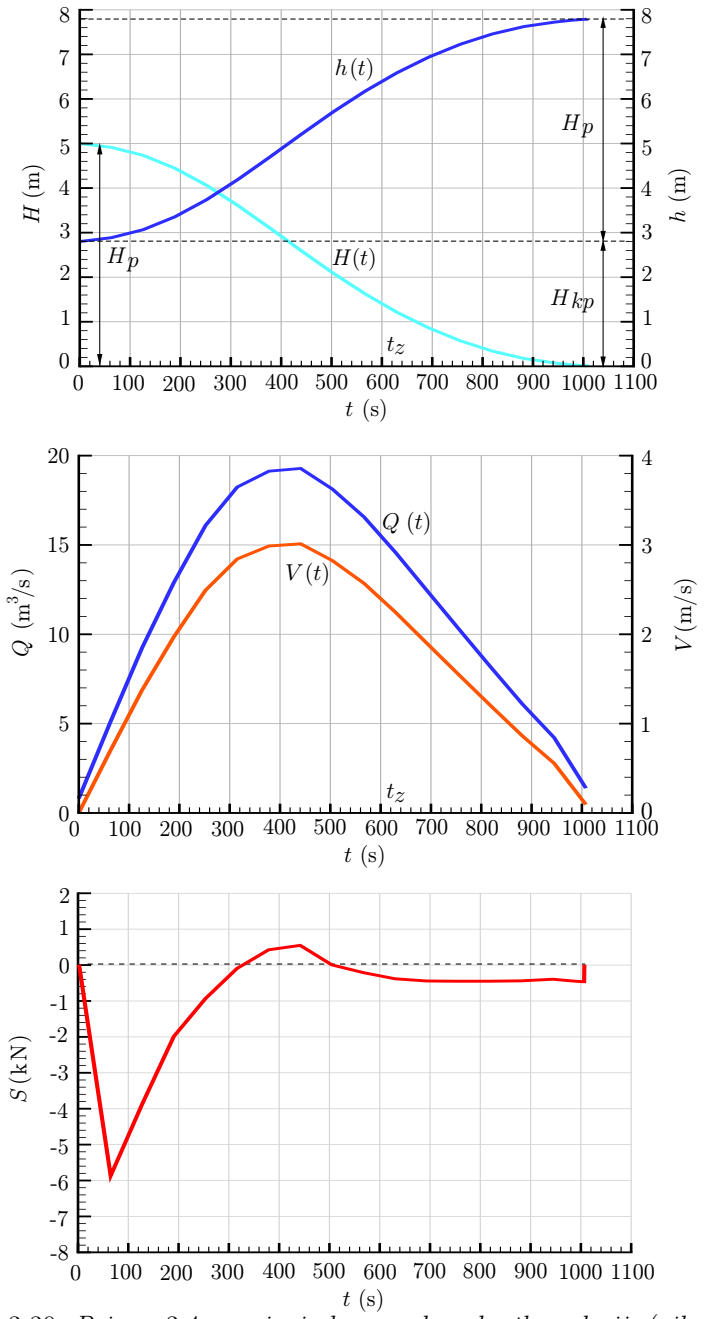
Tabela 3.4: *Primer* 3.4: *proračun punjenja komore kroz kratke galerije.*

i (-)	t_i (s)	h_i (m)	F_i (m/s)	$(\Delta t)_i$ (s)	t_{i+1} (s)	h'_{i+1} (m)	$C_{Q,i+1}$ (-)	F'_{i+1} (m/s)	$\bar{F}_{i+1}$ (m/s)	$(\Delta h)_{i+1}$ (m)	h_{i+1} (m)	F_{i+1} (m/s)	H_{i+1} (m)	Q_{i+1} (m^3/s)	V_{i+1} (m/s)
1	0	2,8	0	63	63	2,8	0,071	0,0019	0,0010	0,061	2,861	0,0019	4,939	4,48	0,70
2	63	2,861	0,0019	63	126	2,981	0,142	0,0038	0,0029	0,180	3,040	0,0038	4,760	8,81	1,38
3	126	3,040	0,0038	63	189	3,278	0,210	0,0054	0,0046	0,289	3,330	0,0054	4,470	12,61	1,97
4	189	3,330	0,0054	63	252	3,669	0,278	0,0069	0,0061	0,386	3,715	0,0068	4,085	15,95	2,49
5	252	3,715	0,0068	63	315	4,145	0,337	0,0078	0,0073	0,461	4,176	0,0078	3,624	18,19	2,84
6	315	4,176	0,0078	63	378	4,666	0,385	0,0082	0,0080	0,505	4,681	0,0082	3,119	19,26	3,01
7	378	4,681	0,0082	63	441	5,199	0,421	0,0082	0,0082	0,519	5,199	0,0082	2,601	19,27	3,01
8	441	5,199	0,0082	63	504	5,718	0,440	0,0077	0,0080	0,502	5,701	0,0077	2,099	18,06	2,82
9	504	5,701	0,0077	63	567	6,187	0,453	0,0070	0,0073	0,463	6,164	0,0070	1,636	16,43	2,57
10	567	6,164	0,0070	63	630	6,606	0,457	0,0061	0,0065	0,412	6,576	0,0061	1,224	14,35	2,24
11	630	6,576	0,0061	63	693	6,962	0,457	0,0051	0,0056	0,353	6,929	0,0052	0,871	12,10	1,89
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

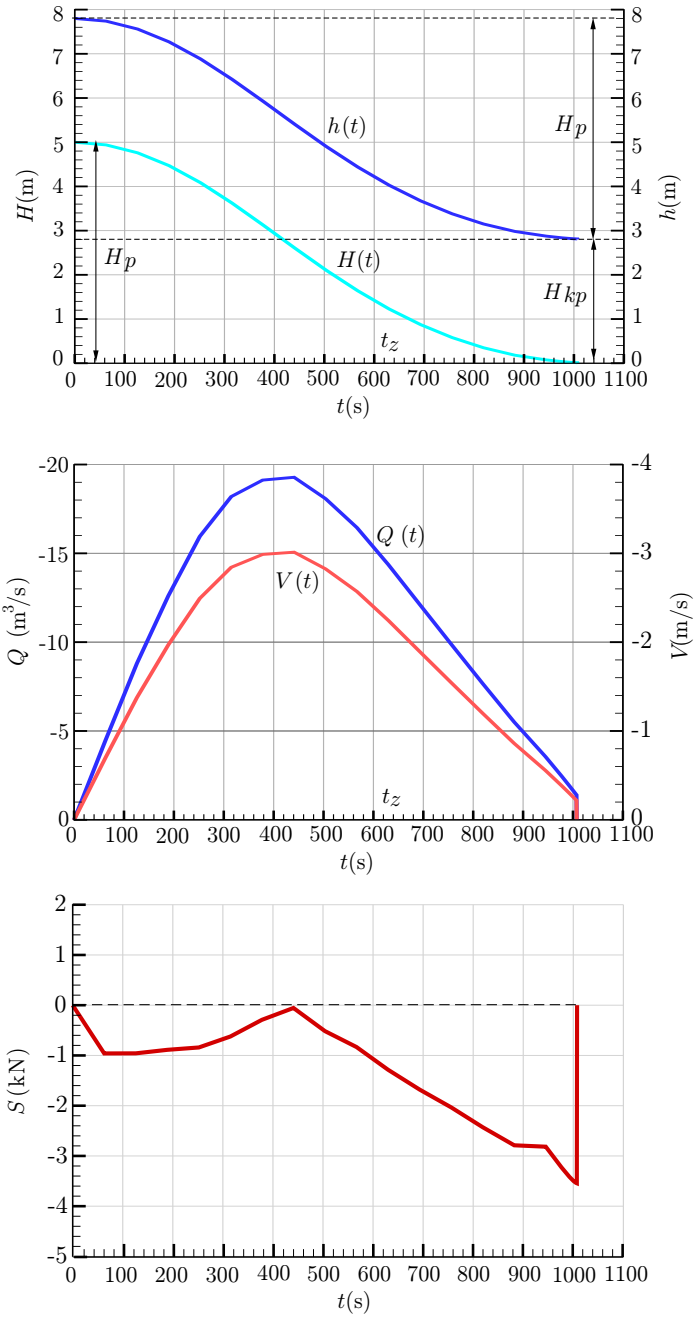
Tabela 3.5: *Primer* 3.4: *proračun intenziteta podužne sile* $(S \equiv S_{pod})$.

i (-)	t_i (s)	h_i (m)	H_i (m)	Q_i (m^3/s)	$V_{k,i}$ (m/s)	$(\Delta t)_i$ (s)	$(\Delta Q)_i$ (m^3/s)	$(\Delta Q/\Delta t)_i$ (m^3/s^2)	$I_{1,i}$ (-)	$I_{2,i}$ (-)	$(I_1+I_2)_i$ (-)	S_i (kN)
1	0	2,8	5	0	0							0
2	63	2,861	4,939	4,48	0,42	63	4,48	0,0711	-6,72E-04	4,88E-05	-6,23E-04	-6,11
3	126	3,040	4,760	8,81	0,67	63	4,33	0,0687	-5,34E-04	1,28E-04	-4,06E-04	-3,99
4	189	3,330	4,470	12,61	0,75	63	3,80	0,0603	-3,64E-04	1,58E-04	-2,06E-04	-2,02
5	252	3,715	4,085	15,95	0,73	63	3,34	0,0530	-2,47E-04	1,50E-04	-9,66E-05	-0,95
6	315	4,176	3,624	18,19	0,65	63	2,24	0,0356	-1,30E-04	1,20E-04	-9,50E-06	-0,09
7	378	4,681	3,119	19,26	0,56	63	1,07	0,0170	-5,03E-05	8,85E-05	3,82E-05	0,38
8	441	5,199	2,601	19,27	0,47	63	0,01	0,0002	-3,93E-07	6,20E-05	6,16E-05	0,60
9	504	5,701	2,099	18,06	0,38	63	-1,21	0,0192	-4,10E-05	4,06E-05	-4,65E-07	0,00
10	567	6,164	1,636	16,43	0,31	63	-1,63	0,0259	-4,91E-05	2,65E-05	-2,26E-05	-0,22
11	630	6,576	1,224	14,35	0,24	63	-2,08	0,0330	-5,70E-05	1,67E-05	-4,03E-05	-0,39
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

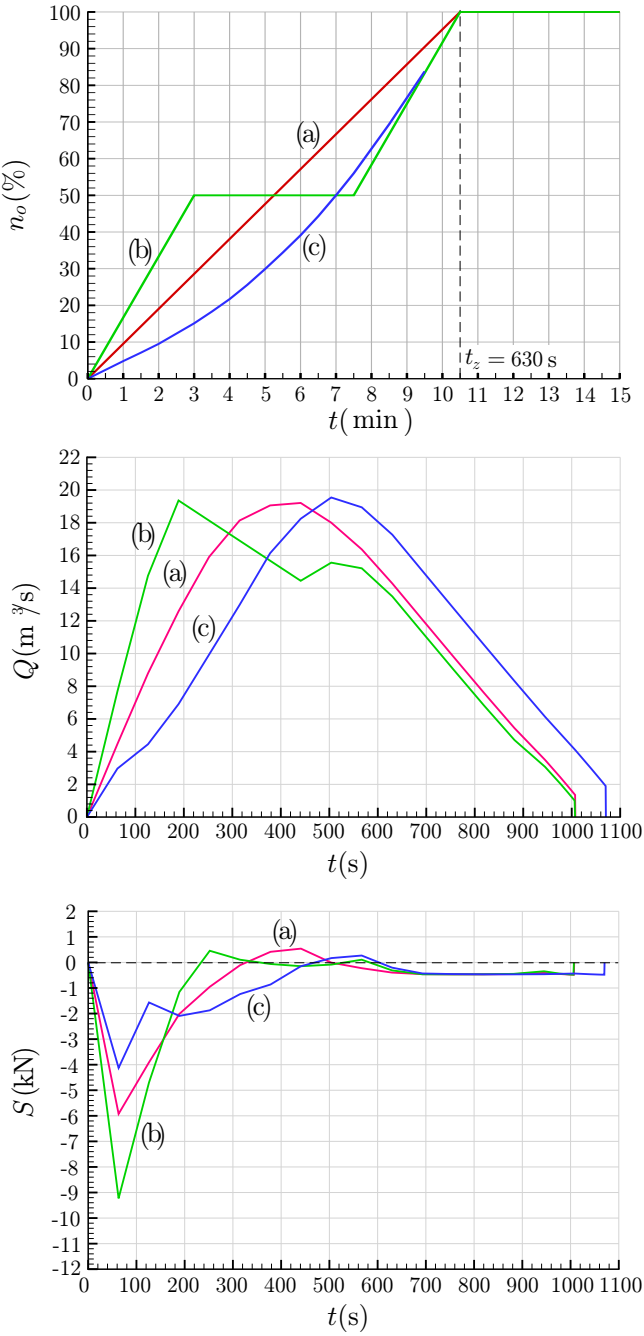
Napomena: Da bi se što tačnije utvrdio kraj punjenja, prirašaj Δt se, u završnoj fazi proračuna može iz koraka u korak polovljenjem smanjivati.



Slika 3.30: *Primer* 3.4: *punjenje komore kroz kratke galerije* (*sila* $S \equiv S_{pod}$) .



Slika 3.31: *Primer* 3.4: *pražnjenje komore kroz kratke galerije.*



Slika 3.32: *Primer* 3.5: *zakoni otvaranja zatvarača.*

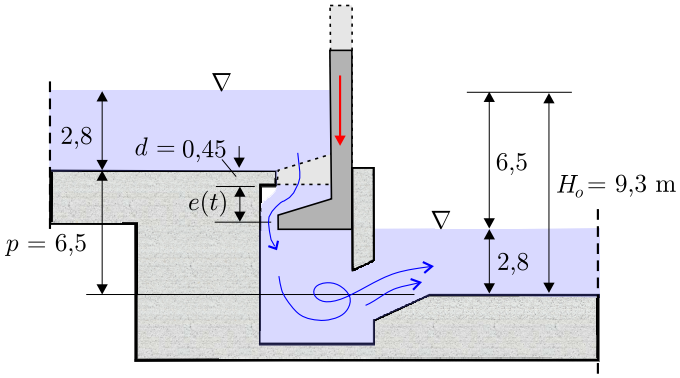
■ **Primer 3.6.** Obaviti proračun punjenja prevodnice sa čela, isticanjem ispod kapije, ako su poznati sledeći podaci:

– dimenzije komore: $L_{kp}/B_{kp}/H_{kp} = 75/13{,}5/2{,}5$ m;
– početna denivelacija $H_p = 6$ m, visina praga $p = 4$ m;
– koeficijent isticanja: $C_Q = 0{,}61$;
– zakon podizanja tablaste kapije-ustave linearan, $t_z = 300$ s;
– računski korak: $\Delta t = 10$ s;
– maksimalna visina isticajnog otvora ispod ustave: $e_{max} = 0{,}8$ m;
– plovilo: deplasman $G_{pl} = 1000$ t, širina $B_{pl} = 10$ m, najveći gaz $h_g = 2{,}1$ m.

Rešenje. $\Omega = 1012{,}5$ m^2; $C = 0{,}036$ m$^{-1/2}$/s; brzina podizanja ustave: $u_z = 2{,}67\times10^{-3}$ m/s. Rezultati „ručnog" proračuna hidrauličkih veličina po poboljšanoj Ojlerovoj metodi prikazani su u Tabeli 3.8, a intenziteta sile na brod u Tabeli 3.9. U trenutku $t = 120$ s (računski korak 11), nastaje potopljeno isticanje ispod ustave, a trajanje punjenja komore iznosi oko 320 s (5,3 min). Grafički prikaz rezultata je dat na Slici 3.33.

■ **Primer 3.7.** Brodskom prevodnicom savlađuje se denivelacija od 6,5 m. Komora prevodnice puni se sa čela isticanjem kroz otvor koji se formira spuštanjem „L" ustave – kapije (Slika 3.34). Najveća visina otvora iznosi $e_{max} = 0{,}8$ m. Može se smatrati da je vrednost koeficijenta protoka pri isticanju malo promenljiva i da iznosi: $C_Q = 0{,}61$.

Niša u koju se upušta kapija tokom punjenja istovremeno predstavlja komoru za umirenje (Slika 3.34). Dimenzije komore prevodnice (uključujući i komoru za umirenje) iznosi: $L_{kp} = 165$ m. Širina komore je: $B_{kp} = 10{,}5$ m, a najmanja dubina $H_{kp} = 2{,}8$ m.



Slika 3.34: *Primer* 3.7: *čeoni sistem sa „*L*" ustavom.*

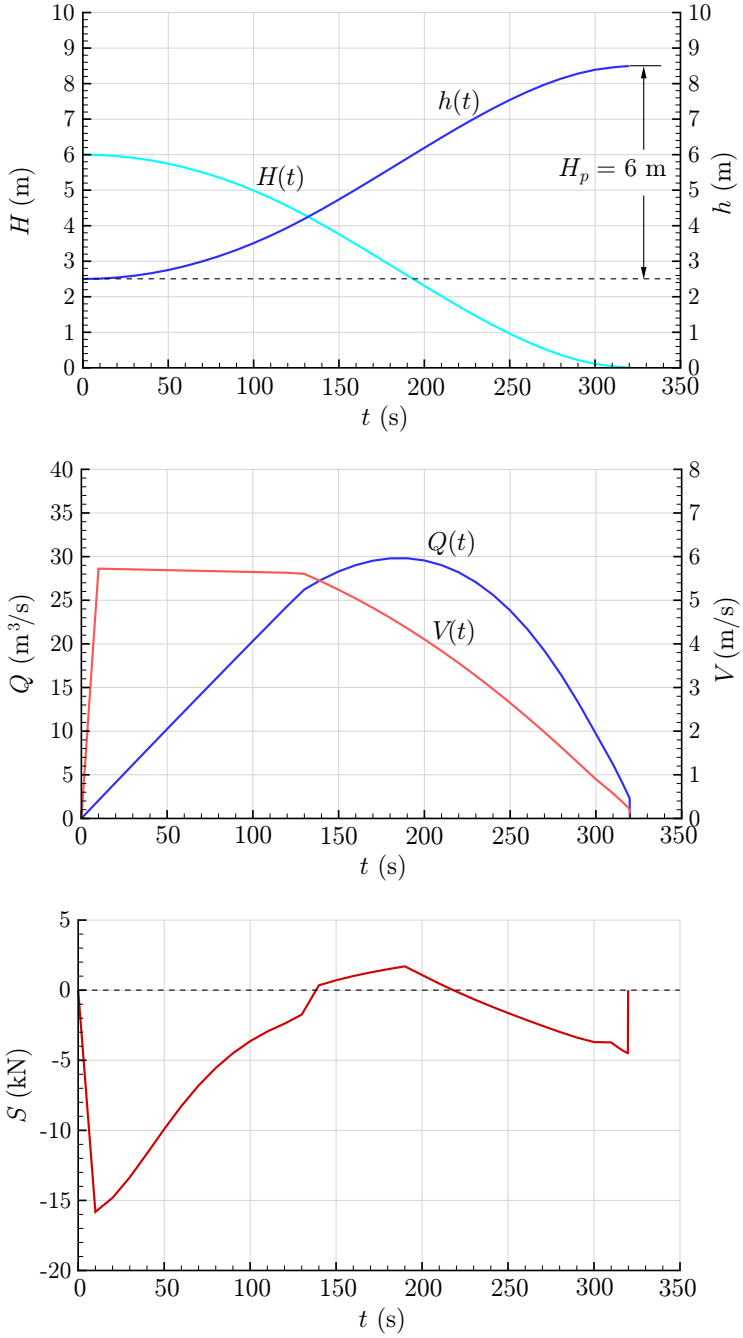
Na osnovu zabeleženog nivograma punjenja prevodnice, koji je dat u prve tri kolone Tabele 3.10, potrebno je sračunati hidrogram punjenja $Q(t)$ i rekonstruisati zakon spuštanja L-ustave $e(t)$ (inverzan problem).

Tabela 3.8: *Primer* 3.6: *proračun punjenja komore isticanjem ispod ustave.*

i (-)	t_i (s)	e_i (m)	$h_{os,i}$ (m)	h_i (m)	F_i (m/s)	$(\Delta t)_i$ (s)	t_{i+1} (s)	h'_{i+1} (m)	F'_{i+1} (m/s)	$\bar{F}$ (m/s)	$(\Delta h)_{i+1}$ (m)	h_{i+1} (m)	F_{i+1} (m/s)	H_{i+1} (m)	Q_{i+1} (m^3/s)	V_{i+1} (m/s)
1	0	0	4	2,5	0	10	20	2,5	0,0020	0,0010	0,010	2,510	0,0020	5,990	2,06	5,72
2	10	0,027	4,013	2,510	0,0020	10	20	2,531	0,0041	0,0030	0,030	2,541	0,0041	5,959	4,11	5,71
3	20	0,053	4,027	2,541	0,0041	10	30	2,581	0,0061	0,0051	0,051	2,591	0,0061	5,909	6,16	5,71
4	30	0,080	4,040	2,591	0,0061	10	40	2,652	0,0081	0,0071	0,071	2,662	0,0081	5,838	8,20	5,70
5	40	0,107	4,053	2,662	0,0081	10	50	2,743	0,0101	0,0091	0,091	2,753	0,0101	5,747	10,24	5,69
6	50	0,133	4,067	2,753	0,0101	10	60	2,855	0,0121	0,0111	0,111	2,865	0,0121	5,635	12,27	5,68
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11	110	0,293	4,147	3,719	0,0220	10	120	3,940	0,0240	0,0230	0,230	3,950	0,0240	4,550	24,32	5,63
12	120	0,320	**4,160**	3,950	0,0240	10	130	4,190	0,0259	0,0250	0,250	**4,199**	0,0259	4,301	26,22	5,60
13	130	0,347	4,173	4,199	0,0259	10	140	4,458	0,0270	0,0265	0,265	4,464	0,0270	4,036	27,36	5,43
14	140	0,373	4,187	4,464	0,0270	10	150	4,734	0,0280	0,0275	0,275	4,739	0,0279	3,761	28,30	5,24
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabela 3.9: *Primer* 3.6: *proračun intenziteta podužne sile* $(S \equiv S_{pod})$.

i (-)	t_i (s)	h_i (m)	Q_i (m^3/s)	$V_{k,i}$ (m/s)	$(\Delta t)_i$ (s)	$(\Delta Q)_i$ (m^3/s)	$(\Delta Q/\Delta t)_i$ (m^3/s^2)	$I_{1,i}$ (-)	$I_{2,i}$ (-)	$(I_1+I_2)_i$ (-)	S_i (kN)
1	0	2,5	0	0							0
2	10	2,531	2,06	0,16	10	2,06	0.2060	-1.60E-03	1.67E-05	-1.58E-03	-15.490
3	20	2,581	4,11	0,30	10	2,05	0.2054	-1.51E-03	6.00E-05	-1.45E-03	-14.246
4	30	2,652	6,16	0,42	10	2,05	0.2048	-1.41E-03	1.18E-04	-1.29E-03	-12.678
5	40	2,743	8,20	0,51	10	2,04	0.2042	-1.30E-03	1.78E-04	-1.12E-03	-10.988
6	50	2,855	10,24	0,58	10	2,04	0.2036	-1.18E-03	2.32E-04	-9.52E-04	-9.335
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
14	150	5,019	28,30	0,61	10	0,94	0.1906	-4.96E-04	3.04E-04	-1.92E-04	-1.879
15	160	5,309	29,02	0,57	10	0,73	0.1134	-2.69E-04	2.76E-04	6.75E-06	0.066
16	170	5,603	29,53	0,54	10	0,50	0.0938	-2.05E-04	2.49E-04	4.44E-05	0.435
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21	220	7,042	28,20	0,38	10	-0,82	0.0252	-3.86E-05	1.34E-04	9.55E-05	0.937
22	230	7,303	27,07	0,35	10	-1,13	0.0531	-7.70E-05	1.16E-04	3.87E-05	0.379
23	240	7,549	25,62	0,32	10	-1,45	0.0825	-1.13E-04	9.85E-05	-1.50E-05	-0.147
24	250	7,775	23,83	0,28	10	-1,78	0.1131	-1.49E-04	8.27E-05	-6.59E-05	-0.647
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮



Slika 3.33: *Primer* 3.6: *rezultati proračuna.*

Rešenje. Koristeći podatke iz kolona (1)–(3), računaju se priraštaji Δh i Δt u kolonama (5) i (6). Priraštaj zapremine jednak je: $\Delta\forall = \Delta h\, B_{kp}\, L_{kp}$ (kolona (7)), a protok: $Q = \Delta\forall/\Delta t$ (kolona (8)). Ovaj protok odgovara sredini intervala Δt, odnosno trenutku označenim sa $t_{i+1/2}$ (kolona (4)).

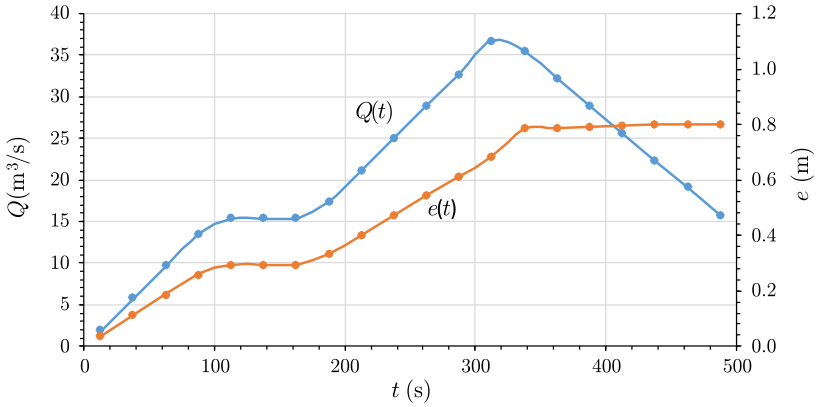
Tabela 3.10: *Primer* 3.7: *rezultati proračuna.*

i (-)	t_i (s)	h_i (m)	$t_{i+1/2}$ (s)	Δh (m)	Δt (s)	$\Delta\forall$ (m^3)	$Q_{i+1/2}$ (m^3/s)	$e_{i+1/2}$ (m)	$f(Q,e)$ (m^3/s)	$h_{os,i+1/2}$ (m)	$h_{i+1/2}$ (m)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
1	0	2,80									
2	25	2,83	12,5	0,03	25	48,51	1,94	0,038	$0{,}3\times10^{-6}$	6,52	2,81
3	50	2,91	37,5	0,08	25	145,53	5,82	0,113	$0{,}2\times10^{-6}$	6,56	2,87
4	75	3,05	62,5	0,14	25	242,55	9,70	0,187	$0{,}1\times10^{-6}$	6,59	2,98
5	100	3,25	87,5	0,20	25	337,84	13,51	0,259	$0{,}2\times10^{-6}$	6,63	3,15
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Da bi se rekonstruisao zakon spuštanja L-ustave $e(t)$, odstojanje do osovine otvora $h_{os}(t)$, kao i karakter isticanja, koristi se izraz:

$$e(t) = \begin{cases} \dfrac{Q(t)}{C_1\,[H_* + e(t)/2]^{1/2}} & \text{– nepotopljeno isticanje} \\ \dfrac{Q(t)}{C_1\,[H_o - h(t)]^{1/2}} & \text{– potopljeno isticanje} \end{cases} \tag{3.53}$$

gde su konstante: $C_1 = C_Q\, B_{kp}\, \sqrt{2g} = 28{,}374\ \text{m}^{3/2}/\text{s}$, $H_* = H_o - p + d = 3{,}25$ m. Kako je funkcija za nepotopljeno isticanje (3.53) nelinearna, vrednost e se mora odrediti iterativno[5]. Na osnovu sračunatih vrednosti $e_{i+1/2}$ (kolona (9)), računa se položaj osovine otvora $h_{os,i+1/2}$ (kolona (11)). Potopljenost otvora nastaje kada dubina $h_{i+1/2}$ premaši visinu $h_{os,i+1/2}$. Rešenje je grafički prikazano na Slici 3.35.



Slika 3.35: *Primer* 3.7: *rezultat proračuna.*

[5] Za rešavanje nule funkcije $f(Q,e) = Q - C_1\, e\,(H_* + e/2)^{1/2}$ (kolona (10)) može se koristiti alat „Solver" u okruženju MS Excel®.

3.4 Postojeći softver

U kategoriji uprošćenih modela, u svetu je najpoznatiji model LOCKFILL, koga je razvio holandski istraživački institut Deltares (bivši Delft Hydraulics) za numeričku simulaciju prevodnica sa čeonim sistemima punjenja [11, 15]. Razvoj je započet u periodu 1989–1993, a verzija sa korisničkim interfejsom datira iz 2014. godine. Program se može koristiti u projektovanju prevodnica na relativno malim denivelacijama (ispod 4 m), kao i za proveru postojećih prevodnica, jer obuhvata sve osnovne tipove čeonog punjenja: kroz otvore u kapijama, dovodne galerije (sa komorom za umirenje), kroz delimično otvorene dvokrilne kapije, oko jednokrilne „šiber" kapije, ispod ustave itd.

Računski model u ovom softveru spada u kategoriju uprošćenih modela. Za dotok u komoru se koristi Bernulijeva jednačina (rešena po protoku), a za nivo u komori, jednačina kontinuiteta (obična diferencijalna jednačina prvog reda po vremenu).

Specifičnost ovog programa je što uzima u obzir prisustvo broda u komori. Uprošćeni model kvaziustaljenog tečenja je nadograđen veštačkim uvođenjem tačaka poremećenog nivoa (krajevi broda, zatvorena kapija). Pored toga, uvedena i mogućnost proračuna brzine pri dnu, koristeći teoriju potopljenih mlazeva sa nizom empirijskih parametara.

Rezultati hidrauličkog proračuna se koriste za procenu podužne sile na brod, a koja je rasčlanjena na: komponentu težine broda u pravcu toka, silu usled promene količine kretanja, silu čeonog mlaza i silu trenja.

Dobre strane programa LOCKFILL su njegova brzina izvršenja i numerička robustnost, kao i mogućnost obuhvatanja praktično svih varijanti čeonog punjenja. Od koristi je i mogućnost upoređenja uticaja različitih komponenti podužne sile u užadima, kao i limitiranje te sile izmenom parametara, već u toku proračuna. Nedostatak ovog programa je u tome što rezultati nisu odraz stvarnog neustaljenog strujanja u komori i što se koristi niz koeficijenata upitne univerzalne primenljivosti.

3.5 Uprošćeni analitički model

Na kraju poglavlja o uprošćenim računskim modelima, evo kratkog osvrta na analitički pristup u hidraulici prevodnica. To se čini iz istorijskih razloga, da bi se pokazalo kakva su sredstva inženjeri koristili u „predkompjuterskoj" eri projektovanja.

Imajući u vidu diferencijalne jednačine koje opisuju hidrauličke procese u prevodnicama, unapred je jasno da analitički pristup mora biti uprošćen. Ograničen na jednačinu kontinuiteta, može se koristiti samo za procenu osnovnih hidrauličkih pokazatelja, kao što su vreme punjenja/pražnjenja komore prevodnice (T) i najveći protok (Q_{max}). Računski hidrogrami i nivogrami su zasnovani na pretpostavci da u svakom vremenskom koraku Δt važi izraz izveden za trenutno otvaranje zatvarača.

U opisu analitičkog modela polazi se od jednačine kontinuiteta (3.23):

$$Q\,\mathrm{d}t = -\Omega\,\mathrm{d}H, \tag{3.54}$$

gde je: Q – protok osrednjen u vremenskom intervalu $\mathrm{d}t$, Ω – površina komore ($L_{kp} \times B_{kp}$), a $\mathrm{d}H$ – promena denivelacije. Analitičko rešenje navedene jednačine je moguće pod određenim uslovima [65].

Trenutno potpuno otvaranje zatvarača. Za rešavanje jednačine (3.54) potrebno je difinisati protok. Za sisteme čeonog punjenja kroz kratke galerije ili klinkete, gde je protok difinisan izrazom za potopljeno isticanje:

$$Q = C_Q\,2A_o\,\sqrt{2g\,H} \tag{3.55}$$

može se pretpostaviti da je vrednost koeficijenta protoka C_Q konstantna, a samo se, tokom podizanja zatvarača, menja površina isticajnog otvora $2A_o$.

Za trenutno potpuno otvaranje zatvarača važi: $A_o = A_o^{max} = \text{const}$. Ako se izraz (3.55) uvrsti u (3.54), pa se ovaj integrali, dobija se:

$$\int_0^T \mathrm{d}t = -c\int_0^{H_p}\frac{\mathrm{d}H}{\sqrt{H}} = c\int_{H_p}^0\frac{\mathrm{d}H}{H^{1/2}}, \tag{3.56}$$

gde je: H_p – početna (najveća) denivelacija, a $c = \Omega/(C_Q\,A_o^{max}\,\sqrt{2g})$ – konstanta. U ovom slučaju, vreme punjenja komore je:

$$T = 2\,c\,H_p^{1/2}. \tag{3.57}$$

Za sisteme čeonog punjenja sa pokretnom ustavom mogu se koristiti izrazi [65]:

$$Q = \begin{cases} C_Q\,B\,e\,\sqrt{2g\,H} & \text{– isticanje ispod ustave} \\ C_Q\,\dfrac{2}{3}\,B\,\sqrt{2g}H^{3/2} & \text{– prelivanje preko ustave} \end{cases} \tag{3.58}$$

gde je: B – širina ustave, e – visina otvora ispod ustave, H – u jednom slučaju denivelacija, u drugom, visina prelivnog mlaza.

U slučaju trenutnog, potpunog otvaranja ustave je: $e = e_{max} = \text{const}$. Ako se zanemari potapanje prelivnog mlaza pri kraju punjenja, može se smatrati da je uvek slobodno prelivanje sa visinom prelivnog mlaza: $H = H_o = \text{const}$. Primenjujući prethodno opisani način integracije, dolazi se do izraza za trajanje punjenja komore:

$$T = \begin{cases} 2\,c_1\,H_p^{1/2}; & c_1 = \dfrac{\Omega}{C_Q\,B\,e_{max}\,\sqrt{2g}} & \text{– isticanje ispod ustave} \\ \dfrac{3}{2}\,c_2\,H_p; & c_2 = \dfrac{\Omega}{C_Q\,B\,\sqrt{2g}\,H_o^{3/2}} & \text{– prelivanje preko ustave} \end{cases} \tag{3.59}$$

Linearno otvaranje zatvarača. Ako je trajanje otvaranja zatvarača t_z, promena veličine otvora dovodnih galerija je linearna: $A_o = A_o^{max}\, t/t_z$. U periodu otvaranja zatvarača denivelacija se menja od početne vrednosti H_p do trenutne vrednosti H_z:

$$\int_0^{t_z} \mathrm{d}t = c\,\frac{t_z}{t}\int_{H_z}^{H_p} \frac{\mathrm{d}H}{H^{1/2}} \quad \Rightarrow \quad \int_0^{t_z} t\,\mathrm{d}t = 2\,c\,\left(H_p^{1/2} - H_z^{1/2}\right). \tag{3.60}$$

Rešavanjem ovog integrala dolazi se do veze između zadatog trajanja otvaranja zatvarača t_z i trenutne denivelacije H_z:

$$t_z = 4\,c\,\left(H_p^{1/2} - H_z^{1/2}\right). \tag{3.61}$$

Koristeći analogiju sa izrazom (3.57) dolazi se do ukupnog vremena punjenja komore: $T = t_z + 2\,c\,H_z^{1/2} = 4\,c\,\left(H_p^{1/2} - H_z^{1/2}\right) + 2\,c\,H_z^{1/2}$, pa je konačno:

$$T = \frac{t_z}{2} + 2\,c\,H_p^{1/2}. \tag{3.62}$$

Nelinearno otvaranje zatvarača. Rešenje se mora tražiti inkrementalno – po malim priraštajima vremena Δt. U svakom intervalu se može smatrati da je primenljiv izraz za trenutno potpuno otvaranje zatvarača tipa (3.57):

$$\Delta t = \frac{c_3}{A_{o,i}}\left(H_{i-1}^{1/2} - H_i^{1/2}\right), \tag{3.63}$$

gde je: i oznaka tekućeg, $i-1$ oznaka prethodnog trenutka, $A_{o,i}$ – površina otvora galerije u tekućem trenutku (prema unapred zadatom zakonu otvaranja zatvarača), dok je $C_3 = 2\,\Omega/(C_Q\sqrt{2g})$ – konstanta.

Rešavanjem jednačine (3.63) dolazi se do izraza za trenutnu denivelaciju:

$$H_i = \left(H_{i-1}^{1/2} - \frac{A_{o,i}\,\Delta t}{c_3}\right)^2, \tag{3.64}$$

a odavde se mogu računati druge nepoznate: protok Q_i i dubina u komori h_i:

$$Q_i \;=\; C_Q\,A_{o,i}\,\sqrt{2g\,H_i} \tag{3.65}$$

$$h_i \;=\; H_{kp} + H_p - H_i, \tag{3.66}$$

gde je H_{kp} – početna dubina u komori, a H_p – početna denivelacija.

Račun se obustavlja kada denivelacija postane manja od zadate male vrednosti. Opisani postupak važi i u slučaju linearnog otvaranja zatvarača.

Maksimalni protok. Ako je zakon otvaranja zatvarača linearan, analitički se može pokazati da maksimalni protok Q_{max} nastaje pri denivelaciji $H_m = 4/9\,H_p$ ako je $H_m > H_z$, pri čemu se H_z određuje pomoću izraza (3.61). U protivnom, maksimalni protok će se javiti pri denivelaciji H_z, u trenutku prestanka otvaranja zatvarača [65].

Poglavlje 4

Složeni modeli čeonih sistema

Numerički modeli koji reprodukuju neustaljeno strujanje u komorama prevodnica u ovoj knjizi se nazivaju „složeni modeli". Ovi modeli su zasnovani na jednačinama linijskog (1D), ravanskog (2D) i prostornog (3D) neustaljenog strujanja sa slobodnom površinom. U ovom poglavlju se izvode klasični numerički postupci modeliranja 1D neustaljenog tečenja, dok se proračun 2D i 3D strujanja prikazuje samo ilustrativno. Dat je i kratak osvrt na ograničenja koja prate numeričko modeliranje strujanja u komorama brodskih prevodnica.

4.1 Modeli linijskog neustaljenog strujanja

Neustaljeno – „talasno" kretanje vode u komori prevodnice može biti *blago promenljivo* u uslovima normalne eksploatacije, kada je otvaranje/zatvaranje zatvarača kontrolisano i relativno sporo, ali može biti i *naglo promenljivo* u vanrednim, incidentnim situacijama, kada je manevar zatvarača kratkotrajan.

Brzina talasnog kretanja se može definisati na dva načina. *Relativna* brzina talasa, ili brzina prostiranja poremećaja (c), izražava se u odnosu na srednju brzinu osnovnog toka $V = Q/A$, dok se *apsolutna* brzina talasa $V \pm c$ izražava u odnosu na neku fiksnu referentnu tačku. Zanemarujući viskozne uticaje i površinske napone, opšti izraz za brzinu prostiranja talasnog poremećaja u tzv. „plitkoj vodi" je [10]:

$$c(t,x) = \begin{cases} \sqrt{g\,A(t,x)/B(t,x)} & \text{- poprečni presek proizvoljnog oblika} \\ \sqrt{g\,h(t,x)} & \text{- pravougaoni poprečni presek.} \end{cases} \tag{4.1}$$

Znak brzine c pokazuje smer prostiranja poremećaja.

4.1.1 Metoda karakteristika

4.1.1.1 Osnovne jednačine

Jednačine linijskog neustaljenog tečenja, poznate kao San Venanove (St. Venant) jednačine, opisuju zakone održanja mase i količine kretanja. Izvedene su pod nizom pretpostavki, od kojih se najvažnije navode u nastavku [10].

- Tečenje je blago promenljivo, sa hidrostatičkim rasporedom pritiska po dubini.
- Uzdužni nagib korita je blag i neprekidan.
- Otpori trenja se definišu empirijskim izrazima za ustaljeno jednoliko tečenje.

Jednačine neustaljenog tečenja u otvorenim tokovima i metode njihovog rešavanja predmet su mnogih knjiga [7, 10, 38, 90, 102], pa se ovde daje samo skraćeni prikaz. Kada su u pitanju *prizmatična* korita (komore prevodnica), jednačine održanja mase i količine kretanja imaju ovakav oblik:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial h}{\partial t} + h\,\frac{\partial V}{\partial x} + V\,\frac{\partial h}{\partial x} = 0, \\ &\frac{\partial V}{\partial t} + V\,\frac{\partial V}{\partial x} + g\,\frac{\partial h}{\partial x} = g\,(I_d - I_e), \end{aligned}} \tag{4.2}$$

gde je: $h(t,x)$ – dubina, $V(t,x)$ – brzina, $I_e(t,x)$ – nagib linije energije usled trenja, a I_d – uzdužni nagib dna komore (obično je $I_d = 0$). Nagib I_e se standardno računa pomoću Maningove (Manning) formule:

$$I_e = \frac{n^2\,V\,|V|}{R_g^{4/3}}, \tag{4.3}$$

gde je: R_g – hidraulički radijus galerije, a n – Maningov koeficijent trenja. (Znak apsolutne vrednosti u izrazu (4.3) služi da bi se uzeo u obzir smer tečenja.)

Sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina (4.2) je hiperboličkog tipa i mora se, uz odgovarajuće početne i granične uslove, numerički rešavati. Na osnovu vrednosti $h(t,x)$ i $V(t,x)$ računaju se vrednosti ostalih, sekundarnih hidrauličkih veličina (A, R_g, Q, I_e i dr.).

4.1.1.2 Računski postupak

Za rešavanje sistema (4.2), može se primeniti Metoda karakteristika, kao najstarija metoda za rešavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina[1]. Postoji više varijanti ove metode, a ovde se prikazuje ona najjednostavnija [90].

Prva jednačina sistema (4.2) se množi nepoznatim faktorom λ_* i sabira sa drugom jednačinom istog sistema:

$$\left[\frac{\partial V}{\partial t} + (V + \lambda_*\,h)\,\frac{\partial V}{\partial x}\right] + \lambda_*\left[\frac{\partial h}{\partial t} + \left(V + \frac{g}{\lambda_*}\right)\frac{\partial h}{\partial x}\right] = g\,(I_d - I_e). \tag{4.4}$$

S druge strane, izrazi za totalni diferencijal funkcija $h(t,x)$ i $V(t,x)$ su:

$$\frac{\mathrm{D}V}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}; \qquad \frac{\mathrm{D}h}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial x}\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{4.5}$$

[1] Ovu metodu je u vidu grafičkog postupka osmislio francuski matematičar Monž (Monge) još 1789. godine, da bi primenu u analizi talasnih strujanja našla u radovima Masoa (Massau, 1889), Kraja (Craya, 1946), Isaksona (Isaacson, 1954) i dr.

Upoređenjem izraza (4.4) i (4.5), vidi se da se članovi u većim zagradama izraza (4.4) mogu napisati kao totalni izvodi pod uslovom da je:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V + \lambda_* h; \qquad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V + \frac{g}{\lambda_*}. \tag{4.6}$$

Rešavanjem (4.6) po λ_*:

$$\lambda_* = \pm\sqrt{\frac{g}{h}} = \pm\frac{g}{c}, \tag{4.7}$$

gde je, prema (4.1), c – brzina gravitacionog talasa male amplitude u plitkoj vodi.

Slede dve mogućnosti:

$$\lambda_* = +\frac{g}{c} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V + c \tag{4.8}$$

$$\lambda_* = -\frac{g}{c} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = V - c \tag{4.9}$$

Zamenom u (4.4), dolazi se do diferencijalnih jednačina:

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + \frac{g}{c}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = g\,(I_d - I_e) \tag{4.10}$$

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} - \frac{g}{c}\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t} = g\,(I_d - I_e). \tag{4.11}$$

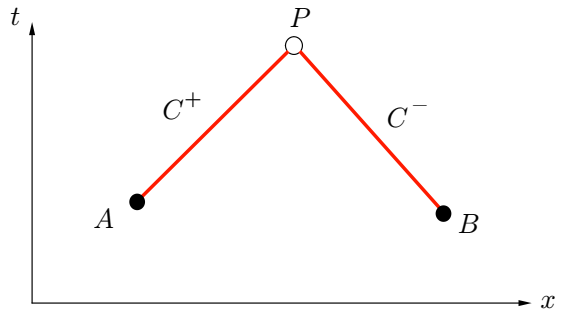
Jednačine (4.10) i (4.11) se zovu „jednačine kompatibilnosti" (saglasnosti) i važe duž karakterističnih linija, koje se zovu „*karakteristike*" (Slika 4.1). Nagib „pozitivne karakteristike" C^+ i nagib „negativne karakteristike" C^-, definisani su izrazima (4.8) i (4.9). Uočiti da je navedenom matematičkom operacijom sistem od 2 parcijalne diferencijalne jednačine transformisan u sistem od 2 obične diferencijalne jednačine i da jednačine (4.10) i (4.11) *važe samo duž karakteristika* C^+ i C^-.

Integraljenje (4.10) i (4.11) duž karakteristika:

$$\int_A^P \mathrm{d}V + \int_A^P \frac{g}{c}\,\mathrm{d}h = g\int_A^P (I_d - I_e)\,\mathrm{d}t \tag{4.12}$$

$$\int_B^P \mathrm{d}V - \int_B^P \frac{g}{c}\,\mathrm{d}h = g\int_B^P (I_d - I_e)\,\mathrm{d}t \tag{4.13}$$

direktno nije moguće, jer su veličine c i I_e funkcije nepoznatih varijabli V i h. Zato će se pretpostaviti da su vrednosti c i I_e poznate i jednake onim u tačkama A i B na Slici 4.1. Vrednosti c i I_e su *nepromenljive* duž karakteristika AP i BP.



Slika 4.1: *Karakteristične linije u ravni* (x,t)*: nepoznate vrednosti* $(V,\,h)$ *u tački (profilu)* P *računaju se na osnovu poznatih vrednosti iz prethodnog trenutka, u tačkama (profilima)* A *i* B*; površina ograničena tačkama* A, B, P *predstavlja „oblast zavisnosti" za rešenje u presečnoj tački* P [10, 90].

Sledi:

$$V_P - V_A + \left(\frac{g}{c}\right)_A (h_P - h_A) \;= g\,(I_d - I_e)_A\,(t_P - t_A) \tag{4.14}$$

$$V_P - V_B - \left(\frac{g}{c}\right)_B (h_P - h_B) \;= g\,(I_d - I_e)_B\,(t_P - t_B). \tag{4.15}$$

Vrednosti V i h u tački P mogu se odrediti na osnovu poznatih vrednosti u tačkama A i B, rešavanjem sistema (4.14)–(4.15), koji se, razdvajanjem poznatih i nepoznatih veličina, može predstaviti u kraćem obliku:

$$V_p \;=\; C_{poz} - C_A\,h_p \tag{4.16}$$

$$V_p \;=\; C_{neg} + C_B\,h_p \tag{4.17}$$

gde je:

$$C_A = \left(\frac{g}{c}\right)_A; \quad C_{poz} = V_A + C_A\,h_A + g\,(I_d - I_e)_A\,(t_P - t_A) \tag{4.18}$$

$$C_B = \left(\frac{g}{c}\right)_B; \quad C_{neg} = V_B - C_B\,h_B + g\,(I_d - I_e)_B\,(t_P - t_B). \tag{4.19}$$

Treba uočiti da su vrednosti C_{poz} i C_{neg} konstantne u intervalu $t_P - t_A$, odnosno $t_P - t_B$, iako mogu varirati od jednog do drugog intervala.

U fizičkom smislu, može se smatrati da su karakteristike C^+ i C^- u opštem slučaju krive koje određuju putanje prostiranja hidrauličkog poremećaja u $x-t$ ravni.

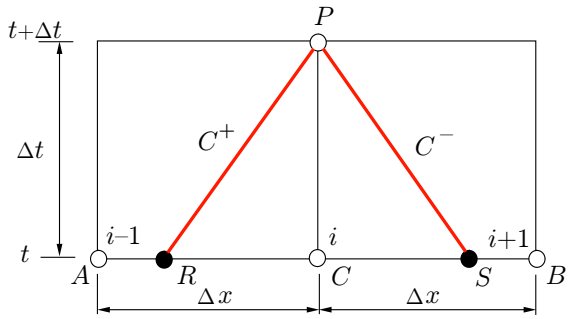
Matematička interpretacija poremećaja je da su to diskontinuiteti *izvoda* (prvog i višeg reda) funkcija zavisno promenljivih veličina, ali *ne i samih funkcija*, jer osnovne jednačine zahtevaju da te funkcije budu neprekidne (u protivnom, imali bi slučaj hidrauličkog skoka).

Usmerenje karakterisitka na Slici 4.1 svojstveno je *mirnom* režimu tečenja (uslov: Fr= $|V|/\sqrt{gh} = |V|/c < 1 \Rightarrow |V| < c$), koji je merodavan u slučaju brodskih prevodnica[2].

Konturni uslovi. Konturne uslove čine početni i granični uslovi. Da bi se proračun „pokrenuo", moraju se zadati vrednosti zavisno promenljivih u početnom trenutku t_o u svim računskim profilima čiji je položaj određen koordinatom x: $h(x, t_o)$ i $V(x, t_o)$.

U mirnom režimu, postoje dva granična uslova, na krajevima računske oblasti, tj. krajevima komore. U slučaju punjenja komore, na njenom uzvodnom kraju je granični uslov hidrogram $Q(t)$, a na nizvodnom kraju je granični uslov: $Q(t) = 0$ (zatvorena kapija).

Shema zadatih intervala. Reč je o proračunu koji se obavlja u fiksnoj pravougaonoj mreži sa prostornim koracima Δx *proizvoljne dužine*. Nepoznate vrednosti V_P i h_P na vremenskom nivou $t + \Delta t$ se mogu odrediti iz jednačina karakteristika koje su „povučene" iz tačke P unazad, do tačaka R i S na vremenskom nivou t, kao što je prikazano na Slici 4.2.



Slika 4.2: *Deo mreže unutar računskog domena: razmak profila Δx ne mora biti konstantan; vrednosti zavisno promenljivih $(V, c, h, ...)$ u profilima A, C, B, na vremenskom nivou t su poznate (već sračunate, ili zadate početnim uslovima).*

- *Tačke unutar računskog domena.* Rešava se sistem od 4 jednačine [90, 102]:

$$\begin{aligned} &x_P - x_R = (V_R + c_R)\,\Delta t \\ &V_P - V_R + g\,(h_P - h_R)/c_R + g\,(I_{eR} - I_d)\,\Delta t = 0 \\ &x_P - x_S = (V_S - c_S)\,\Delta t \\ &V_P - V_S - g\,(h_P - h_S)/c_S + g\,(I_{eS} - I_d)\,\Delta t = 0. \end{aligned} \tag{4.20}$$

[2] Ovde nije od interesa slučaj kritičnog tečenja (Fr=1, $|V| = c$), kada je jedna od karakteristika vertikalno usmerena, niti slučaj burnog tečenja (Fr> 1, $|V| > c$), kada su obe karakteristike orijentisane u istom smeru [10].

Da bi se sračunale nepoznate V_P i h_P u trenutku $t + \Delta t$, moraju se prethodno sračunati vrednosti V, h, c u tačkama R i S. To se može obaviti primenom *linearne interpolacije*, odnosno proporcije: $(V_C - V_R)/(V_C - V_A) = (x_C - x_R)/\Delta x$. Imajući u vidu da je $x_C = x_P$, lako se mogu izvesti sledeći izrazi:

$$\frac{V_C - V_R}{V_C - V_A} = \vartheta\,(V_R + c_R) \tag{4.21}$$

$$\frac{c_C - c_R}{c_C - c_A} = \vartheta\,(V_R + c_R) \tag{4.22}$$

$$\frac{h_C - h_R}{h_C - h_A} = \vartheta\,(V_R + c_R), \tag{4.23}$$

gde je $\vartheta = \Delta t/\Delta x$.

Eliminacijom c_R iz (4.21) i (4.22) dobija se:

$$V_R = \frac{V_C + \vartheta\,(-V_C\,c_A + c_C\,V_A)}{1 + \vartheta\,(V_C - V_A + c_C - c_A)}. \tag{4.24}$$

Rešavanjem (4.22) po c_R sledi prva aproksimacija ove veličine:

$$c_R = \frac{c_C - \vartheta\,V_R\,(c_C - c_A)}{1 + \vartheta\,(c_C - c_A)}. \tag{4.25}$$

Iz jednačine (4.23) sledi rešenje za h_R:

$$h_R = h_C - \vartheta\,(V_R + c_R)(h_C - h_A), \tag{4.26}$$

pa je korigovana vrednost brzine c_R (u zavisnosti od površine A_R i širine B_R):

$$c_R = \sqrt{g\,\frac{A_R(h_R)}{B_R(h_R)}}. \tag{4.27}$$

Može se uočiti da izraz (4.25) daje „prediktor" – procenjenju vrednost promenljive c_R, a izraz (4.27), njenu „korektor" – konačnu vrednost.

Analogno, linearnom interpolacijom za tačku S dobijaju se sledeći izrazi:

$$V_S = \frac{V_C - \vartheta\,(V_C\,c_B - c_C\,V_B)}{1 - \vartheta\,(V_C - V_B - c_C + c_B)} \tag{4.28}$$

$$c_S = \frac{c_C + V_S\,\vartheta\,(c_C - c_B)}{1 + \vartheta\,(c_C - c_B)} \tag{4.29}$$

$$h_s = h_C + \vartheta\,(V_S - c_S)(h_C - h_B) \tag{4.30}$$

$$c_S = \sqrt{g\,\frac{A_S(h_S)}{B_S(h_S)}}. \tag{4.31}$$

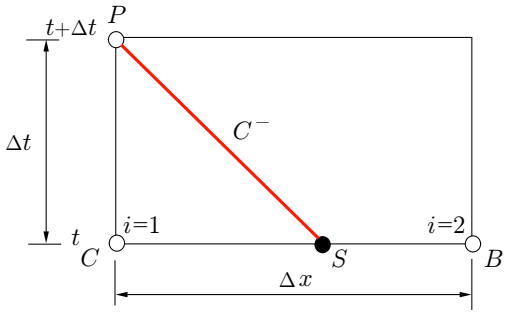
Kada se sračunaju vrednosti svih promenljivih u interpolovanim tačkama R i S, sistem (4.20) daje nepoznate u tački P:

$$h_P = \frac{1}{c_R + c_S}\left\{h_S\, c_R + h_R\, c_S + c_R\, c_S\left[\frac{V_R - V_S}{g} - \Delta t\,(I_{eR} - I_d)\right]\right\} \quad (4.32)$$

$$V_P = V_R - g\,\frac{h_P - h_R}{c_R} - g\,\Delta t\,(I_{eR} - I_d). \quad (4.33)$$

Jednačine (4.32)–(4.33) rešavaju se u svim tačkama unutar domena. Izuzete su tačke na granicama, kao i svi parovi tačaka u kojima su zadati tzv. „unutrašnji" granični uslovi (o kojima će biti reči nešto kasnije). Ponavlja se da se ovde razmatra slučaj mirnog režima tečenja, što podrazumeva da su tačke R i S uvek unutar intervala AB. U protivnom, ova shema ne daje stabilno rešenje.

• *Uzvodni granični uslov.* Tačka P sa nepoznatim veličinama se premešta na uzvodnu granicu računske oblasti (uzvodni kraj komore, profil $i = 1$), kao što je prikazano na Slici 4.3. Pretpostaviće se da je uzvodni granični uslov zadat hidrogramom $Q_1(t) = Q_{ul}(t)$. Granični uslov će se kombinovati sa jednačinom *negativne* karakteristike koja spaja tačke S i P.



Slika 4.3: *Uzvodna granica računske oblasti.*

Iz graničnog uslova $Q_{ul} \equiv Q_1 = A_1\, V_1$, sledi za trapezni[3] poprečni presek:

$$V_1 = \frac{Q_{ul}}{A_1} = \frac{Q_{ul}}{h_1\,(b_1 + \mathrm{m}_1\, h_1)}, \quad (4.34)$$

gde oznake b i m predstavljaju širinu u dnu i nagib kosina.

Iz poslednjeg izraza sistema (4.20) sledi jednačina negativne karakteristike:

$$V_1 - V_S - \frac{g}{c_S}\,(h_1 - h_S) + g\,(I_{eS} - I_d)\,\Delta t = 0.$$

[3]Pravougaoni poprečni presek komore je specijalni slučaj trapeznog preseka (m = 0), što pojednostavljuje izvedene izraze.

Eliminisanjem brzine V_1 pomoću izraza (4.34) i nakon sređivanja dobija se nelinearna jednačina po nepoznatoj dubini h_1:

$$F(h_1) = Q_{ul} - h_1 \left[h_1 \left(C_E + C_2 \, \mathrm{m}_1 \, h_1\right) + C_M \, b_1\right] = 0, \tag{4.35}$$

gde je:

$$C_2 = g/c_S \tag{4.36}$$
$$C_M = V_S - C_2 \, h_S - g \, \Delta t \left(I_{eS} - I_d\right) \tag{4.37}$$
$$C_E = C_M \, \mathrm{m}_1 + C_2 \, b_1. \tag{4.38}$$

Ako se za rešavanje jednačine (4.35) primeni Njutn-Rafsonova (Newton-Raphson) metoda[4], rešenje se dobija iterativnim postupkom [77]:

$$h_1^{it+1} = h_1^{it} - \frac{F(h_1^{it})}{F'(h_1^{it})}, \tag{4.39}$$

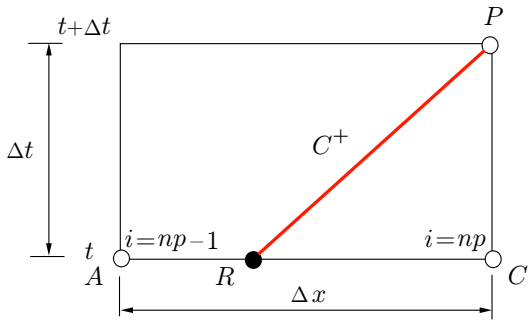
gde je it – oznaka iteracionog koraka, a $F'(h_1)$ – izvod funkcije:

$$F'(h_1) = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}h_1} = -\left[h_1 \left(2\, C_E + 3\, C_2 \, \mathrm{m}_1 \, h_1\right) + C_M \, b_1\right], \tag{4.40}$$

Sa sračunatom vrednošću h_1, odgovarajuća brzina V_1 je:

$$V_1 = C_M + C_2 \; h_1. \tag{4.41}$$

• *Nizvodni granični uslov.* Kod otvorenih tokova, nizvodni granični uzlov može se zadati u obliku hidrograma, nivograma i krive protoka. Ovde će se prikazati slučaj kada je nizvodni uslov hidrogram (druga dva slučaja mogu se rešavati po analogiji). Tačka P sa nepoznatim veličinama se premešta na nizvodnu granicu računske oblasti (profil $i = np$), kao što je prikazano na Slici 4.4.



Slika 4.4: *Nizvodna granica računske oblasti.*

[4]Ova metoda će se (uz grafičku interpetaciju) i kasnije koristiti u Poglavljima 7 i 9.

Ako je zadata funkcija $Q_{iz}(t)$, sledi:

$$V_{np} = \frac{Q_{iz}}{A_{np}} = \frac{Q_{iz}}{h_{np}\,(b_{np} + \mathrm{m}_{np}\,h_{np})}. \tag{4.42}$$

Kombinacijom izraza (4.42) sa jednačinom *pozitivne* karakteristike koja spaja tačke R i P (druga jednačina sistema (4.20)):

$$V_{np} - V_R + \frac{g}{c_R}\,(h_{np} - h_R) + g\,(I_{eR} - I_d)\,\Delta t = 0,$$

dobija se nakon sređivanja *nelinearna* jednačina po nepoznatoj dubini h_{np}:

$$F(h_{np}) = Q_{iz} - h_{np}\,[h_{np}\,(C_E - C_2\,\mathrm{m}_{np}\,h_{np}) + C_M\,b_{np}] = 0, \tag{4.43}$$

gde je:

$$C_2 = g/c_R \tag{4.44}$$

$$C_M = V_R + C_2\,h_R - g\,\Delta t\,(I_{eR} - I_d) \tag{4.45}$$

$$C_E = C_M\,\mathrm{m}_{np} - C_2\,b_{np}. \tag{4.46}$$

Nelinearna jednačina (4.43) se rešava po nepoznatoj h_{np} metodom Njutn-Rafson, na isti način kao kod uzvodnog graničnog uslova, s tim što je u ovom slučaju izvod funkcije:

$$F'(h_{np}) = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}h_{np}} = -\,[h_{np}\,(2\,C_E - 3\,C_2\,\mathrm{m}_{np}\,h_{np}) + C_M\,b_{np}]\,. \tag{4.47}$$

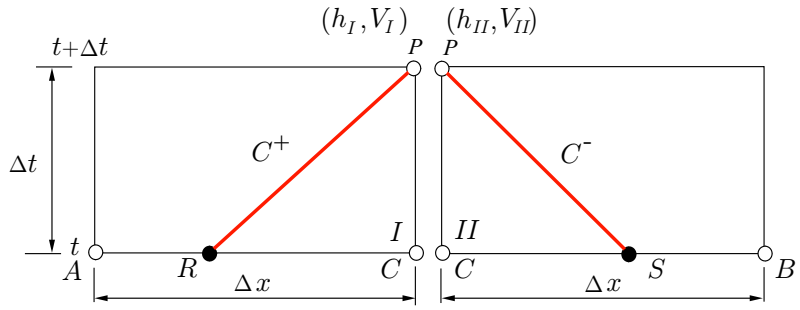
Konačno, brzina na nizvodnoj granici je jednaka:

$$V_{np} = C_M - C_2\,h_{np}. \tag{4.48}$$

U specijalnom slučaju punjenja komore prevodnice, nizvodni granični uslov se svodi na: $Q_{np}(t) = 0$.

• *Unutrašnji granični uslov.* Unutrašnji granični uslovi se uvode na mestima diskontinuiteta strujanja, najčešće izazvanih prisustvom objekata (preliv, ustava i dr.). Mesto diskontinuiteta se definiše sa dva blisko postavljena profila (Slika 4.5). Unutrašnje granične uslove čine jednačine održanja mase i energije *ustaljenog tečenja*. Jednačina kontinuiteta kaže da su protoci u dva blisko postavljena profila u svakom trenutku jednaki. Bernulijeva (Bernoulli) jednačina energije, rešena po protoku, ima oblik koji zavisi od uzroka diskontinuiteta. Na primer, kada je u pitanju potopljeno isticanje kroz cev, kontrolisano pomoću zatvarača, jednačina ima oblik:

$$Q(t) = C_Q(t)\,A_o\,\sqrt{2g\,H(t)}. \tag{4.49}$$



Slika 4.5: *Unutrašnji granični uslov, sa profilima I i II na bliskom odstojanju.*

Oznake u izrazu (4.49) su: H – trenutna denivelacija (razlika dubina ili kota nivoa) u bliskim profilima na koje se primenjuje unutrašnji granični uslov, C_Q – trenutni koeficijent protoka, a A_o – površina poprečnog preseka cevi (smatra se konstantnom, ako je njena promena uzeta u obzir preko funkcije $C_Q(t)$, kao što je objašnjeno u prethodnom poglavlju).

Za određivanje nepoznatih h_I, V_I, h_{II}, V_{II} u bliskim profilima na Slici 4.5 na raspolaganju su dve jednačine karakteristika i jednačine unutrašnjeg graničnog uslova:

$$V_I - V_R + \frac{g}{c_R}(h_I - h_R) + g\,(I_{eR} - I_d)\,\Delta t = 0 \tag{4.50}$$

$$V_{II} - V_S - \frac{g}{c_S}(h_{II} - h_S) + g\,(I_{eS} - I_d)\,\Delta t = 0 \tag{4.51}$$

$$Q_I = C_Q\,A_o\,\sqrt{2g\,(h_I - h_{II})} \tag{4.52}$$

$$Q_{II} = Q_I. \tag{4.53}$$

Imajući u vidu da je za trapezni poprečni presek:

$$V_I = \frac{Q_I}{A_I} = \frac{C_Q\,A_o\,\sqrt{2g\,(h_I - h_{II})}}{h_I\,(b_I + \mathrm{m}_I\,h_I)} \tag{4.54}$$

$$V_{II} = \frac{Q_{II}}{A_{II}} = \frac{C_Q\,A_o\,\sqrt{2g\,(h_I - h_{II})}}{h_{II}\,(b_{II} + \mathrm{m}_{II}\,h_{II})}, \tag{4.55}$$

izrazi (4.50) i (4.51) se mogu napisati u obliku:

$$C_o\,\sqrt{(h_I - h_{II})} - h_I\,[h_I\,(C_{EI} - C_{2I}\,\mathrm{m}_I\,h_I) + C_{MI}\,b_I] = 0 \tag{4.56}$$

$$C_o\,\sqrt{(h_I - h_{II})} - h_{II}\,[h_{II}\,(C_{EII} - C_{2II}\,\mathrm{m}_{II}\,h_{II}) + C_{MII}\,b_{II}] = 0, \tag{4.57}$$

gde su oznake:

$$C_o = C_Q\, A_o \sqrt{2g} \quad \text{(const)} \tag{4.58}$$
$$C_{2I} = g/c_R \tag{4.59}$$
$$C_{MI} = V_R + C_{2I}\, h_R - g\,(I_{eR} - I_d)\,\Delta t \tag{4.60}$$
$$C_{EI} = C_{MI}\, \mathrm{m}_I - C_{2I}\, b_I \tag{4.61}$$
$$C_{2II} = g/c_S \tag{4.62}$$
$$C_{MII} = V_S - C_{2II}\, h_S - g\,(I_{eS} - I_d)\,\Delta t \tag{4.63}$$
$$C_{EII} = C_{MII}\, \mathrm{m}_{II} - C_{2II}\, b_{II}. \tag{4.64}$$

Ako leve strane jednačina (4.56) i (4.57) predstavljaju funkcije $F_I = F_I(h_I, h_{II})$ i $F_{II} = F_{II}(h_I, h_{II})$ i ako su njihovi parcijalni izvodi definisani izrazima:

$$\frac{\partial F_I}{\partial h_I} = C_o \frac{1}{2}\,(h_I - h_{II})^{-1/2} - \tag{4.65}$$
$$- \left[h_I\,(2\,C_{EI} - 3\,C_{2I}\,\mathrm{m}_I\,h_I) + C_{MI}\,b_I\right] \tag{4.66}$$
$$\frac{\partial F_I}{\partial h_{II}} = -\,C_o \frac{1}{2}\,(h_I - h_{II})^{-1/2} \tag{4.67}$$
$$\frac{\partial F_{II}}{\partial h_I} = C_o \frac{1}{2}\,(h_I - h_{II})^{-1/2} \tag{4.68}$$
$$\frac{\partial F_{II}}{\partial h_{II}} = -\,C_o \frac{1}{2}\,(h_I - h_{II})^{-1/2} - \tag{4.69}$$
$$- \left[h_{II}\,(2\,C_{EII} + 3\,C_{2II}\,\mathrm{m}_{II}\,h_{II}) + C_{MII}\,b_{II}\right], \tag{4.70}$$

onda je primenom metode Njuton-Rafsona neophodno iterativno rešavanje matrične jednačine (videti i matričnu formulaciju problema u Poglavlju 7):

$$\boldsymbol{h}^{it+1} = \boldsymbol{h}^{it} - (\boldsymbol{J}^{-1})^{it}\,\boldsymbol{F}^{it}, \tag{4.71}$$

gde je:

$$\boldsymbol{h} = \left\{ \begin{array}{c} h_I \\ h_{II} \end{array} \right\}; \quad \boldsymbol{J} = \left[\begin{array}{cc} \dfrac{\partial F_I}{\partial h_I} & \dfrac{\partial F_I}{\partial h_{II}} \\ \dfrac{\partial F_{II}}{\partial h_I} & \dfrac{\partial F_{II}}{\partial h_{II}} \end{array} \right]; \quad \boldsymbol{F} = \left\{ \begin{array}{c} F_I \\ F_{II} \end{array} \right\}. \tag{4.72}$$

Da bi se izbeglo invertovanje Jakobijan matrice $\boldsymbol{J}$, uobičajena je zamena $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{J}^{-1}\,\boldsymbol{F}$, tako da se u svakoj iteraciji rešava algebarski sistem jednačina:

$$\boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{F} \tag{4.73}$$

i dobija vektor:

$$\boldsymbol{Z} = \left\{ \begin{array}{c} Z_I \\ Z_{II} \end{array} \right\}. \tag{4.74}$$

Sledi:

$$h_I^{it+1} = h_I^{it} - Z_I^{it} \tag{4.75}$$

$$h_{II}^{it+1} = h_{II}^{it} - Z_{II}^{it}. \tag{4.76}$$

Kako se radi o samo dve jednačine, sistem (4.73) se može lako rešiti primenom Kramerovog pravila:

$$Z_I = \frac{D_I}{D}; \quad Z_{II} = \frac{D_{II}}{D}, \tag{4.77}$$

gde su determinante:

$$D = \left| \begin{array}{cc} \dfrac{\partial F_I}{\partial h_I} & \dfrac{\partial F_I}{\partial h_{II}} \\ \dfrac{\partial F_{II}}{\partial h_I} & \dfrac{\partial F_{II}}{\partial h_{II}} \end{array} \right|; \; D_I = \left| \begin{array}{cc} F_I & \dfrac{\partial F_I}{\partial h_{II}} \\ F_{II} & \dfrac{\partial F_{II}}{\partial h_{II}} \end{array} \right|; \; D_{II} = \left| \begin{array}{cc} \dfrac{\partial F_I}{\partial h_I} & F_I \\ \dfrac{\partial F_{II}}{\partial h_I} & F_{II} \end{array} \right|. \tag{4.78}$$

Uslov stabilnosti. Izražava se vrednošću tzv. Kurantovog (Courant) broja, koji predstavlja odnos stvarne apsolutne brzine toka i računske brzine:

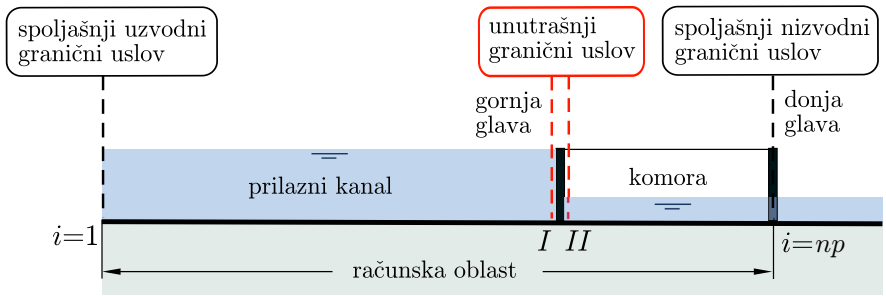
$$\mathrm{Cr} = \frac{|V| \pm c}{\Delta x / \Delta t}. \tag{4.79}$$

Da bi račun bio stabilan, stvarna brzina ne sme biti veća od računske. Uslov Cr$\leq$1 je u literaturi poznat kao „CFL", ili „Courant-Friedrichs-Lewy" uslov [7, 10, 41]. Ako računska mreža nije uniformna ($\Delta x \neq$ const), merodavan je najmanji korak $\Delta x_{\min}$. Iz uslova Cr = 1 sledi da je za stabilan proračun, najveći računski korak po vremenu:

$$\Delta t = \frac{\Delta x_{\min}}{|V| \pm c}. \tag{4.80}$$

* * *

Računska oblast koja se obuhvata Metodom karakteristika može biti različito definisana. Obično je to samo komora prevodnice. Međutim, računska oblast može obuhvatiti pored komore i deo prilaznog kanala, tako da se istovremeno računa neustaljeni dotok vode iz prilaznog kanala u komoru, kao i neustaljeno strujanje u samoj komori. U tom slučaju, gornja glava prevodnice (sa sistemom čeonog napajanja komore) uvodi se u proračun u vidu unutrašnjeg graničnog uslova. To znači da ovakav, „integralni domen" sadrži tri granična uslova: dva spoljašnja na krajevima računske oblasti i jedan unutrašnji, na mestu spoja komore i prilaznog kanala (Slika 4.6).



Slika 4.6: *Računski domen sa spoljašnjim i unutrašnjim graničnim uslovima za slučaj punjenja komore; spoljašnji uzvodni granični uslov može biti konstantna dubina/kota nivoa u prilaznom kanalu, jer je njegova zapremina neuporedivo veća od zapremine komore (što zahteva da uzvodni granični profil bude dovoljno udaljen od gornje glave komore) ; spoljašnji nizvodni granični uslov je $Q = 0$ u profilu donje glave komore; oblik unutrašnjeg graničnog uslova zavisi od hidrauličkog sistema u gornjoj glavi komore.*

4.1.2 Eksplicitna shema konačnih razlika

U literaturi se može naći veoma veliki broj računskih shema zasnovanih na metodi konačnih razlika [7, 10, 41, 42] itd. Poznato je da one po svom karakteru mogu biti *eksplicitne* ili *implicitne*. Ovde se razmatra MakKormakova (MacCormack) eksplicitna shema [7, 42], koja je pogodna za numeričko modeliranje kako sporo promenljivih, tako i naglo promenljivih neustaljenih tokova (talasa sa strmim čelom).

4.1.2.1 Osnovne jednačine

Prednost numeričkih shema poput MakKormakove je u tome što istovremeno daju (tzv. „slabo") rešenje, koje se odnosi, kako za oblast blagih promena dubine i brzine, tako i za oblast njihovih naglih promena (izraženih gradijenata). Pri tome, obe oblasti su definisane istim jednačinama, koje moraju biti formulisane u tzv. „konzervativnom obliku" [7, 42]:

$$\boxed{\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial x} + \boldsymbol{S} = \boldsymbol{0}} \tag{4.81}$$

gde su vektori $\boldsymbol{U}$, $\boldsymbol{F}$ i $\boldsymbol{S}$ definisani izrazima:

$$\boldsymbol{U} = \left\{ \begin{array}{c} A \\ Q \end{array} \right\}; \quad \boldsymbol{F} = \left\{ \begin{array}{c} Q \\ \dfrac{Q^2}{A} + g\,A\,\hat{h} \end{array} \right\}; \quad \boldsymbol{S} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -g\,A\,(I_d - I_e) \end{array} \right\}. \tag{4.82}$$

U ovakvoj formulaciji, nepoznate su protok Q (odnosno brzina V) i površina preseka A (odnosno dubina h). Veličina $\hat{h}$ je odstojanje težišta poprečnog preseka

do nivoa vodnog ogledala, a proizvod $A\,\hat{h}$ je statički moment te površine u odnosu na nivo vode.

Konzervativni oblik osnovnih jednačina (o kome će kasnije još biti reči) daje mogućnost rešavanja sa umanjenim uticajem nepoželjnih (parazitskih) numeričkih efekata, kao što su „*numerička difuzija*" i „*numerička disperzija*" [10, 41].

4.1.2.2 Računski postupak

MakKormakova shema se zasniva na etapnom rešavanju, razdvajanjem operatora po vremenu u dve etape.

Etapa „prediktor". Izvodi se zamenjuju konačnim razlikama *unazad* na ovaj način:

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} \approx \frac{\boldsymbol{U}_i^* - \boldsymbol{U}_i^k}{\Delta t} \tag{4.83}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial x} \approx \frac{\boldsymbol{F}_i^k - \boldsymbol{F}_{i-1}^k}{\Delta x}, \tag{4.84}$$

gde je: $i-$oznaka profila, $k-$oznaka vremenskog nivoa, dok simbol „$*$" označava vrednosti koje se dobijaju kao rešenje u ovoj, prvoj etapi.

Zamenom u osnovni sistem jednačina (4.81) i sređivanjem, dobija se:

$$\boldsymbol{U}_i^* = \boldsymbol{U}_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\boldsymbol{F}_i^k - \boldsymbol{F}_{i-1}^k\right) - \boldsymbol{S}_i^k\,\Delta t. \tag{4.85}$$

Rešenje $\boldsymbol{U}_i^*$ daje vrednosti A^* i $Q^* = (V\,A)^*$, odakle se računaju nepoznate V^* i h^*. To se obavlja za sve *unutrašnje* čvorove ($i = 2, \ldots, np-1$). Sa tako dobijenim vrednostima se prelazi u drugu etapu – „korektor" da bi se sračunale elementi vektora $\boldsymbol{F}^*$ i $\boldsymbol{S}^*$.

Etapa „korektor". Primenjuje se aproksimacija zasnovana na razlikama *unapred*:

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} \approx \frac{\boldsymbol{U}_i^{**} - \boldsymbol{U}_i^k}{\Delta t} \tag{4.86}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial x} \approx \frac{\boldsymbol{F}_{i+1}^* - \boldsymbol{F}_i^*}{\Delta x}, \tag{4.87}$$

gde simbol „$**$" označava rešenje u ovoj, drugoj etapi.

Zamenom u osnovni sistem (4.81), pri čemu je $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}_i^*$, dobija se:

$$\boldsymbol{U}_i^{**} = \boldsymbol{U}_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(\boldsymbol{F}_{i+1}^* - \boldsymbol{F}_i^*\right) - \boldsymbol{S}_i^*\,\Delta t. \tag{4.88}$$

Konačno rešenje je:

$$\boldsymbol{U}_i^{k+1} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{U}_i^{*} + \boldsymbol{U}_i^{**}\right). \tag{4.89}$$

Granični uslovi. Na uzvodnom i nizvodnom kraju računske deonice zadati granični uslovi kombinuju se sa jednačinama karakterisitka (što je praksa kod svih eksplititnih shema). Kao što je ranije opisano, na uzvodnoj granici se koristi jednačina negativne karakteristike, a na nizvodnoj granici, jednačina pozitivne karakteristike. Uvođenje karakteristika ima za cilj da se greška u graničnim profilima ne prenosi unutar domena[5].

Uslov stabilnosti. Za stabilnost eksplicitnih računskih shema, kao i za metodu karakteristika, neophodno je da bude ispunjen Kurantov uslov: $\mathrm{Cr} \leq 1$.

Početna vrednost računskog koraka Δt, određena na osnovu zadatih početnih uslova i (4.80), ne garantuje ispunjenost Kurantovog uslova tokom proračuna, pa se ovaj uslov mora u svakom koraku kontrolisati, a vrednost Δt menjati, ukoliko uslov nije zadovoljen.

4.1.3 Implicitna shema konačnih razlika

Implicitne sheme (uslovno) nemaju ograničenje računskog koraka po vremenu, pa su prikladne za numeričke simulacije dužeg trajanja. Najpoznatiji predstavnik je Prajsmanova (Preissmann) implicitna shema [10].

4.1.3.1 Osnovne jednačine

Jednačine održanja mase i količine kretanja mogu se napisati u nekonzervativnom obliku [10]:

$$\boxed{\begin{aligned} B\,\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} &= 0 \\ \frac{1}{g}\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Q}{A}\right) + \frac{1}{2g}\,\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A^2}\right) + \frac{\partial Z}{\partial x} + I_e &= 0. \end{aligned}} \tag{4.90}$$

Ovog puta, nagib linije energije usled trenja definisan je Maningovom formulom preko protoka:

$$I_e = \frac{n^2\, Q\,|Q|}{A^2 R^{4/3}} = \frac{Q\,|Q|}{K^2}. \tag{4.91}$$

Sistem jednačina (4.90) rešava se numerički po nepoznatim $Z(x,t)$ i $Q(x,t)$.

[5] MakKormakova shema je drugog reda tačnosti. Neki autori smatraju da uvođenje karakteristika (čija je tačnost prvog reda) smanjuje tačnost sheme i u unutrašnosti računske oblasti. Drugi autori dokazuju da to nije slučaj i da globalna tačnost drugog reda ove sheme nije narušena.

4.1.3.2 Računski postupak

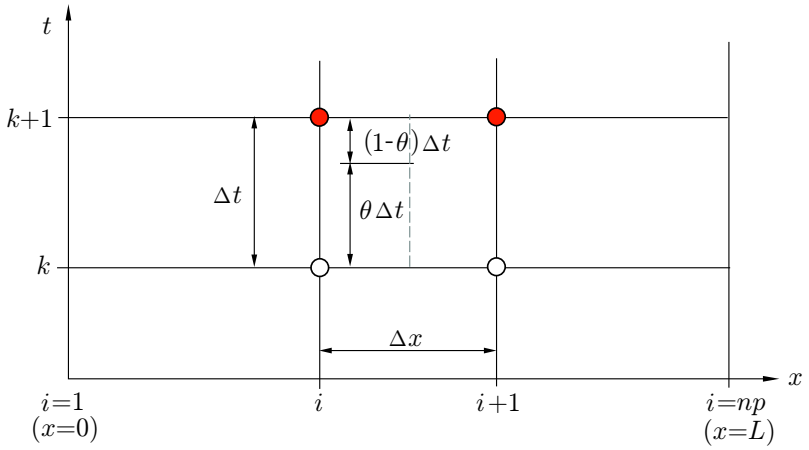
Opšta karakteristika implicitnih shema je da se prostorni izvodi diskretizuju tako da, pored poznatih vrednosti sa prethodnog vremenskog nivoa, obuhvataju i nepoznate vrednosti sa tekućeg računskog nivoa. To dovodi do *sistema algebarskih jednačina*. Kako je ovaj sistem nelinearan, za njegovo rešavanje se primenjuju odgovarajući iterativni postupci ili postupak linearizacije. Za razliku od eksplicitnih shema, gde se rešenje dobija „profil po profil", implicitne sheme daju odjednom („simultano") rešenje u svim računskim profilima.

Prema Prajsmanovoj implicitnoj metodi, parcijalnih izvodi se aproksimiraju konačnim razlikama prema shemi koja obuhvata 4 tačke, kao što je prikazano na Slici 4.7:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{1}{\Delta t}\left(\frac{f_i^{k+1}+f_{i+1}^{k+1}}{2} - \frac{f_i^k + f_{i+1}^k}{2}\right) \tag{4.92}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \theta\,\frac{f_{i+1}^{k+1}-f_i^{k+1}}{\Delta x} + (1-\theta)\frac{f_{i+1}^k - f_i^k}{\Delta x}, \tag{4.93}$$

gde oznaka „f" predstavlja bilo koju od zavisno promenljivih, Q ili Z. Računski koraci po vremenu Δt i prostoru Δx mogu, a ne moraju, biti konstantni.



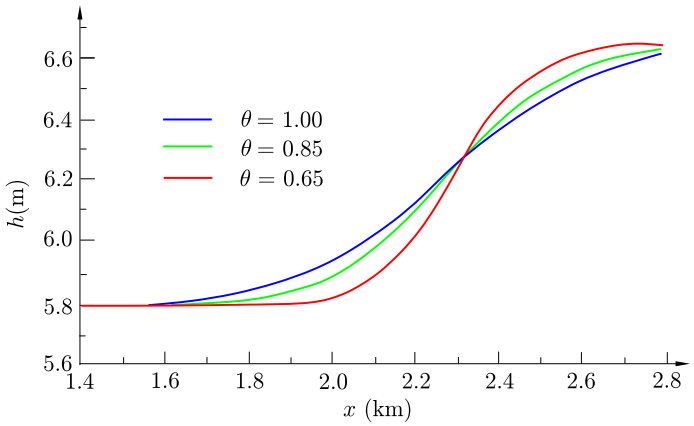
Slika 4.7: *Računska mreža implicitne Prajsmanove sheme, poznate i kao „shema 4 tačke".*

Veličina koja nije pod izvodima (I_e), aproksimira se na ovaj način:

$$f(x,t) \approx \theta\left(\frac{f_i^{k+1}+f_{i+1}^{k+1}}{2}\right) + (1-\theta)\left(\frac{f_i^k + f_{i+1}^k}{2}\right). \tag{4.94}$$

Ako se uzme $\theta = 0$, shema postaje eksplicitna, a za $\theta = 1$, potpuno je implicitna. Obično se koriste vrednosti $\theta = 0{,}6 \div 0{,}7$. Niže vrednosti bolje reprodukuju

strmo čelo talasa, ali uz mogućnost pojave numeričkih oscilacija iza talasnog čela. Vrednosti θ bliske jedinici eliminišu oscilacije, ali daju u većoj meri „ublaženo" (rasplinuto) čelo talasa (Slika 4.8). Detaljno razmatranje značenja i uticaja parametra θ može se naći u literaturi [10].



Slika 4.8: *Kontura talasnog čela u zavisnosti od vrednosti parametra* θ [7].

Linearizacija zavisno promenljivih. Linearizacija podrazumeva da se zavisno promenljiva f na vremenskom nivou $(k+1)\Delta t$ može definisati na sledeći način:

$$f^{k+1} = f^k + \Delta f, \tag{4.95}$$

gde Δf predstavlja priraštaj te promenljive u vremenskom intervalu Δt.

Primenom opšteg izraza (4.95) na razmatrane zavisno promenljive, dobijaju se izrazi oblika:

$$Z_i^{k+1} = Z_i^k + \Delta Z_i; \qquad Z_{i+1}^{k+1} = Z_{i+1}^k + \Delta Z_{i+1} \tag{4.96}$$

$$Q_i^{k+1} = Q_i^k + \Delta Q_i; \qquad Q_{i+1}^{k+1} = Q_{i+1}^k + \Delta Q_{i+1}. \tag{4.97}$$

Linearizacijom, Prajsmanove diskretizacione jednačine (4.92)–(4.94) se svode na veze između *priraštaja* zavisno promenljivih na vremenskom nivou $(k+\theta)\Delta t$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\theta\,\Delta f_{i+1} + \theta\,\Delta f_i}{\theta\,\Delta t}\right) \tag{4.98}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{(f_{i+1}^k + \theta\,\Delta f_{i+1}) - (f_i^k + \theta\,\Delta f_i)}{\Delta x} \tag{4.99}$$

$$f \approx \frac{1}{2}\left[(f_{i+1}^k + \theta\,\Delta f_{i+1}) + (f_i^k + \theta\,\Delta f_i)\right], \tag{4.100}$$

pri čemu je:

$$f^{k+\theta} = f^k + \theta\,\Delta f. \tag{4.101}$$

Konkretno, za promenljive Z i Q slede izrazi:

$$Z_i^{k+\theta} = Z_i^k + \theta\,\Delta Z_i; \qquad Z_{i+1}^{k+\theta} = Z_{i+1}^k + \theta\,\Delta Z_{i+1} \tag{4.102}$$

$$Q_i^{k+\theta} = Q_i^k + \theta\,\Delta Q_i; \qquad Q_{i+1}^{k+\theta} = Q_{i+1}^k + \theta\,\Delta Q_{i+1}. \tag{4.103}$$

Diskretizacija članova u jednačini održanja mase. Primenom izraza (4.98)–(4.100):

$$B\,\frac{\partial Z}{\partial t} \approx \frac{1}{2}\left[\frac{B_i\,\theta\,\Delta Z_i + B_{i+1}\,\theta\,\Delta Z_{i+1}}{\theta\,\Delta t}\right] \tag{4.104}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta x}\,\left[(Q_{i+1} + \theta\,\Delta Q_{i+1}) - (Q_i + \theta\,\Delta Q_i)\right] \tag{4.105}$$

i zamenom u prvu jednačinu sistema (4.90) dobija se:

$$\underbrace{-\theta}_{A}\,\Delta Q_i + \underbrace{\theta}_{B}\,\Delta Q_{i+1} + \underbrace{\frac{\Delta x\,B_i}{2\,\Delta t}}_{C}\,\Delta Z_i + \underbrace{\frac{\Delta x\,B_{i+1}}{2\,\Delta t}}_{D}\,\Delta Z_{i+1} + \underbrace{Q_{i+1} - Q_i}_{G} = 0 \tag{4.106}$$

odnosno,

$$\boxed{A\,\Delta Q_i + B\,\Delta Q_{i+1} + C\,\Delta Z_i + D\,\Delta Z_{i+1} + G = 0.} \tag{4.107}$$

Koeficijenti A, B, C, D i G zavise isključivo od poznatih vrednosti zavisno promenljivih (Q, Z) na vremenskom nivou „k", što znači da su konstante.

Diskretizacija članova u jednačini održanja količine kretanja. Većina članova u ovoj jednačini su složene funkcije $f(Z, Q)$, tako da linearizacija (4.95), odnosno (4.101), podrazumeva razvoj u Tajlorov red, pretpostavljajući da su te funkcije neprekidne i diferencijabilne:

$$f_i^{k+1} = f_i^k + \Delta f = f_i^k + \frac{\partial f_i}{\partial Z_i}\,\Delta Z_i + \frac{\partial f_i}{\partial Q_i}\,\Delta Q_i + \ldots \tag{4.108}$$

$$f_i^{k+\theta} = f_i^k + \theta\,\Delta f = f_i^k + \frac{\partial f_i}{\partial Z_i}\,\theta\,\Delta Z_i + \frac{\partial f_i}{\partial Q_i}\,\theta\,\Delta Q_i + \ldots \tag{4.109}$$

U nastavku se izvode izrazi za pojedine članove dinamičke jednačine sistema (4.90).

• Član $\dfrac{1}{g}\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{Q}{A}\right)$

Razvojem u Tajlorov red prema izrazu (4.109), sledi:

$$(Q\,A^{-1})^{k+\theta} = (Q\,A^{-1})^{k} + A^{-1}\,\theta\,\Delta Q - A^{-2}\,Q\,\frac{\partial A}{\partial Z}\,\theta\,\Delta Z + \ldots, \tag{4.110}$$

gde je: $\partial A/\partial Z = B$.

Primenjujući pravilo (4.98), dobija se[6]:

$$\begin{aligned}\frac{1}{g}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Q}{A}\right) \;\approx\; \frac{1}{g\,\theta\,\Delta t}\,\frac{1}{2}\,\Bigg[&\left(\frac{Q_i}{A_i} + \frac{\theta\,\Delta Q_i}{A_i} - \frac{Q_i}{A_i^2}\,B_i\,\theta\,\Delta Z_i\right) - \frac{Q_i}{A_i} + \\ &+ \left(\frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{\theta\,\Delta Q_{i+1}}{A_{i+1}} - \frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}^2}\,B_{i+1}\,\theta\,\Delta Z_{i+1}\right) - \frac{Q_{i+1}}{A_{i+1}}\Bigg].\end{aligned} \tag{4.111}$$

• Član $\dfrac{1}{2g}\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{Q^2}{A^2}\right)$

Razvoj u Tajlorov red daje:

$$(Q^2\,A^{-2})^{k+\theta} = (Q^2\,A^{-2})^{k} + 2\,Q\,A^{-2}\,\theta\,\Delta Q - 2\,A^{-3}\,Q^2\,\frac{\partial A}{\partial Z}\,\theta\,\Delta Z + \ldots, \tag{4.112}$$

gde je opet: $\partial A/\partial Z = B$.

Primenjujući pravilo (4.99), dobija se:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2g}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{Q^2}{A^2}\right) \approx \frac{1}{2g\,\Delta x}\,\Bigg[&\left(\frac{Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^2} + \frac{2Q_{i+1}}{A_{i+1}^2}\,\theta\,\Delta Q_{i+1} - \frac{2Q_{i+1}^2}{A_{i+1}^3}\,B_{i+1}\,\theta\,\Delta Z_{i+1}\right) - \\ &- \left(\frac{Q_i^2}{A_i^2} + \frac{2Q_i}{A_i^2}\,\theta\,\Delta Q_i + \frac{2Q_i^2}{A_i^3}\,B_i\,\theta\,\Delta Z_i\right)\Bigg].\end{aligned} \tag{4.113}$$

• Član $\dfrac{\partial Z}{\partial x}$

Primenjujući pravilo (4.99):

$$\frac{\partial Z}{\partial x} \approx \frac{1}{\Delta x}\,\left[(Z_{i+1} + \theta\,\Delta Z_{i+1}) - (Z_i + \theta\,\Delta Z_i)\right] \tag{4.114}$$

[6] Zbog kraćeg pisanja, nadalje se izostavlja oznaka vremenskog nivoa „k".

• Član $\dfrac{Q^2}{K^2}$

Razvoj u Taylorov red daje:

$$(Q^2\,K^{-2})^{j+\theta} = (Q^2\,K^{-2})^k + 2Q\,K^{-2}\,\theta\,\Delta Q - 2K^{-3}\,Q^2\,\frac{\partial K}{\partial Z}\,\theta\,\Delta Z + \dots \quad (4.115)$$

Primenjujući pravilo (4.100), dobija se:

$$\begin{aligned}\frac{Q^2}{K^2} \;\approx\; \frac{1}{2}\,\Bigg[&\left(\frac{Q_i^2}{K_i^2} + \frac{2Q_i}{K_i^2}\,\theta\,\Delta Q_i - \frac{2Q_i^2}{K_i^3}\,\left(\frac{\partial K}{\partial Z}\right)_i \theta\,\Delta Z_i\right) + \\ &+ \left(\frac{Q_{i+1}^2}{K_{i+1}^2} + \frac{2Q_{i+1}}{K_{i+1}^2}\,\theta\,\Delta Q_{i+1} - \frac{2Q_{i+1}^2}{K_{i+1}^3}\,\left(\frac{\partial K}{\partial Z}\right)_{i+1} \theta\,\Delta Z_{i+1}\right)\Bigg] \quad (4.116)\end{aligned}$$

Sabiranjem navedenih članova i grupisanjem uz nepoznate priraštaje ΔQ i ΔZ dobija se jednačina oblika:

$$\begin{aligned}&\Delta Q_i \underbrace{\left[\frac{\Delta x}{2g\Delta t\,A_i} - \frac{\theta Q_i}{g\,A_i^2} + \frac{\theta\,\Delta x\,Q_i}{K_i^2}\right]}_{A'} + \\ &+\Delta Q_{i+1} \underbrace{\left[\frac{\Delta x}{2g\Delta t\,A_{i+1}} + \frac{\theta\,Q_{i+1}}{g\,A_{i+1}^2} + \frac{\theta\,\Delta x\,Q_{i+1}}{K_{i+1}^2}\right]}_{B'} + \\ &+\Delta Z_i \underbrace{\left[-\theta - \frac{\Delta x\,Q_i B_i}{2g\,\Delta t\,A_i^2} + \frac{\theta\,Q_i^2 B_i}{g\,A_i^3} - \frac{\theta\,\Delta x\,Q_i|Q_i|}{K_i^3}\,\left(\frac{\partial K}{\partial Z}\right)_i\right]}_{C'} + \\ &+\Delta Z_{i+1} \underbrace{\left[\theta - \frac{\Delta x\,Q_{i+1}B_{i+1}}{2g\,\Delta t\,A_{i+1}^2} - \frac{\theta\,Q_{i+1}^2 B_{i+1}}{g\,A_{i+1}^3} - \frac{\theta\,\Delta x\,Q_{i+1}|Q_{i+1}|}{K_{i+1}^3}\,\left(\frac{\partial K}{\partial Z}\right)_{i+1}\right]}_{D'} + \\ &+ \underbrace{Z_{i+1} - Z_i + \frac{Q_{i+1}^2}{2g\,A_{i+1}^2} - \frac{Q_i^2}{2g\,A_i^2} + \frac{\Delta x}{2}\left(\frac{Q_i|Q_i|}{K_i^2} + \frac{Q_{i+1}|Q_{i+1}|}{K_{i+1}^2}\right)}_{G'} = 0, \quad (4.117)\end{aligned}$$

odnosno,

$$\boxed{A'\,\Delta Q_i + B'\,\Delta Q_{i+1} + C'\,\Delta Z_i + D'\,\Delta Z_{i+1} + G' = 0.} \quad (4.118)$$

Može se primetiti da se vrednosti koeficijenata A', B', C', D' i G' menjaju u prostoru (od profila do profila), ali ne po vremenu, jer zavise isključivo od poznatih vrednosti

zavisno promenljivih (Q, Z) na vremenskom nivou „k". To znači da su u svakom računskom koraku ovi koeficijenti skalarne veličine.

Izvod $\partial K/\partial Z$ se može napisati u razvijenom obliku:

$$\frac{\partial K}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{1}{n} A R^{2/3}\right) = \frac{1}{n}\left(R^{2/3}\frac{\partial A}{\partial Z} + A\frac{\partial R^{2/3}}{\partial Z}\right) = \frac{1}{n}\left(R^{2/3} B + A\frac{\partial R^{2/3}}{\partial Z}\right). \tag{4.119}$$

U slučaju prirodnog korita sa poprečnim presekom nepravilnog oblika, vrednost izraza (4.119) mora se odrediti numeričkim diferenciranjem. U slučaju da poprečni presek korita ima pravilan geometrijski oblik, koristi se analitičko diferenciranje, pa za trapezni presek sa nagibom kosina 1:m važi izraz:

$$\frac{\partial K}{\partial Z} = \frac{R^{2/3}}{n}\frac{1}{3}(5\,B - 4\,R\sqrt{1+\mathrm{m}^2}). \tag{4.120}$$

Rešavanje sistema algebarskih jednačina. Linearizacijom je problem iterativnog rešavanje sistema izvornih nelinearnih jednačina prevaziđen tako što je omogućena primena numerički manje zahtevne „Metode dvostrukog prolaza" (engl. „*double sweep method*") [10]. Ova metoda se zasniva na činjenici da se za svaku kontrolnu zapreminu ograničenu profilima „i" i „$i+1$" mogu napisati dve jednačine tipa (4.107) i (4.118):

$$\left.\begin{aligned} A\,\Delta Q_i + B\,\Delta Q_{i+1} + C\,\Delta Z_i + D\,\Delta Z_{i+1} + G &= 0 \\ A'\,\Delta Q_i + B'\,\Delta Q_{i+1} + C'\,\Delta Z_i + D'\,\Delta Z_{i+1} + G' &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{4.121}$$

Na deonici sa np profila, broj nepoznatih iznosi $2\,np$. Kako je broj kontrolnih zapremina $np-1$, može se napisati $2(np-1)=2\,np-2$ jednačina. Dakle, nedostaju 2 jednačine za zatvaranje sistema. Te dve jednačine obezbeđuju granični uslovi.

Osnovna pretpostavka Metode dvostrukog prolaza je da je za dovoljno malu vrednost računskog koraka Δt, veza izmedju nepoznatih ΔQ i ΔZ u svakom „i"–tom profilu *linearna*:

$$\boxed{\Delta Q_i = E_i\,\Delta Z_i + F_i.} \tag{4.122}$$

Ova pretpostavka važi ako priraštaji ispunjavaju uslov: $\Delta Q_i \ll Q_i$ i $\Delta Z_i \ll Z_i$. Primetiti da, za razliku od prethodno definisanih koeficijenata, koeficijenti E i F su vektorske veličine, jer su njihove vrednosti u tekućem računskom koraku vezane za profile. To je neophodno u algoritmu „dvostrukog prolaza".

Ako se veza (4.122) uvrsti u dinamičku jednačinu (drugu sistema (4.121), može se iz nje eliminisati veličina ΔQ_i:

$$A'\,(E_i\,\Delta Z_i + F_i) + B'\,\Delta Q_{i+1} + C'\,\Delta Z_i + D'\,\Delta Z_{i+1} + G' = 0. \tag{4.123}$$

Rešavanjem po ΔZ_i dobija se:

$$\boxed{\Delta Z_i = L_i\,\Delta Z_{i+1} + M_i\,\Delta Q_{i+1} + N_i,} \tag{4.124}$$

gde je:

$$L_i = D'/H_{pom} \tag{4.125}$$
$$M_i = B'/H_{pom} \tag{4.126}$$
$$N_i = (A'\,F_i + G')/H_{pom} \tag{4.127}$$
$$H_{pom} = -(A'\,E_i + C'). \tag{4.128}$$

Ako se izrazi (4.122) i (4.124) uvrste u jednačinu kontinuiteta (prvu sistema (4.121), mogu se iz nje eliminisati nepoznate ΔQ_i i ΔZ_i:

$$\begin{aligned} A\,(E_i\,\Delta Z_i + F_i) \;+\; & B\,\Delta Q_{i+1} + C\,(L_i\,\Delta Z_{i+1} + M_i\,\Delta Q_{i+1} + N_i) + \\ +\; & D\,\Delta Z_{i+1} + G = 0, \end{aligned} \tag{4.129}$$

a rešavajući po ΔQ_{i+1} sledi:

$$\boxed{\Delta Q_{i+1} = E_{i+1}\,\Delta Z_{i+1} + F_{i+1},} \tag{4.130}$$

gde je:

$$E_{i+1} = (A\,E_i\,L_i + C\,L_i + D)/J_{pom} \tag{4.131}$$
$$F_{i+1} = (A\,(E_i\,N_i + F_i) + C\,N_i + G)/J_{pom} \tag{4.132}$$
$$J_{pom} = -(A\,E_i\,M_i + C\,M_i + B). \tag{4.133}$$

Algoritam dvostrukog prolaza: prolaz unapred. Da bi se proračun mogao realizovati, neophodno je definisati 2 granična uslova. U mirnom režimu tečenja ovi uslovi se zadaju po jedan na uzvodnoj i nizvodnoj granici računske oblasti[7].

Prolaz unapred započinje sa uzvodnim graničnim uslovom (profil $i = 1$). Ako je ovaj uslov zadat u vidu hidrograma $Q_1(t)$, vrednost priraštaja $\Delta Q_1 = Q_1^{k+1} - Q_1^k$ je u svakom trenutku poznata, jer je Q_1^k poznati protok iz prethodnog računskog koraka, a Q_1^{k+1} je zadata, ili računata vrednost ulaznog protoka. Ta vrednost se tokom proračuna dobija interpolacijom zadatog hidrograma, ili se računa pomoću jednačine potopljenog doticanja kroz klinkete ili dovodne galerije.

[7] Za razliku od eksplicitnih varijanti metode konačnih priraštaja, kod implicitnih metoda se granični uslovi direktno uvode u sistem jednačina, bez uvođenja jednačina karakteristika. Tako je u slučaju punjenja brodske prevodnice, uzvodni granični uslov definisan hidrogramom punjenja: Q_1^{k+1}, a nizvodni granični je uslovljen zatvorenom nizvodnom kapijom: $Q_{np}^{k+1} = 0$.

Tada je:

$E_1 = 0$
$F_1 = Q_1^{k+1} - Q_1^k.$

Sledi proračun po profilima: $i = 2, 3, \ldots, np-1$:

(1) skalarnih koeficijenata iz jednačine kontinuiteta (sistem 4.121) A, B, C, D, G;
(2) skalarnih koeficijenata iz dinamičke jednačine (sistem 4.121) A', B', C', D', G';
(3) vektorskih koeficijenata L_i, M_i, N_i (4.125)-(4.127);
(4) vektorskih koeficijenata E_{i+1}, F_{i+1} (4.131)-(4.132).

Na nizvodnoj granici ($i = np$) primenjuje se nizvodni granični uslov. On može biti zadat u vidu hidrograma $Q_{np}(t)$, nivograma $Z_{np}(t)$ i krive protoka $Q_{np} = f(Z_{np})$. U slučaju brodske prevodnice, zadaje se hidrogram $Q_{np}(t) = 0$.

Tada je u svakom trenutku:

$\Delta Q_{np} = 0$
$\Delta Z_{np} = -F_{np}/E_{np}.$

Na osnovu ovih razlika računaju se „nove" vrednosti na nizvodnoj granici:

$$Z_{np}^{k+1} = Z_{np}^k + \Delta Z_{np} \tag{4.134}$$
$$Q_{np}^{k+1} = Q_{np}^k + \Delta Q_{np}. \tag{4.135}$$

Algoritam dvostrukog prolaza: prolaz unazad. Proračun se sprovodi od nizvodnog kraja do uzvodnog kraja računske oblasti. Računski ciklus obuhvata redom profile: $i = np-1, np-2, \ldots, 2, 1$, računajući:

(1) priraštaje (4.124): $\Delta Z_i = L_i\, \Delta Z_{i+1} + M_i\, \Delta Q_{i+1} + N_i$
(2) priraštaje (4.122): $\Delta Q_i = E_i\, \Delta Z_i + F_i$
(3) „nove" vrednosti nepoznatih:

$$Z_i^{k+1} = Z_i^k + \Delta Z_i \tag{4.136}$$
$$Q_i^{k+1} = Q_i^k + \Delta Q_i. \tag{4.137}$$

Metoda dvostrukog prolaza je ekvivalentna prvoj iteraciji Metode Njutn-Rafson. U većini slučajeva prva iteracija daje rezultat dovoljne tačnosti, ali se na svakom vremenskom nivou algoritam dvostrukog prolaza može ponoviti i više puta.

Iako je Prajsmanova shema bezuslovno stabilna (računski korak Δt nije ograničen Kurantovim uslovom), treba voditi računa da taj korak ipak ne bude previše velik, kako zbog linearizacije, tako i korektnog obuhvatanja ulaznog hidrograma (da se ne „preskoči" vrh ulaznog hidrograma).

4.1.4 Proračun sile koja deluje na brod

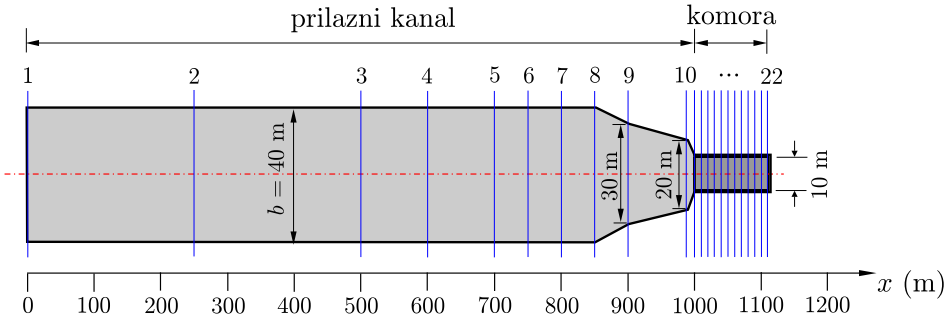
Ranije je pokazano da je bezdimenziona podužna sila na brod jednaka:

$$S^* = \frac{S_{pod}}{g\,G_{pl}} = \frac{\Delta h}{\Delta x}.$$

Kako se proračun neustaljenog strujanja odvija po unapred zadatim profilima, može se sračunati niz lokalnih vrednosti $(\Delta h/\Delta x)_i$ $(i = 1, 2, \ldots, np-1)$. Te vrednosti mogu imati pozitivan ili negativan znak. Za proračun sile na brod S^* (‰) može se koristiti najveća apsolutna vrednost lokalnog nagiba nivoa u komori (ili alternativno, vrednost nagiba osrednjenog po dužini komore).

4.1.5 Računski primeri

■ **Primer 4.1.** Analizirati neustaljeno tečenje u komori prevodnice i prilaznom kanalu (Slika 4.9) tokom punjenja komore.



Slika 4.9: *Primer* 4.1: *računski domen sa ukupno* 22 *računska profila.*

Prilazni kanal je trapeznog poprečnog preseka, širine u dnu $b = 40$ m i nagiba kosina m = 2 (8 profila). Prelaznu deonicu ka komori definišu 3 profila sa vrednostima: ($b = 30$ m; m = 1,5), ($b = 20$ m; m = 1,0), ($b = 10$ m; m = 0,5). Preostalih 11 profila se odnosi na komoru ($b = 10$ m; m = 0). Nagib dna komore i prilaznog kanala je $I_d = 0$, a vrednost Maningovog koeficijenta rapavosti je $n = 0{,}015$ m$^{-1/3}$s. Početne dubine su u komori 3 m, a u prilaznom kanalu 10 m.

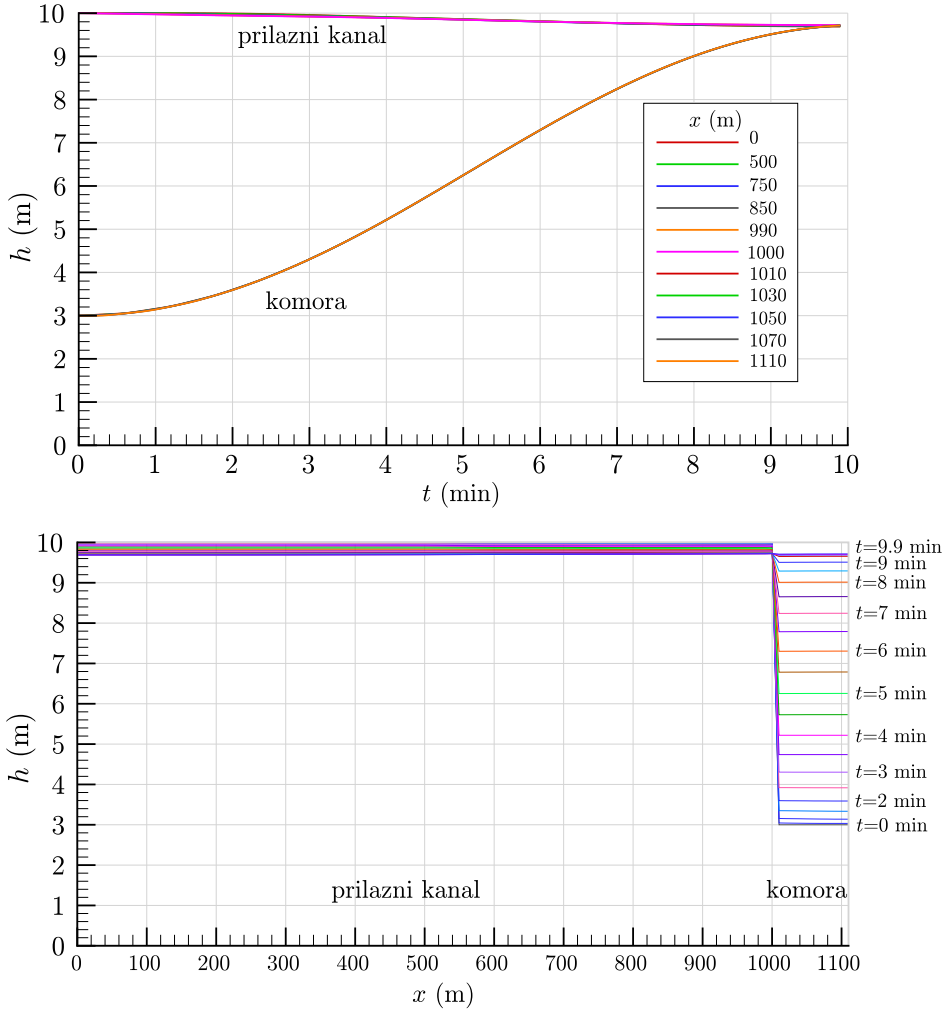
Punjenje komore je čeono, kroz potopljene galerije ukupne površine poprečnog preseka $A_o = 64$ m^2. Protok kroz galerije je definisan jednačinom (4.52), pri čemu je, pri linearnom podizanju tablastog zatvarača, promena vrednosti koeficijenta protoka (C_Q) data Tabeli 4.1.

Tabela 4.1: *Primer* 4.1: *vrednosti koeficijenta protoka.*

t (min)	0	1,05	2,10	3,15	4,20	5,25	6,30	7,35	8,40	9,45	60	120
C_Q (-)	0	0,07	0,14	0,21	0,28	0,34	0,38	0,42	0,44	0,45	0,46	0,46

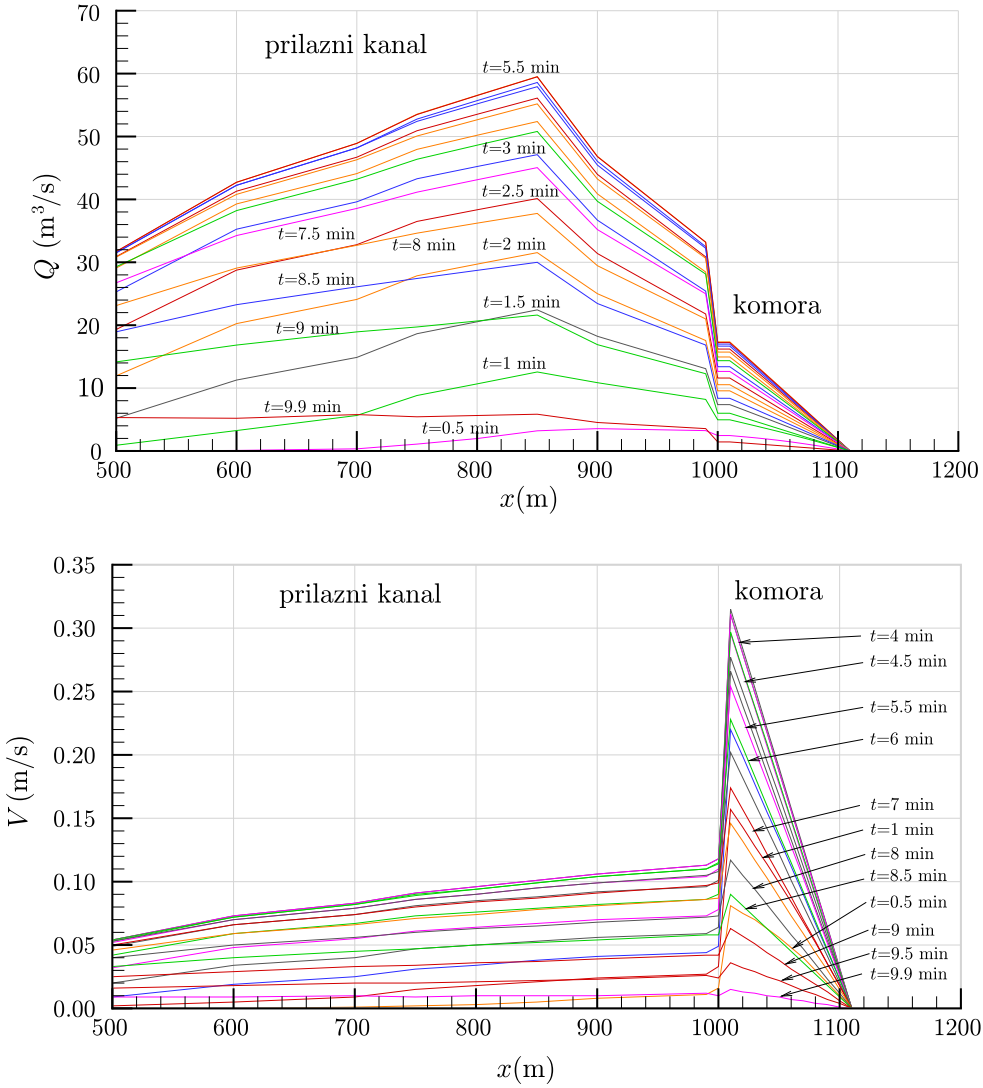
Unutrašni granični uslov je zadat u profilima 10 i 11 (Slika 4.9).
Spoljašnji granični uslovi: $Q_1 = 0$ m^3/s (ili $h_1 = 10$ m); $Q_{22} = 0$ m^3/s.

Rešenje. Proračun je obavljen pomoću metode karakteristika[8], sa promenljivim računskim korakom $\Delta t = 1{,}0 \div 1{,}2$ s, računatim iz uslova Cr ≈ 1. Rezultati su prikazani na Slikama 4.10 i 4.11. Može se primetiti da trajanje punjenja iznosi oko 10 min. Tokom punjenja komore, u prilaznom kanalu dolazi do sniženja nivoa, jer zapremina kanala nije neograničena (usvojena je računska dužina od 1 km).



Slika 4.10: *Primer* 4.1: *rezultati proračuna; gore: nivogrami; dole: podužni profil dubine.*

[8]Softver EMKi



Slika 4.11: *Primer* 4.1: *rezultati proračuna; gore: podužni profil protoka; dole: podužni profil brzine.*

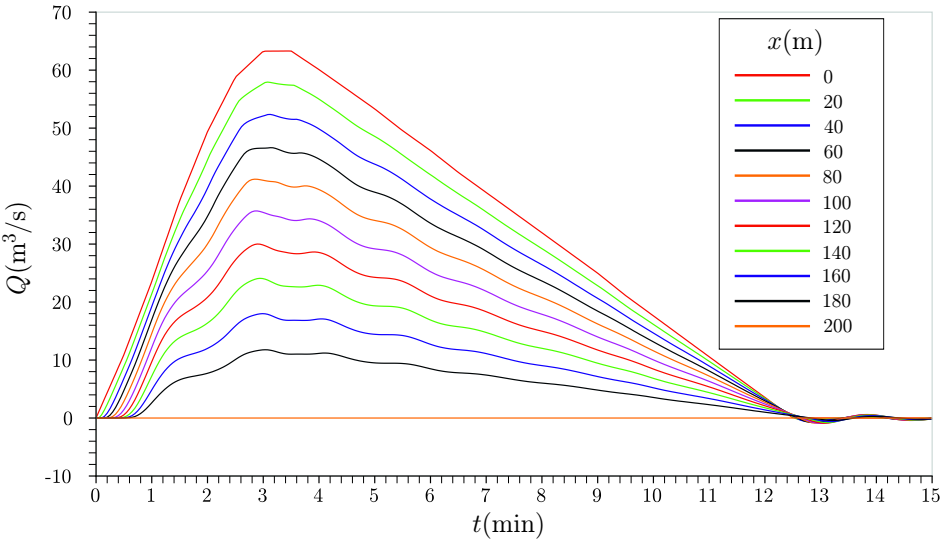
■ **Primer 4.2.** Projektuje se prevodnica sa čeonim sistemom punjenja kroz otvore u kapijama. Podaci o komori: $L_{kp}/B_{kp}/H_{kp} = 200/25/4{,}5$ m; $H_p = 4$ m; $I_d = 0$; $n = 0{,}016$ m$^{-1/3}$s. Hidrogram punjenja je dat u Tabeli 4.2. Analizirati hidraulički režim punjenja komore ove prevodnice.

Tabela 4.2: *Primer* 4.2: *hidrogram punjenja prevodnice.*

t (min)									
0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
10,0	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0	13,5	14,0	20,0
Q (m^3/s)									
0,00	10,92	23,56	37,47	49,39	58,78	63,27	63,30	60,09	56,71
53,31	49,56	46,14	42,36	38,89	35,43	31,95	28,47	24,98	21,13
17,62	14,09	10,57	7,05	3,56	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00

Rešenje. Proračun je obavljen pomoću metode karakteristika[9]. Računski korak po vremenu je promenljiv, sa najvećom vrednošću $\Delta t = 2{,}4$ s.

Trajanje punjenja komore iznosi 12,3 min. Hidrogrami, prikazani na Slici 4.12, pokazuju da u toku prvog minuta sukcesivno počinje porast protoka u računskim profilima, od uzvodnog kraja, nizvodno. Na svim hidrogramima (osim zadatog na ulazu i nultom na izlazu) mogu se primetiti izvesne oscilacije protoka o kojima će kasnije biti reči.



Slika 4.12: *Primer* 4.2: *hidrogrami punjenja komore.*

[9]Softver EMK

Na Slici 4.14 prikazani su nivogrami i linije nivoa tokom punjenja komore. Porast dubine sa napredovanjem talasa može se uočiti samo u početnom periodu od 1÷2 min, a kasnije se svi nivogrami praktično „stapaju" u jednu krivu.

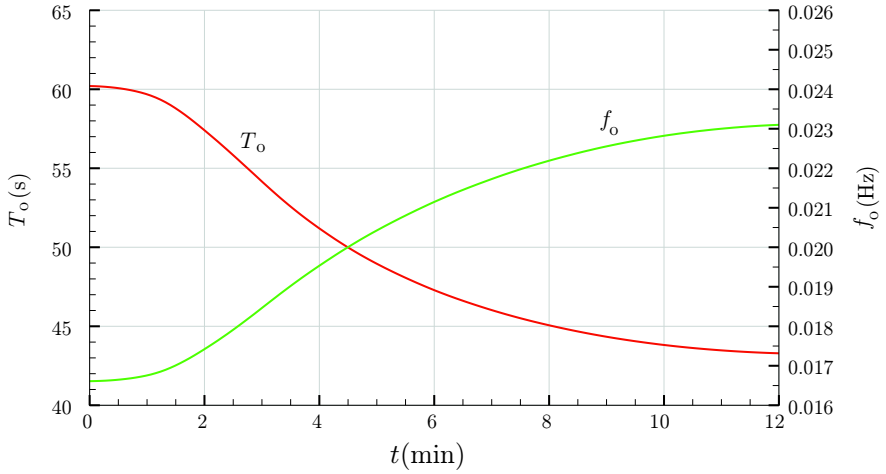
Blago oscilovanje protoka na računskim hidrogramima je posledica superpozicije ulaznog i odbijenog strujanja u komori i činjenice da je protok „osetljiva" varijabla, na koju istovremeno utiču poremećaji dubine i brzine. Za razliku od hidrograma, na nivogramima nema oscilacija, jer dubinu primarno određuje zapremina, tj. jednačina kontinuiteta, koja unosi mnogo veći stepen prigušenja malih, visokofrekventnih oscilacija od dinamičke jednačine koja „upravlja" protokom.

U celini, kretanje vodene mase u komori tokom njenog punjenja može se posmatrati kao gibanje, ili njihanje vodene mase. Iz elementarne fizike je poznato da se ovakva, oscilatorna kretanja opisuju periodom i frekvencijom. Osnovna perioda oscilovanja vodene mase u komorama prevodnica definisana je izrazom [14, 55]:

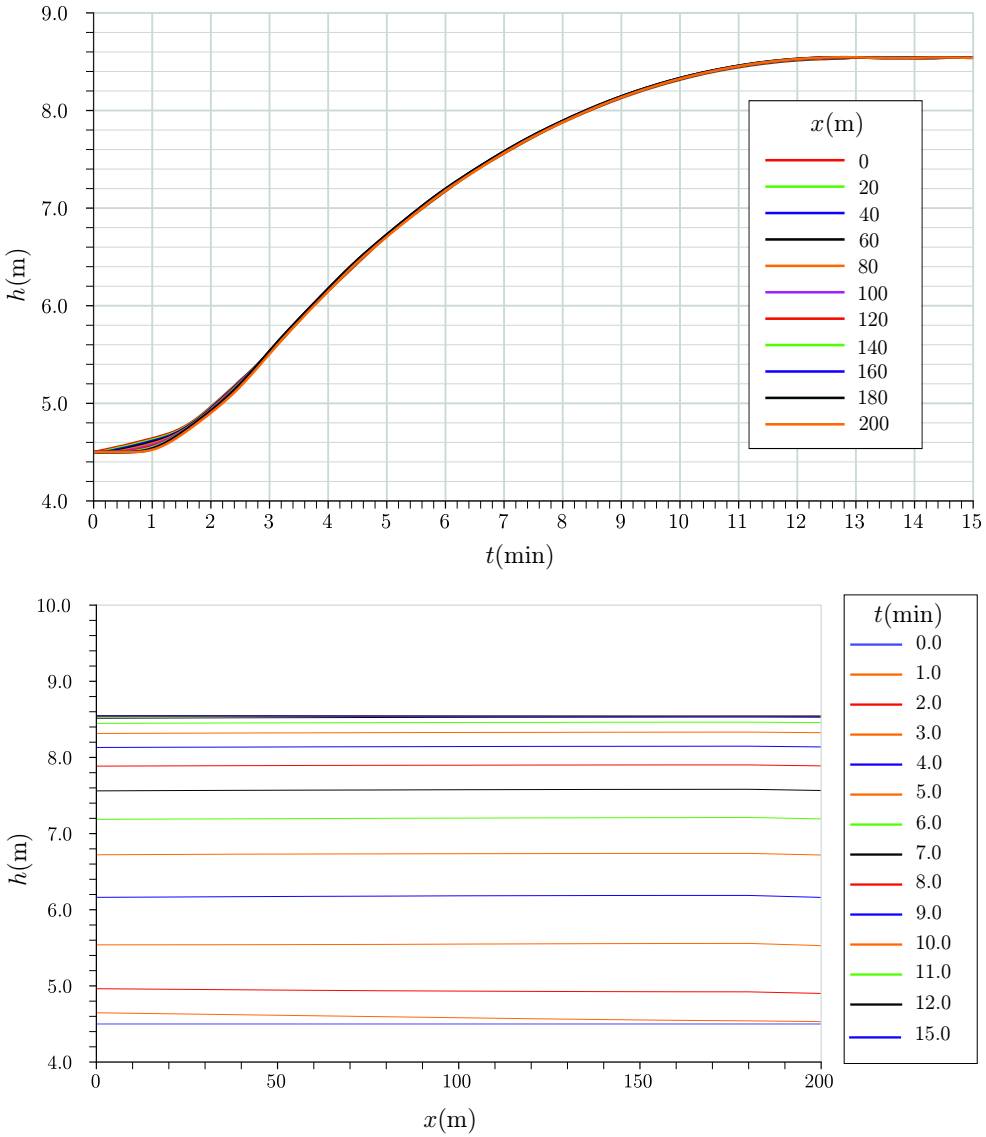
$$T_o = \frac{2\,L_{kp}}{c} \quad \text{(s)} \tag{4.138}$$

gde je: L_{kp} – dužina komore ($2L_{kp}$ je pređeni put talasnog poremećaja u odnosu na polaznu tačku), a $c = \sqrt{g\,h}$ – brzina prostiranja talasa. Odgovarajuća frekvencija, ili učestalost (broj ponavljanja u jedinici vremena) je: $f_o = 1/T_o$ (1/s=Hz).

Kako se tokom punjenja komore, brzina prostiranja talasnog poremećaja (c) menja u vremenu i prostoru (od računskog profila do profila), to se i vrednost T_o (računata pomoću izraza (4.138)) menja po prostoru. Kao merodavna, u svakom trenutku se može uzeti vrednost *osrednjena duž komore*. Tako se, u datom slučaju, dobija dijagram na Slici 4.13.



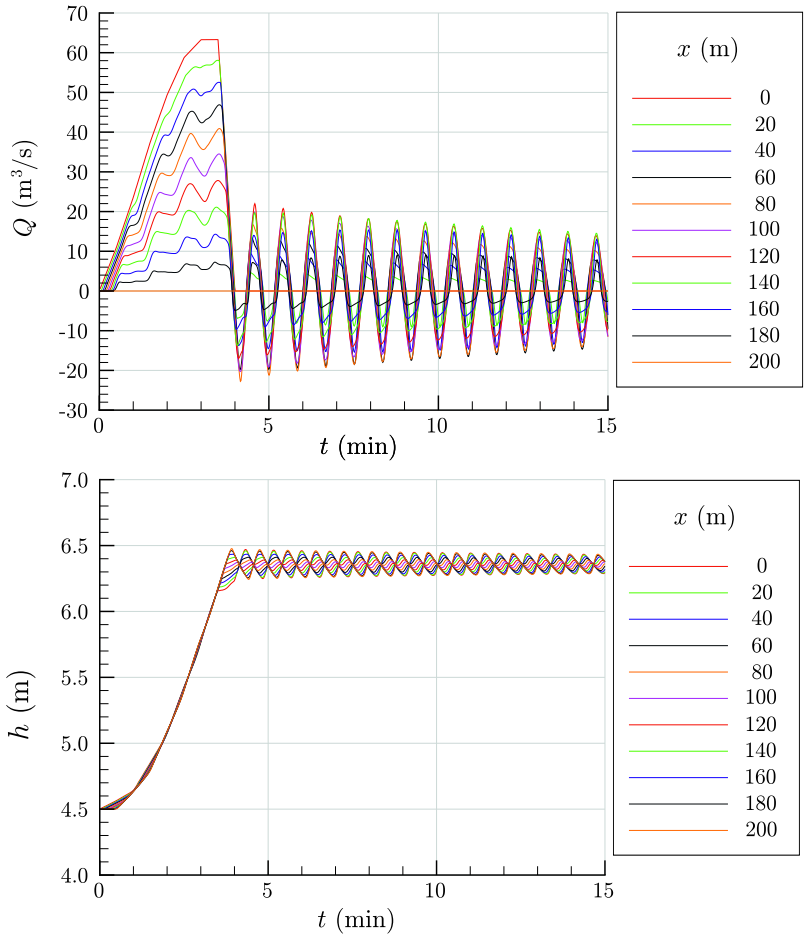
Slika 4.13: *Primer* 4.2: *osnovna perioda i frekvencija.*



Slika 4.14: *Primer* 4.2: *nivogrami i podužni profili nivoa.*

■ **Primer 4.3.** Razmatra se incidentna situacija u komori prevodnice iz Primera 4.2. U toku punjenja komore, u trenutku dostizanja navećeg ulaznog dotoka ($t = 3{,}5$ min; $Q = 63{,}3$ m^3/s, videti Tabelu 4.2), dolazi do nekontrolisanog pomeranja broda u komori. Interveniše se naglim zatvaranjem zatvarača na uzvodnoj kapiji, tako što se u roku od 30 s dotok u komoru potpuno obustavlja. Sračunati hidrauličke posledice ove mere.

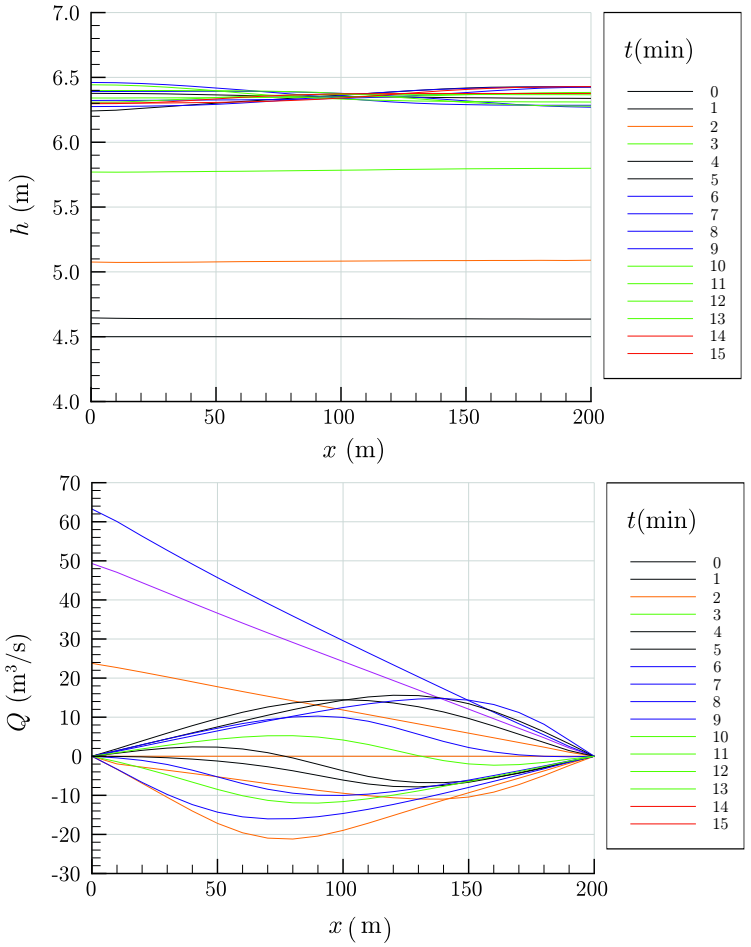
Rešenje. Kako je reč o naglo promenljivom neustaljenom strujanju, primeniće se eksplicitna shema MakKormaka koja je pogodna za talase sa strmim čelom[10]. Rezultati su prikazani na Slikama 4.15 i 4.16.



Slika 4.15: *Primer* 4.3: *hidrogrami i nivogrami.*

■ **Primer 4.4.** Prevodnicom, čija komora ima dimenzije 180/23/3 m, savlađuje se denivelacija od 5 m. Obavlja se čeono punjenje komore, kroz klinkete ukupne površine $A_o = 9{,}6\ \mathrm{m}^2$. Trajanje podizanja zatvarača iznosi 6 min. Isticanje je potopljeno, sa vrednošću koeficijenta protoka $C_Q = 0{,}61$. Sračunati trajanje punjenja komore i analizirati hidraulički režim punjenja. Odrediti veličinu sile na brod dimenzija 75/10/2,2 m i deplasmana 1000 t. ($n = 0,016\ \mathrm{m}^{-1/3}\mathrm{s}$.)

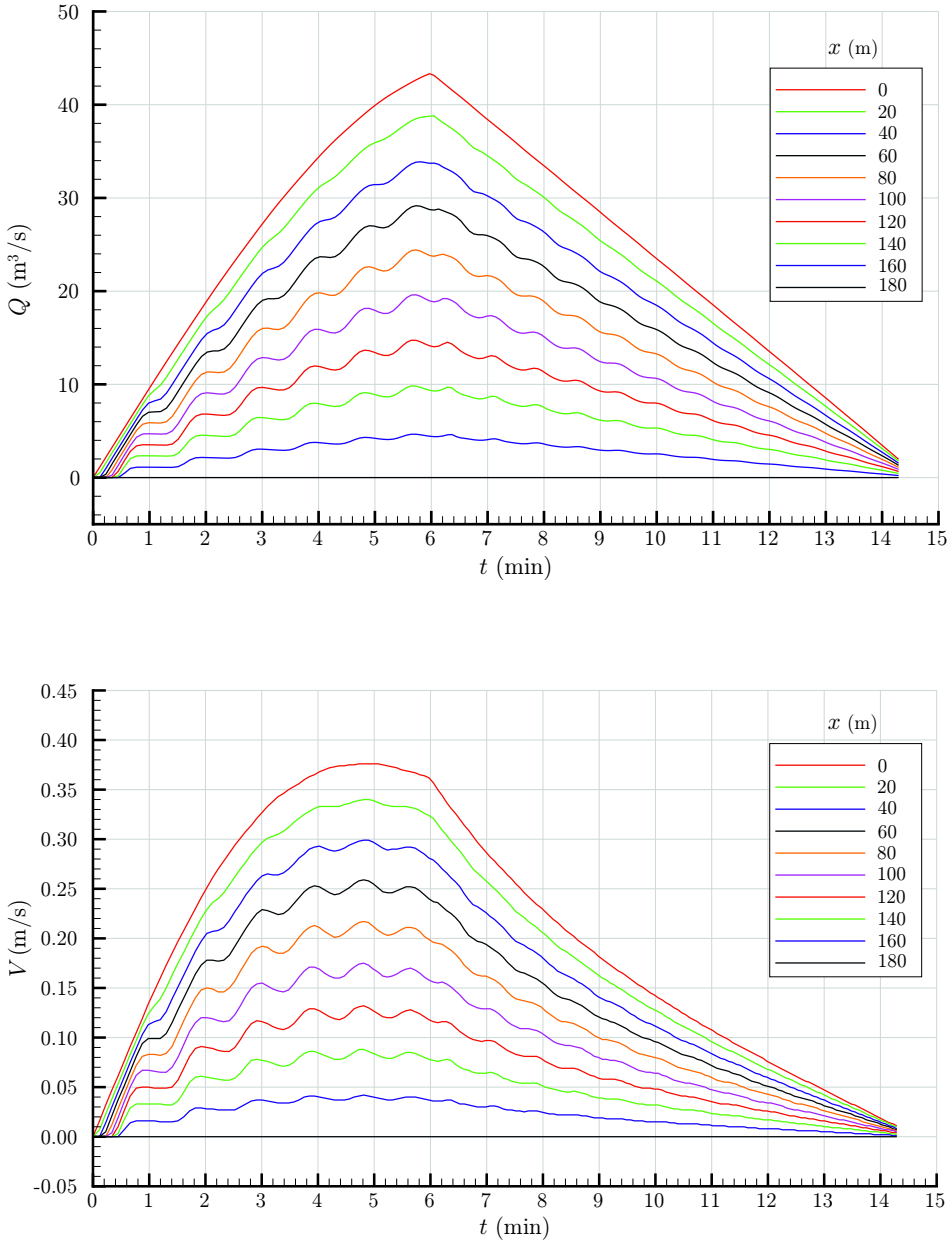
[10]Softver Mac1



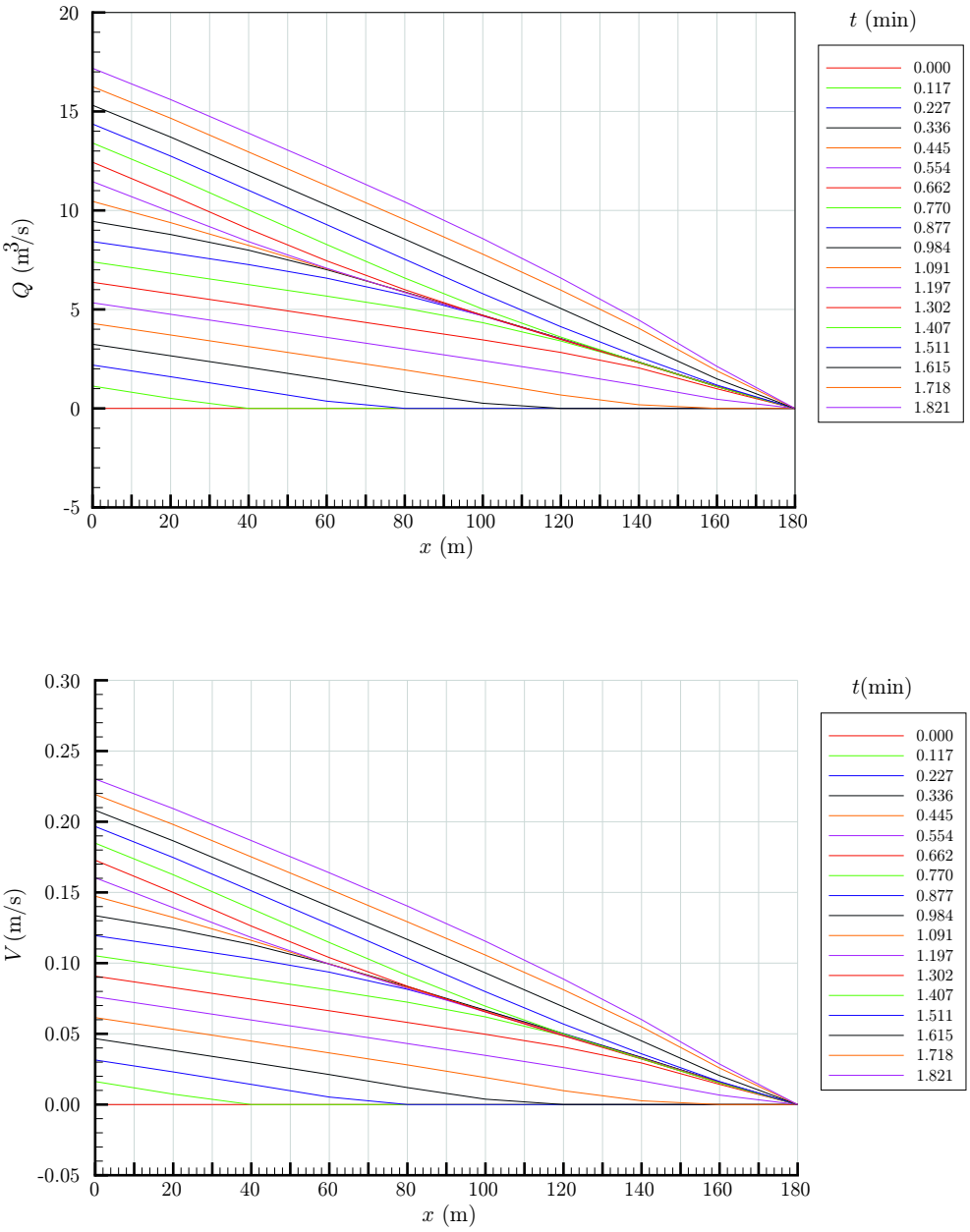
Slika 4.16: *Primer* 4.3: *uzdužni profili dubine i protoka u komori; može se primetiti oscilovanje vodene mase „zarobljene" unutar zatvorenih kapija komore, sa naizmeničnim kretanjem vode u oba smera, što se manifestuje pozitivnim i negativnim znakom protoka.*

Rešenje. Proračun je obavljen pomoću eksplicitne MakKormakove sheme, sa promenljivim računskom korakom po vremenu $\Delta t = 2{,}0 \div 3{,}5$ s ($\mathrm{Cr} \approx 1$). Punjenje traje 14,3 min. Rezultati proračuna prikazani su na Slikama 4.17–4.20.

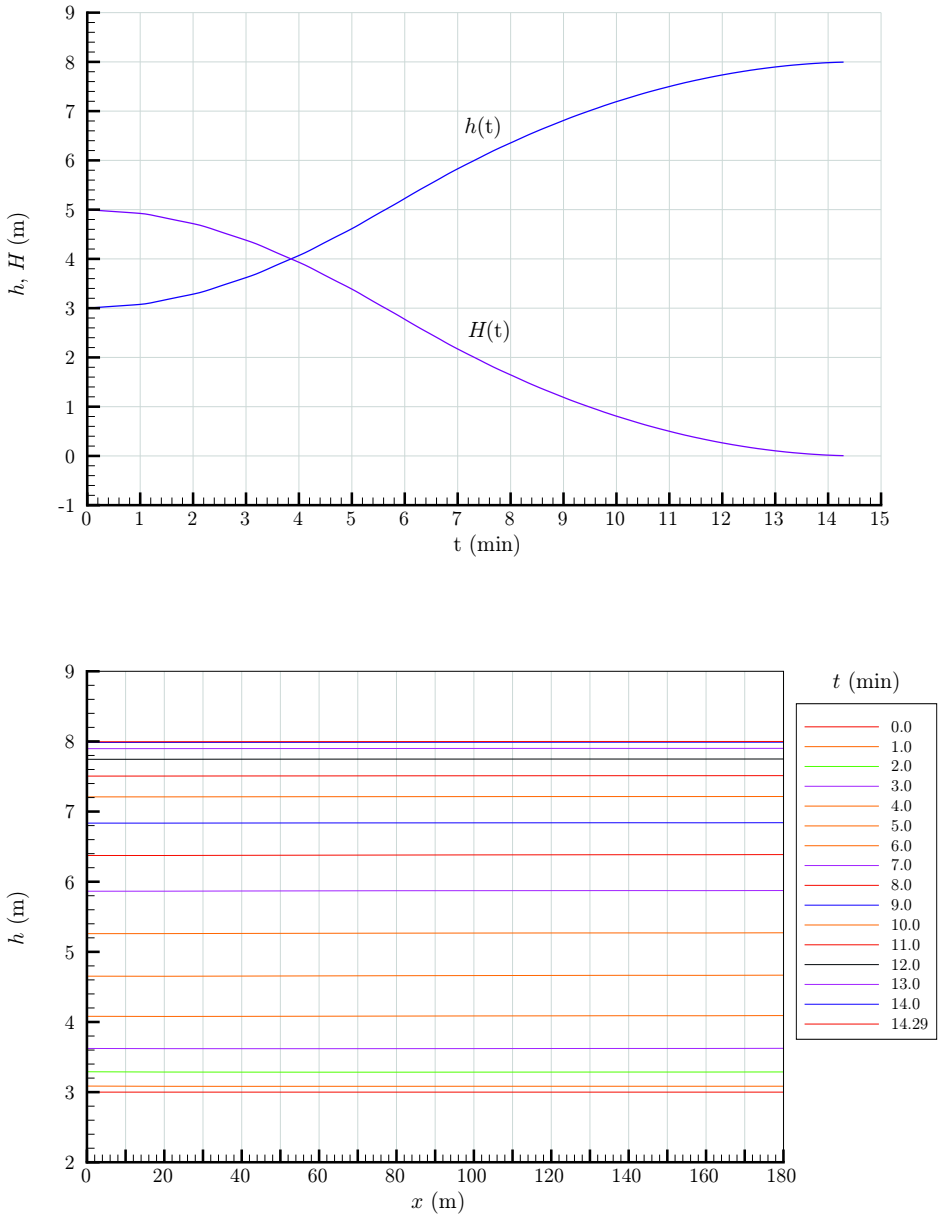
Ovde se takođe primećuju oscilacije na hidrogramima. Vrednosti periode variraju od $T_o = 66{,}4$ s na početku punjenja komore, do 40,6 s na kraju punjenja. Odgovarajuće frekvencije su: $f_o = 0{,}015 \div 0{,}024$ Hz. Napomena: Ako bi se trajanje poremećaja (podizanja zatvarača) izjednačilo sa početnom periodom, u komori bi došlo do rezonance i pojave stojećeg talasa. Ovaj fenomen (franc. „seiche"), karakterističan je za zatvorene lučke bazene [79] i akumulacije [89].



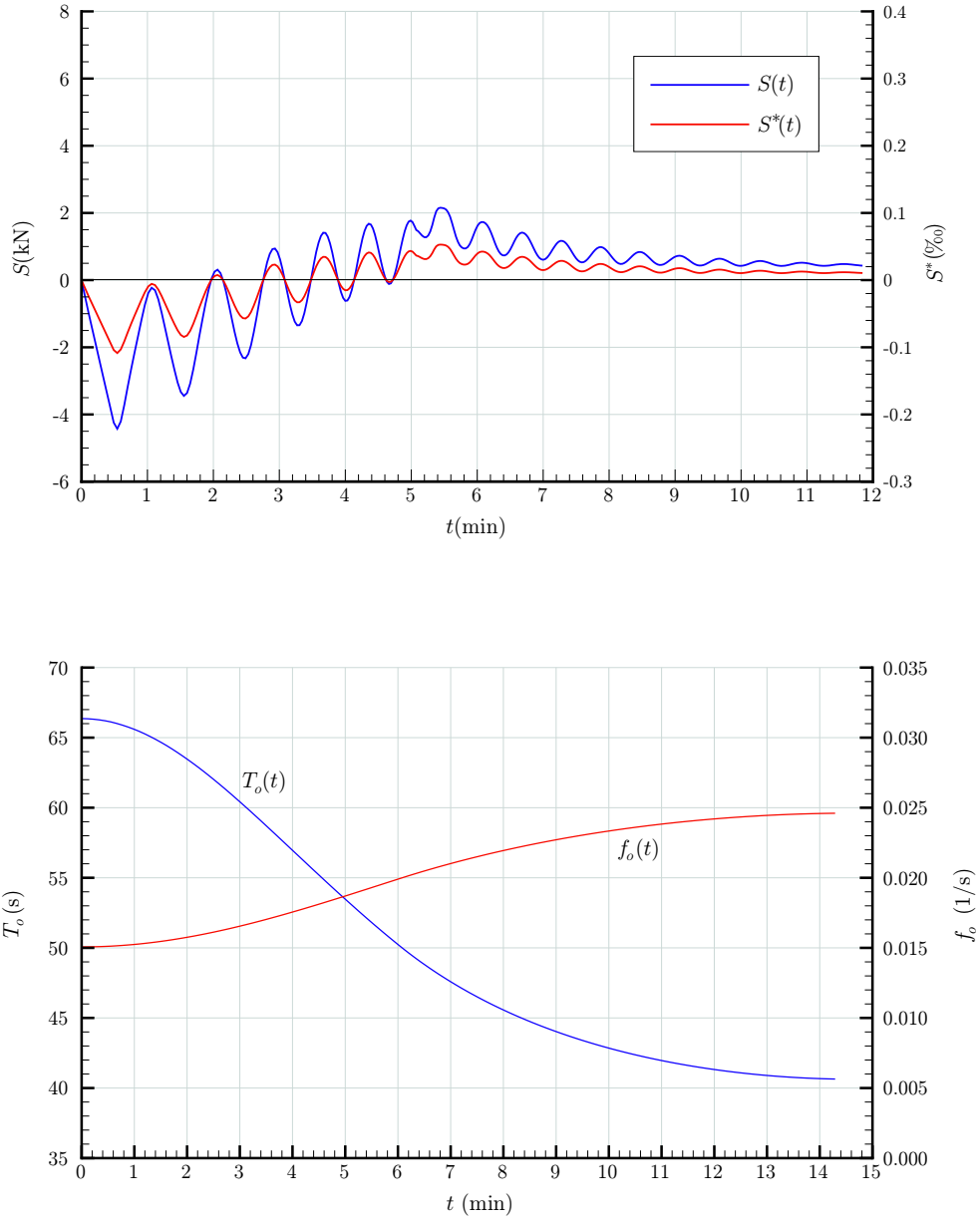
Slika 4.17: *Primer* 4.4: *hidrogrami i dijagrami brzine.*



Slika 4.18: *Primer* 4.4: *podužni profili protoka i brzine.*



Slika 4.19: *Primer* 4.4: *nivogrami i podužni profil nivoa; prosečna brzina podizanja nivoa iznosi oko* 35 cm/min (5,8 mm/s) , *što je, prema* [117], *manje od dozvoljene vrednosti* 1 m/min (16 mm/s) .

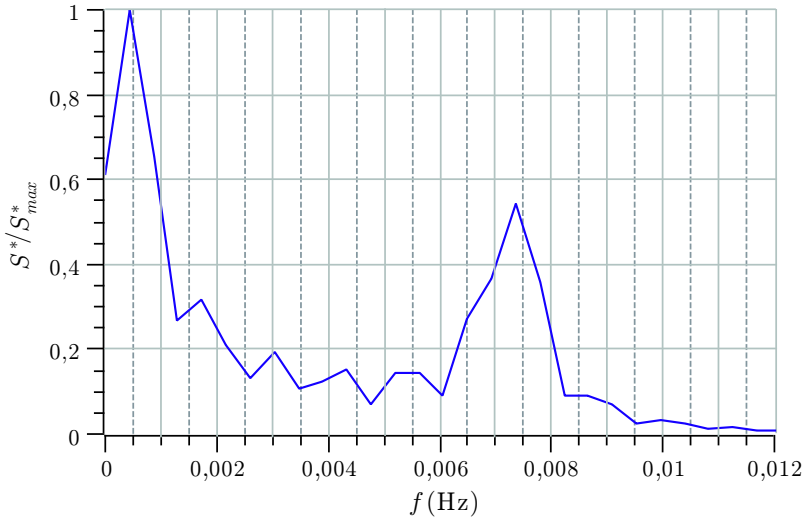


Slika 4.20: *Primer* 4.4; *gore: sile u užadima; intenzitet sile, koji ne prelazi* 4,5 kN (0,15 ‰), *manji je od dopuštene vrednosti* 15 kN (1 ‰)*; dole: osnovna perioda i frekvencija.*

Može se uočiti da funkcije sile $S(t)$ i $S^*(t)$ na Slici 4.20 imaju periodičan karakter. Za analizu periodičnih funkcija koristi se *spektralna analiza* [4]. Ona se zasniva na tzv. Furieovoj (Fourier) transformaciji funkcije neke veličine po vremenu (ili prostoru) u kompleksnu funkciju te iste veličine po frekvenciji (učestalosti). Drugim rečima, Furieova transformacija transformiše neku funkciju iz njenog izvornog vremenskog (ili prostornog) domena u frekventni domen (i obrnuto).

Postupak je zasnovan na ideji da se složena periodična funkcija može predstaviti kao zbir konstante i prosto periodičnih sabiraka (sinusnih/kosinusnih funkcija). Realizacija se obavlja pomoću numeričkog postupka poznatog kao FFT algoritam (eng. „*Fast Fourier Transformation*") [4, 75].

Na Slici 4.21 prikazan je amplitudni spektar[11] bezdimenzione sile S^* (gradijenta $\mathrm{d}h/\mathrm{d}x$ osrednjenog po dužini komore). Dijagram pokazuje dva amplitudna vrha, pri čemu je ovde amplituda normalizovna (S^*/S^*_{max}), sa odgovarajućim karakterističnim frekvencijama 0,0005 i 0,0075 Hz.



Slika 4.21: *Primer* 4.4: *amplitudni spektar bezdimenzione sile* S^*.

Prvi i najveći amplitudni vrh odnosi se na maksimalni intenzitet podužne sile ($S^* = S^*_{max} = 4{,}5$ kN, ili $S^* = 0{,}15‰$ brodskog deplasmana). Odgovarajuća frekvencija (učestalost) je 0,0005 Hz, a perioda 1/0,0005=2000 s (33 min). Ovo pokazuje da je pojava najvećeg intenziteta sile izolovan događaj male učestalosti, sa periodom koja premašuje trajanje punjenja komore. Drugi vrh normalizovane amplitude ($S^*/S^*_{max} \approx 0{,}5$) ima značajno veću učestalost (0,0075 Hz) i kraću periodu 1/0,0075=133 s (2,2 min). To pokazuje da se tokom punjenja komore, podužna sila, jednaka polovini maksimalne sile, periodično javlja u razmaku od oko 2 min.

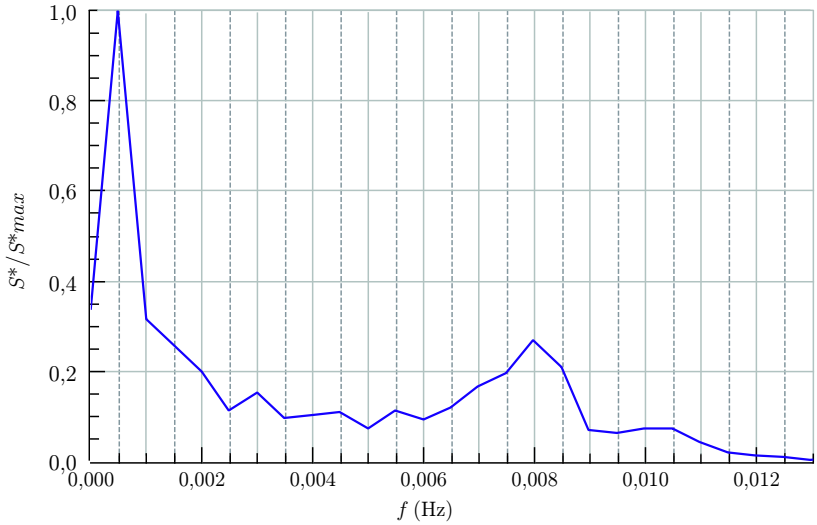
[11] Proračun je obavljen pomoću slobodno dostupnog („open source") softverskog alata SciDAVis https://sourceforge.net/projects/scidavis/.

■ **Primer 4.5.** Proučava se punjenje brodske prevodnice kojom se savlađuje denivelacija od 5 m. Dimenzije komore su: 225/25/5 m. Komora se puni sa čela, kroz klinkete u dvokrilnim kapijama. Dimenzije jedne klinkete su: 2,0 m×0,8 m (1,6 m^2). U oba krila kapije je ukupno 8 klinketa, što znači da je ukupna protočna površina $A_o = 8 \times 1{,}6 = 12{,}8$ m^2. Vrednost koeficijenta protoka pri potopljenom isticanju kroz klinkete može se smatrati konstantnom, $C_Q = 0{,}61$. Vreme podizanja zatvarača na klinketama iznosi 10 min.

U komori se nalazi sastav dimenzija: 190/22,8/2,5 m, ukupnog deplasmana 12000 t. Sračunati trajanje punjenja komore, analizirati hidraulički režim punjenja i utvrditi intenzitet sile na sastav.

Rešenje. Proračun je obavljen pomoću implicitne Prajsmanove sheme[12]. Vrednosti računskih parametara su: $\theta = 0{,}6$ i $\Delta t = 1{,}2$ s (0,02 min). Rezultati su prikazani na Slikama 4.23–4.26. Trajanje punjenja iznosi oko 17 min.

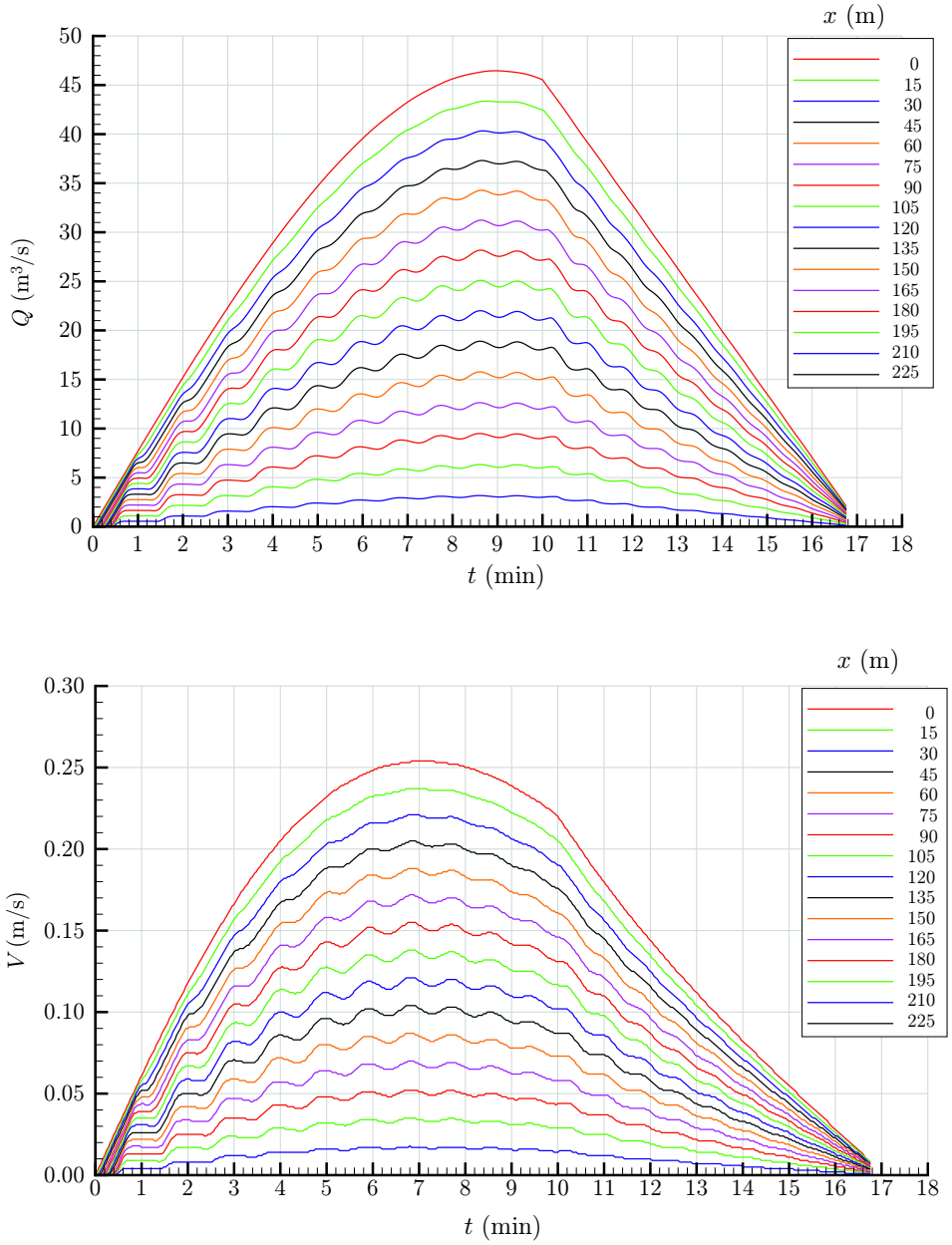
Sastav je tretiran kao „veliki brod". Kao što se može videti na Slici 4.22, amplitudni spektar bezdimenzione sile S^* je po obliku veoma sličan onom iz prethodnog primera.



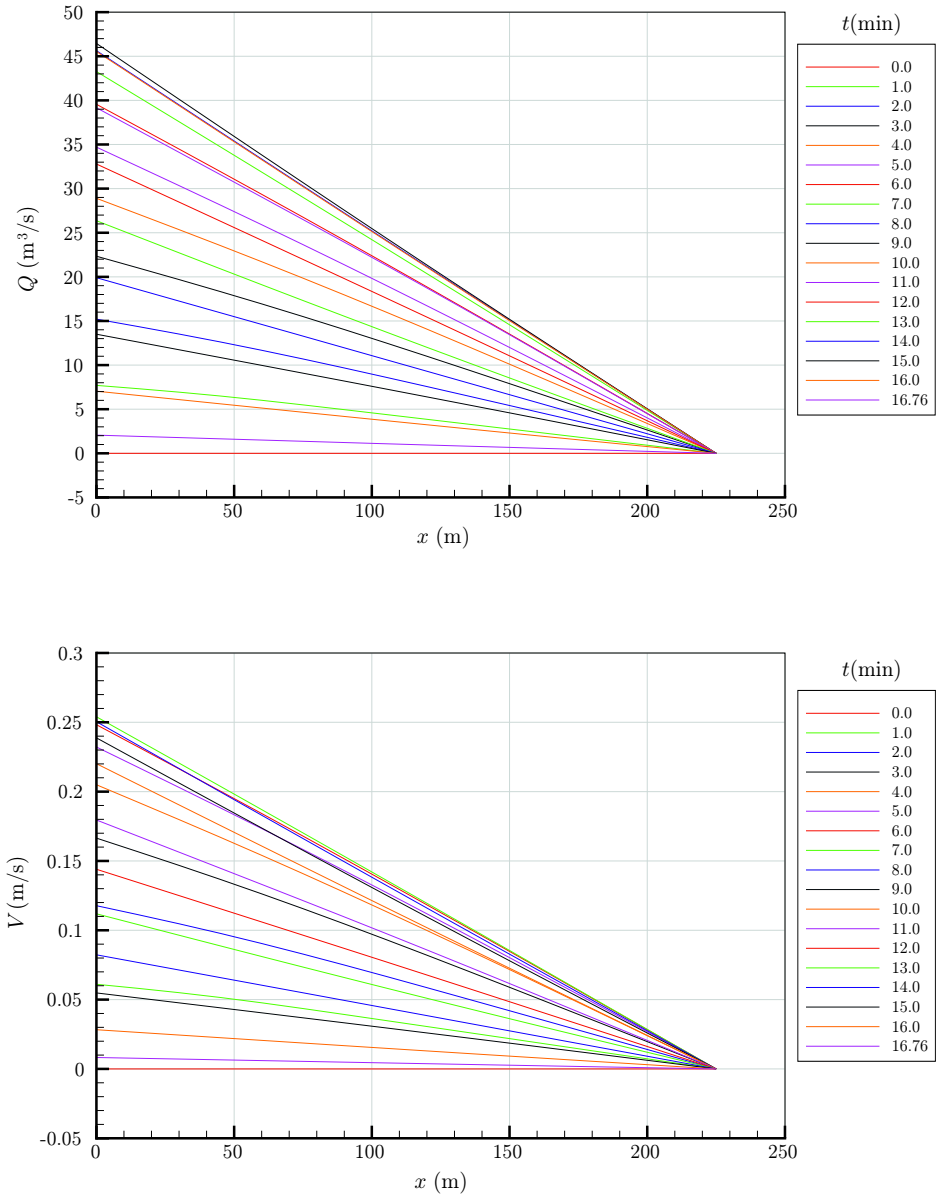
Slika 4.22: *Primer* 4.5: *amplitudni spektar bezdimenzione sile* S^*.

Frekvencija prvog vrha normalizovane amplitude $S^*/S^*_{max} = 1$ je 0,0005 Hz, a perioda 33 min. Frekvencija drugog vrha amplitude $S^*/S^*_{max} = 0{,}25$ je 0,008 Hz, a perioda oko 2 min. To znači da se maksimalna vrednost sile $S^* = 0{,}12‰$ deplasmana, za vreme punjenja komore od oko 17 min, može javiti samo jednom, a da se sila koja je približno jednaka četvrtini maksimalne sile periodično javlja svakih 2 minuta.

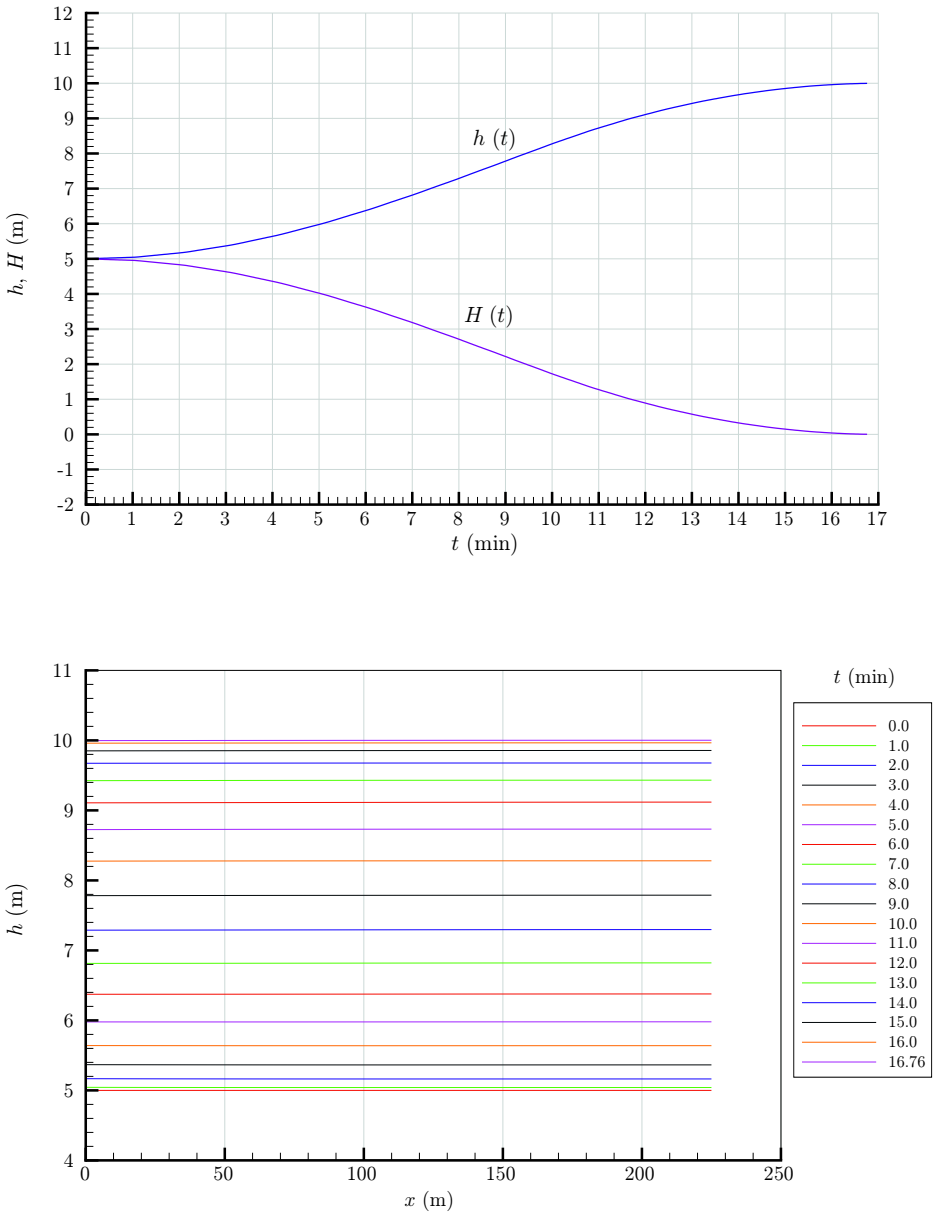
[12] Softver CSIP



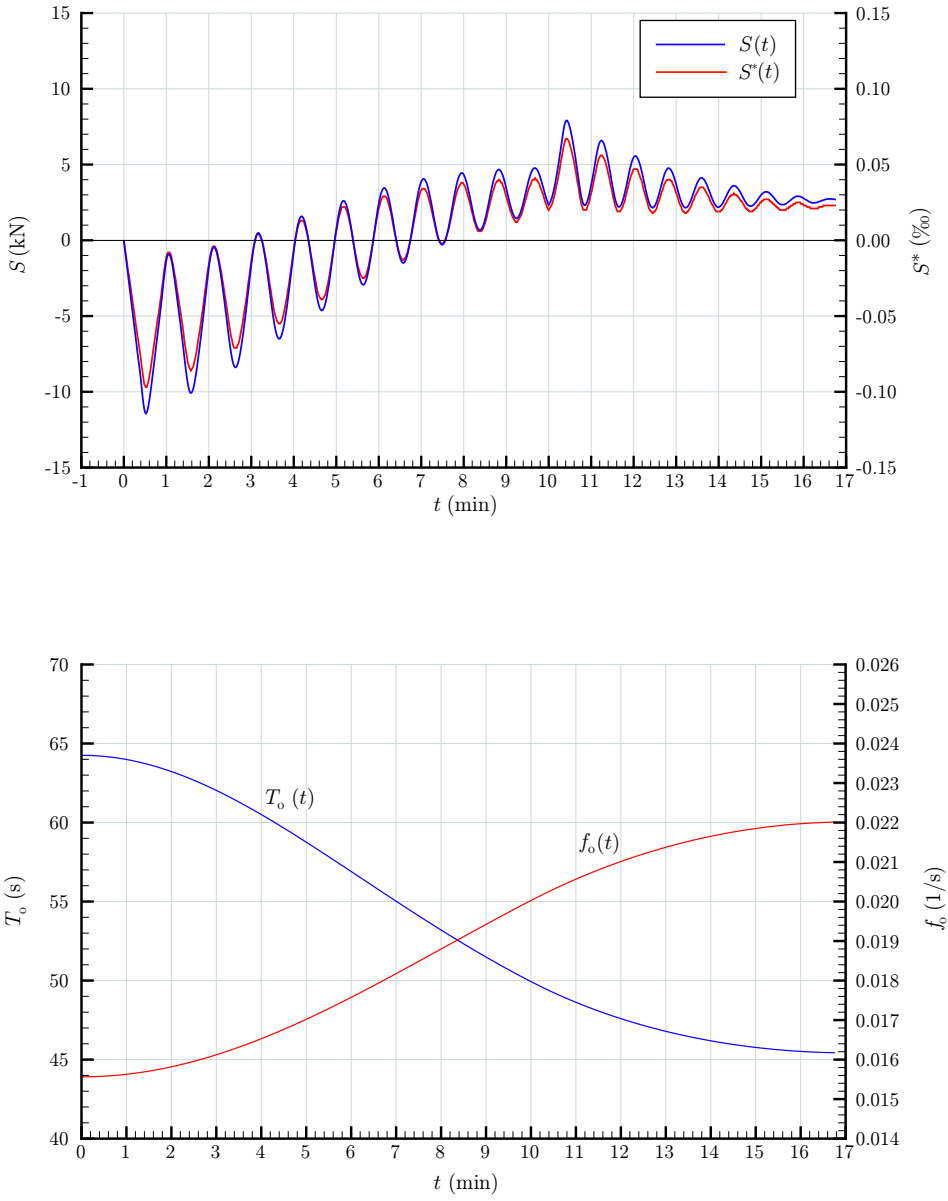
Slika 4.23: *Primer* 4.5: *hidrogrami i funkcije brzine.*



Slika 4.24: *Primer* 4.5: *podužni profili protoka i brzine.*



Slika 4.25: *Primer* 4.5: *gore: nivogrami i denivelacija; dole: linije nivoa; prosečna brizina podizanja nivoa je* 30 cm/min (5 mm/s)*, što je manje od granične vrednosti* (1 m/min) .



Slika 4.26: *Primer* 4.5; *gore: sile u užadima; najveći intenzitet sile ne prelazi* 12 kN (0,12‰), *što je manje od dozvoljenih vrenosti* 70 kN (1‰)*; dole: osnovna perioda i frekvencija.*

4.2 Modeli višedimenzionog neustaljenog strujanja

Ne ulazeći u teorijske postavke ovih složenih modela (predmet posebne knjige), ovde se samo ilustrativno prikazuju mogućnosti primene višedimenzionih modela implementiranim u profesionalnim softverskim alatima.

4.2.1 Jednačine ravanskog (2D) strujanja

Jednačine ravanskog tečenja mogu se izvesti iz jednačina prostornog strujanja *osrednjavanjem brzine po dubini* [41]. One se mogu shvatiti i kao rezultat proširenja originalnih San Venanovih jednačina na još jednu prostornu dimenziju (pravac y). Ove jednačine su u literaturi poznate i kao „jednačine plitke vode" (eng. „*shallow-water equations*") [7, 28, 41, 42].

U vektorskom, konzervativnom obliku, jednačine održanja mase i količine kretanja u pravcima (x, y) imaju ovakav oblik:

$$\boxed{\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial y} + \boldsymbol{S} = \boldsymbol{0},} \tag{4.139}$$

gde je:

$$\boldsymbol{U} = \begin{Bmatrix} h \\ u\,h \\ v\,h \end{Bmatrix} \qquad \boldsymbol{E} = \begin{Bmatrix} u\,h \\ u^2\,h + \frac{1}{2}g\,h^2 \\ u\,v\,h \end{Bmatrix} \tag{4.140}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{Bmatrix} v\,h \\ u\,v\,h \\ v^2\,h + \frac{1}{2}g\,h^2 \end{Bmatrix} \qquad \boldsymbol{S} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -gh\,(I_{dx} - I_{ex}) \\ -gh\,(I_{dy} - I_{ey}) \end{Bmatrix} \tag{4.141}$$

Nagibi linija dna i linija energije usled trenja računaju se ovaj način:

$$I_{dx} = \frac{\partial z_d}{\partial x}; \qquad I_{dy} = \frac{\partial z_d}{\partial y} \tag{4.142}$$

$$I_{ex} = \frac{n^2 u\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}}; \qquad I_{ey} = \frac{n^2 v\sqrt{u^2+v^2}}{h^{4/3}}. \tag{4.143}$$

(U slučaju komore brodske prevodnice se obično usvaja: $I_{dx} = I_{dy} = 0$.)

Sistem (4.139) se rešava po dubini h i jediničnim protocima $(u\,h)$ i $(v\,h)$, što predstavlja rešenje strujnog polja *u horizontalnoj ravni*.

Kao kod linijskog modela, za rešavanje jednačina (4.139) može se primeniti opisana MakKormakova shema konačnih razlika [7, 41, 42]. Naravno, mogu se koristiti i druge sheme na bazi konačnih razlika, kao i metode konačnih elemenata [17, 28] i konačnih zapremina [26].

Ravanski 2D modeli se mogu primeniti za simulaciju strujanja u komori i prilaznim kanalima – tamo gde se vertikalne komponente brzine mogu zanemariti. Nisu primenljivi za oblasti gde se voda neposredno upušta u komoru i gde je izraženo prostorno (3D) strujanje (oko otvora dovodnih galerija, iza ustava/kapija, unutar bazena za umirenje). Iz istog razloga ravanski modeli nisu podesni ni za podeone sisteme koje karakteriše mnoštvo ispusnih mlazeva.

4.2.2 Jednačine prostornog (3D) strujanja

Postorno 3D strujanje opisuje se Navie-Stoksovim (Navier, Stokes) jednačinama održanja mase i količine kretanja, napisanim notacijom teorije polja [28]:

$$\begin{aligned}
&\operatorname{div}(\boldsymbol{U}) = 0 \\
&\frac{\partial u}{\partial t} + \boldsymbol{U}\cdot\mathbf{grad}(u) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}\left(\nu_t\,\mathbf{grad}(u)\right) + f_x \\
&\frac{\partial v}{\partial t} + \boldsymbol{U}\cdot\mathbf{grad}(v) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \operatorname{div}\left(\nu_t\,\mathbf{grad}(v)\right) + f_y \\
&\frac{\partial w}{\partial t} + \boldsymbol{U}\cdot\mathbf{grad}(w) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + g + \operatorname{div}\left(\nu_t\,\mathbf{grad}(w)\right) + f_z,
\end{aligned} \tag{4.144}$$

gde je: $t-$vreme, $(x,y,z)-$prostorne koordinate, $(u,v,w)-$komponente brzine $\boldsymbol{U}$ u pravcima (x,y,z), $p-$pritisak, $(f_x,f_y,f_z)-$tzv. izvorni članovi, ν_t-turbulentna viskoznost, $\rho-$gustina i $g-$gravitaciono ubrzanje.

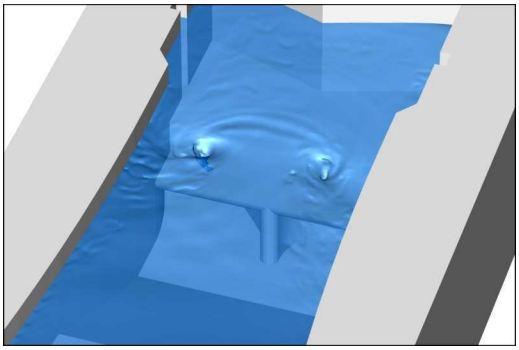
Uticaji trenja na dnu, a u opštem slučaju i drugih uticaja (vetra na površini, zapreminske centrifugalne sile i dr.), obuhvataju se izvornim članovima. Sistemu (4.144) se pridružuju *transportne jednačine* (koje služe za modeliranje turbulencije, pronosa toplote, nanosa, hemijski inertnih zagađivača), ovde se ne navode, a mogu se naći u literaturi, npr. [28, 41, 51, 83, 91].

U slučaju da se zanemari vertikalna komponenta brzine, poslednja jednačina u (4.144) se redukuje na običnu diferencijalnu jednačinu: $\mathrm{d}p/\mathrm{d}z{=}-\rho\,g$, čija integracija, uz uslov na površini: $p(Z) = p_{atm}$, daje izraz za *hidrostatički raspored* pritiska[13]:

$$p(z) = p_{atm} + \rho\,g\,(Z - z). \tag{4.145}$$

Prostorni 3D modeli omogućavaju rešavanje sistema (4.144) i definisanje strujnog polja sa sve tri komponente brzine. Kad su u pitanju komore prevodnica, pogodni su za numeričku simulaciju svih vrtložnih kretanja malih i velikih razmera. Cena za to je neophodnost visoke numeričke rezolucije (Slika 4.27) i značajno angažovanje računarskih resursa.

[13] Postoji i formulacija nehidrostatičkog rasporeda pritiska [34].



Slika 4.27: *Numerički simulirani vrtlozi na površini vode neposredno nizvodno od uzvodne dvokrilne kapije fizičkog modela prevodnice; korišćena je mreža sa oko* 50 *miliona računskih čvorova* [72].

4.2.3 Ilustrativni primer

U nastavku se prikazuju rezultati originalnog proračuna punjenja komore jedne hipotetičke prevodnice sa čeonim sistemom bočnog punjenja.

■ **Primer 4.6.** Razmatra se čeono punjenje komore dimenzija 100/12/4 m, kroz dve kratke galerije sa bočnim sučeljenim ispustima. Deo komore u koji se voda neposredno upušta ima ulogu bazena za umirenje. Njegova dužna je 10 m, a dno mu je spušteno za 1 m ispod dna ostatka komore. U Tabeli 4.3 je dat hidrogram punjenja. Analizirati strujnu sliku u komori, posebno u bazenu za umirenje.

Tabela 4.3: *Primer* 4.6: *hidrogram punjenja komore.*

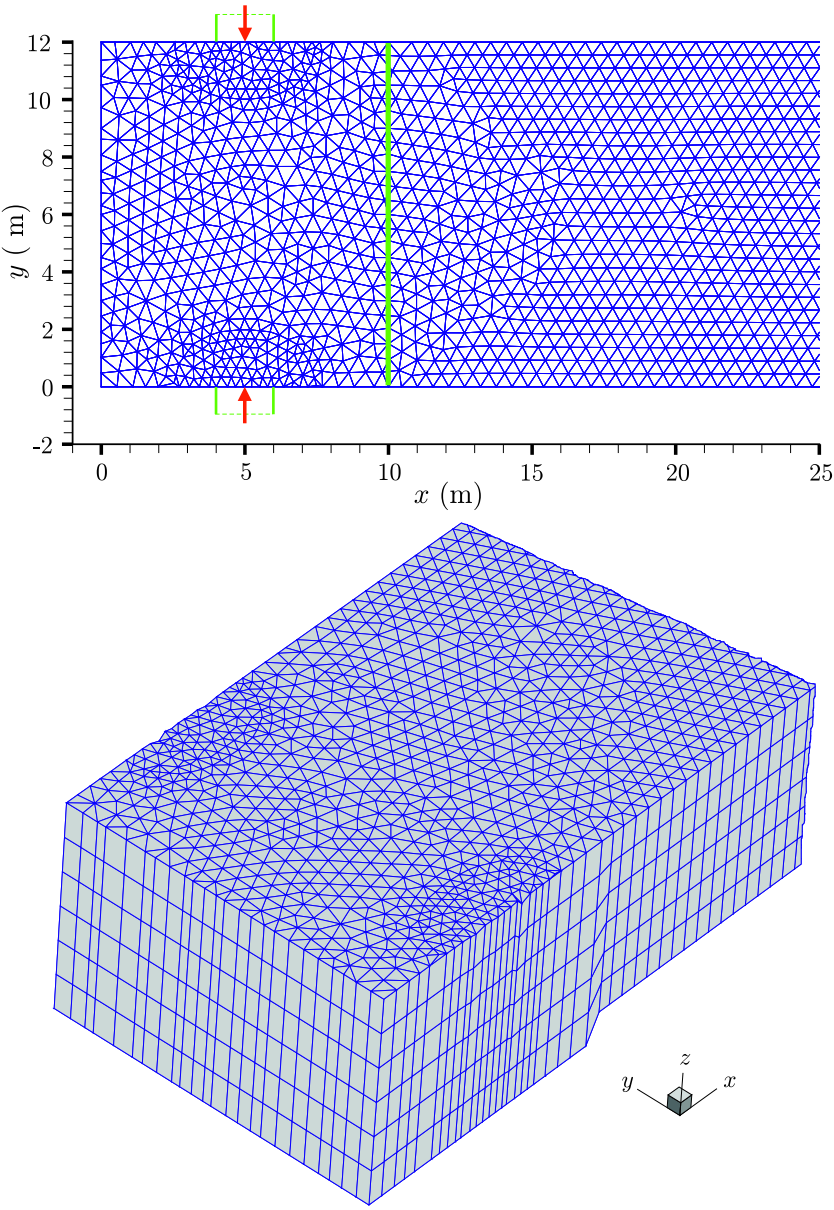
t (s)	0	63	126	189	252	315	378	441	504	567	630	693	756	819	1000
Q (m^3/s)	0	4,5	8,8	12,6	16,0	18,2	19,3	19,3	18,1	16,4	14,3	12,1	9,9	7,7	0

Rešenje. Proračun je sproveden pomoću softverskog alata Telemac3D [28, 92]. U pitanju je rešavanje sistema jednačina (4.144) Metodom konačnih elemenata. Rešenje je raspored dubine $h(t, x, y)$ i sve tri komponente brzine $u(t, x, y, z)$; $v(t, x, y, z)$; $w(t, x, y, z)$.

Računska mreža. Osnovna „nestruktuirana" 2D računska mreža od trougaonih elemenata veoma se dobro uklapa u zadatu geometriju i ima veću gustinu u zonama od interesa – oko ispusta galerija[14] (Slika 4.28).

Na istoj slici je prikazana i 3D mreža prostornih elemenata u vidu prizmi sa trougaonim osnovama. Nepravilna i promenljiva fizička oblast se posebnom tehnikom, poznatom kao „sigma transformacija" [92], u svakom računskom koraku transformiše u fiksnu, pravilnu 3D računsku oblast, kao što je ovde prikazana.

[14] U datom primeru je geometrija računske oblasti jednostavna, pa se mogla koristiti i pravilna, „struktuirana" mreža pravougaonih ili kvadratnih elemenata.



Slika 4.28: *Primer* 4.6: *nestruktuirana računska mreža; prikazan je deo mreže na uzvodnom kraju komore koji ima ulogu bazena za umirenje; gore: osnovna* 2D *mreža se sastoji od* 9544 *trougaona elementa i* 4986 *čvorova; dole:* 3D *mreža formirana od osnovne mreže „preslikane" na još* 6 *nivoa po dubini.*

Rezultati prikazani u horizontalnoj ravni. U toku proračuna računar „pamti" rezultate na svim slojevima (ravnima) 3D modela, tako da se mogu dobiti *po dubini osrednjene* vrednosti brzine i ostalih hidrauličkih veličina[15]. Cilj prikazivanja rezultata 3D modela u horizontalnoj ravni je potreba da se smanji obim informacija i jasnije sagleda dinamika procesa. Na Slikama 4.29–4.30 prikazano je strujanje u komori, a na Slici 4.31, u bazenu za umirenje, od početka punjenja komore do dostizanja maksimalnog protoka (Q =19,3 m^3/s).

Rezultati prikazani u prostoru. Kada je strujno polje veoma složeno, sa izraženim uticajima u sva tri koordinatna pravca, prostorni prikaz je nezamenljiv. U konkretnom slučaju, radi se o uzvodnom kraju komore – delu koji ima ulogu bazena za umirenje. Tu polje brzine i karakter strujnica ukazuju na veoma složeno prostorno strujanje, izazvano sučeljavanjem mlazeva iz dovodnih galerija (Slika 4.32).

Efikasnost bazena za umirenje. Velika prednost višedimenzionih modela je u tome što omogućavaju numeričku simulaciju *turbulentnih karakteristika* toka, što se u ovom slučaju može koristiti za procenu efikasnosti bazena za umirenje. Ne ulazeći dublje u teoriju turbulencije [51, 83, 91], ovde se ukratko navode neki osnovni pojmovi koji su neophodni za tumačenje rezultata proračuna.

Turbulencija je vrtložno kretanje koje sadrži široki spektar veličina vrtloga i odgovarajućih fluktuacionih frekvencija. Razmera najvećih vrtloga, kojima odgovaraju nisko frekventne fluktuacije, meri se veličinom strujne oblasti, dok je razmera najmanjih vrtloga, kojima odgovaraju visoko frekventne fluktuacije, određena viskoznošću fluida [46].

Veliki vrtlozi crpu kinetičku energiju glavnog toka sa kojim se kreću. Ta energija se delom utroši na savlađivanje trenja i transformiše u toplotu, a delom za formiranje novih, manjih vrtloga, sve dok se, posredstvom viskoznosti, i oni ne transformišu u toplotu.

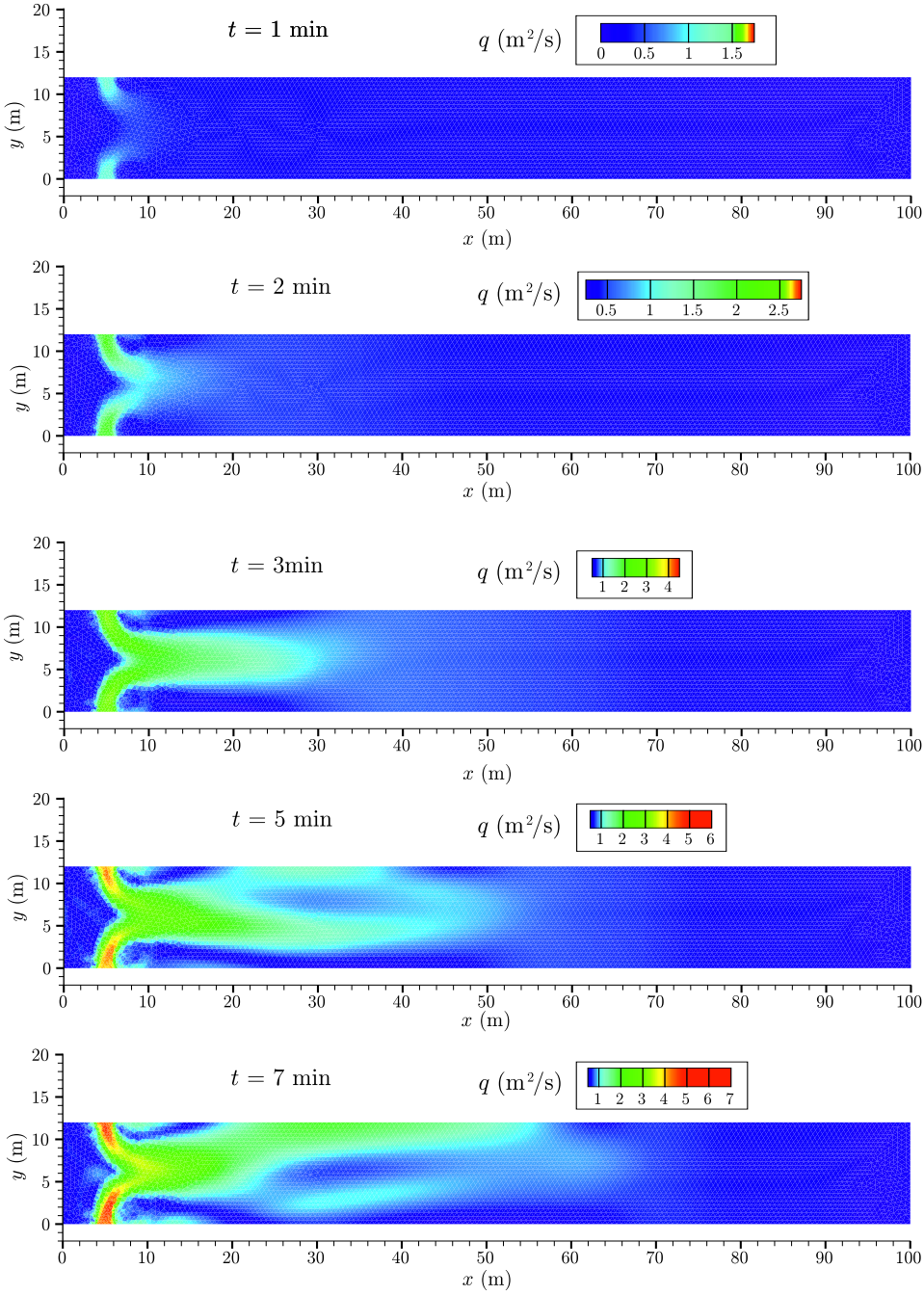
Turbulentno tečenje ima slučajan karakter. Konceptualno, lokalne trenutne brzine se mogu rastaviti na vremenski osrednjene komponente ($\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$) i fluktuacije (u', v', w'). Ranije pomenute skalarne veličine prenose se konvekcijom glavnog toka (vremenski osrednjenom brzinom) i *turbulentnom difuzijom* (širenjem, rasprostiranjem) unutar toka, posredstvom fluktuacionih brzina. Intenzitet turbulencije u tački meri se intenzitetom fluktuacionih komponenti i izražava se standardnim devijacijama [41, 83]:

$$\sigma_u = \sqrt{\overline{u'u'}}; \qquad \sigma_v = \sqrt{\overline{v'v'}}; \qquad \sigma_w = \sqrt{\overline{w'w'}}. \tag{4.146}$$

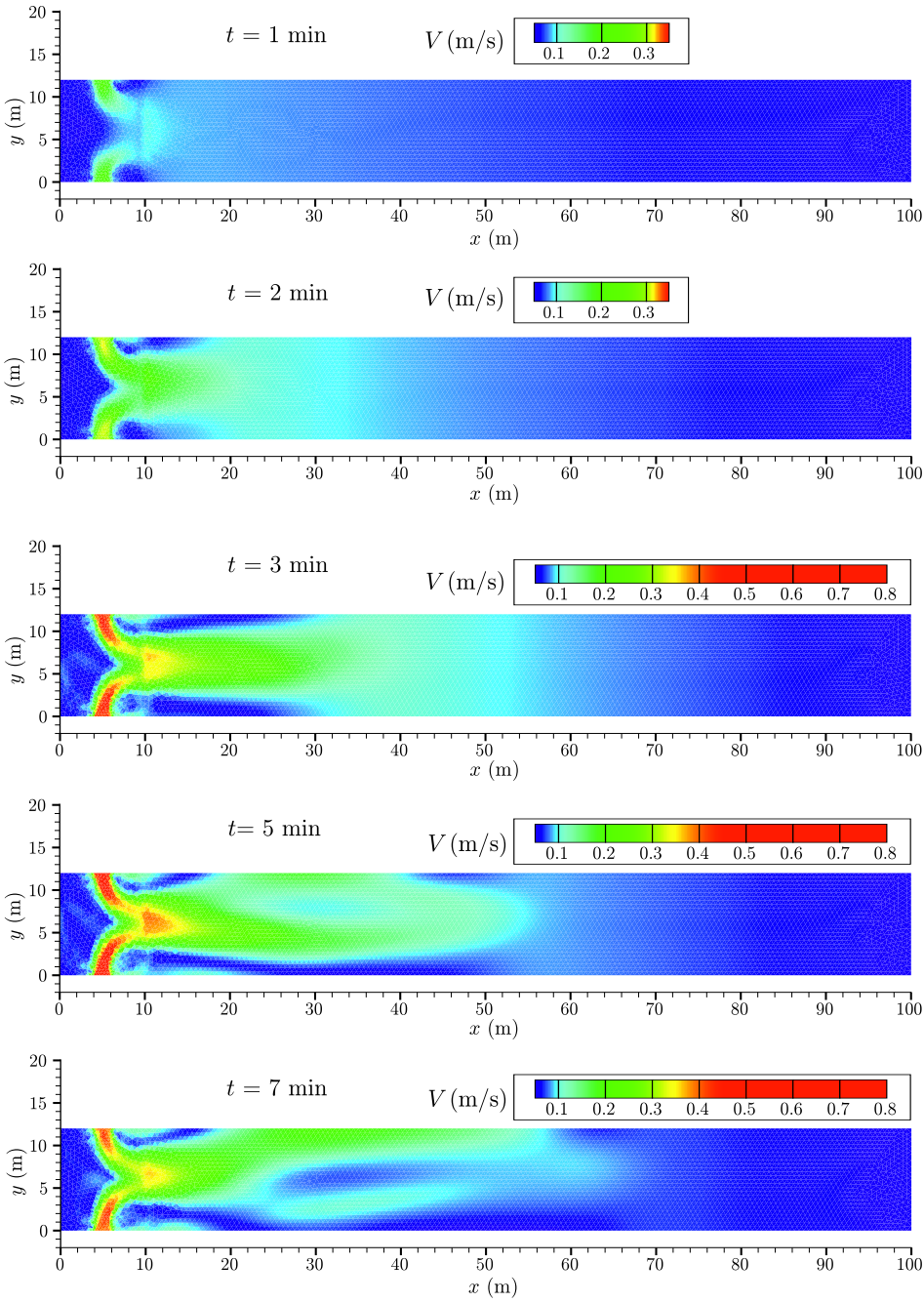
Uzevši u obzir fluktuacione komponente, može se definisati kinetička energija fluktuacija, ili „*kinetička energija turbulencije*":

$$k = \frac{1}{2}(\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2) = \frac{1}{2}(\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}). \tag{4.147}$$

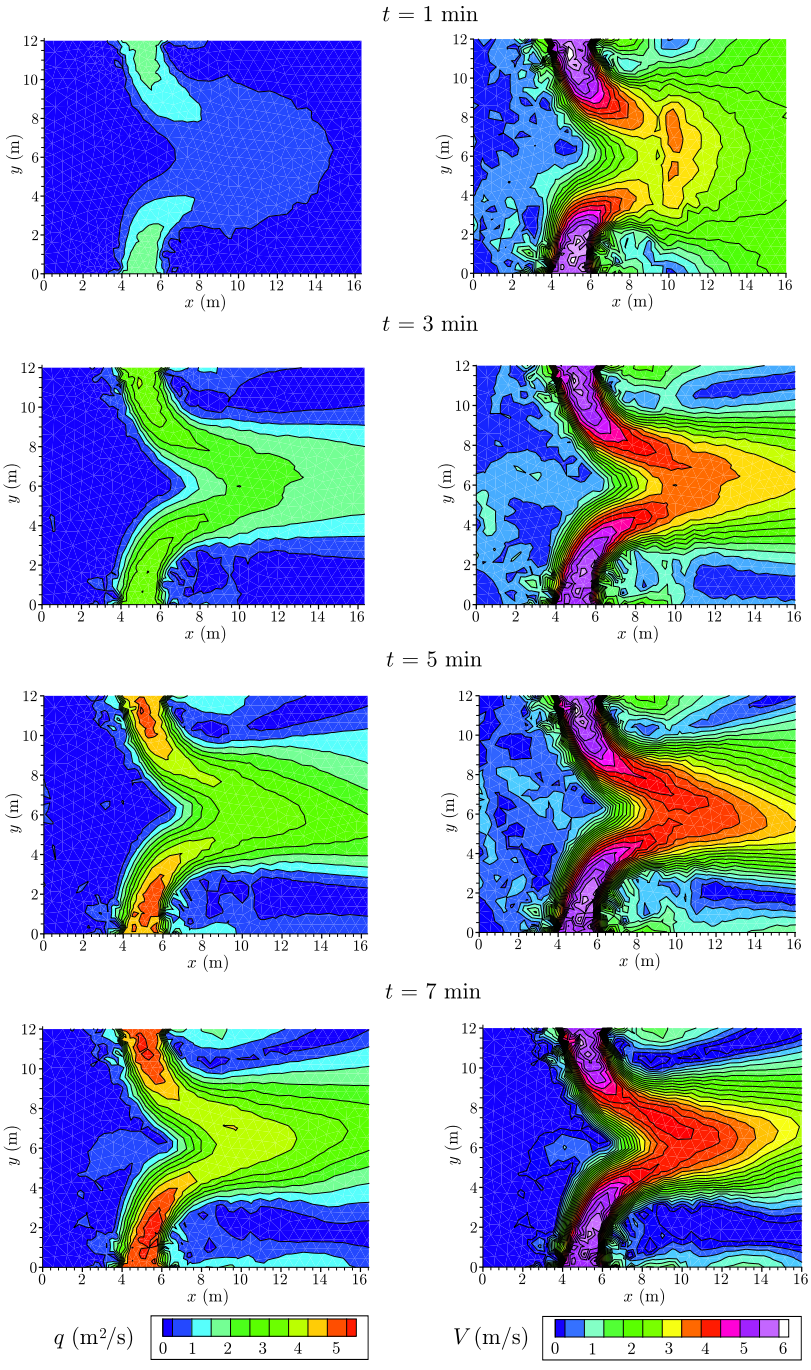
[15] Takvo rešenje je sličnom onom koje se dobija pomoću modela Telemac2D, ali nije identično.



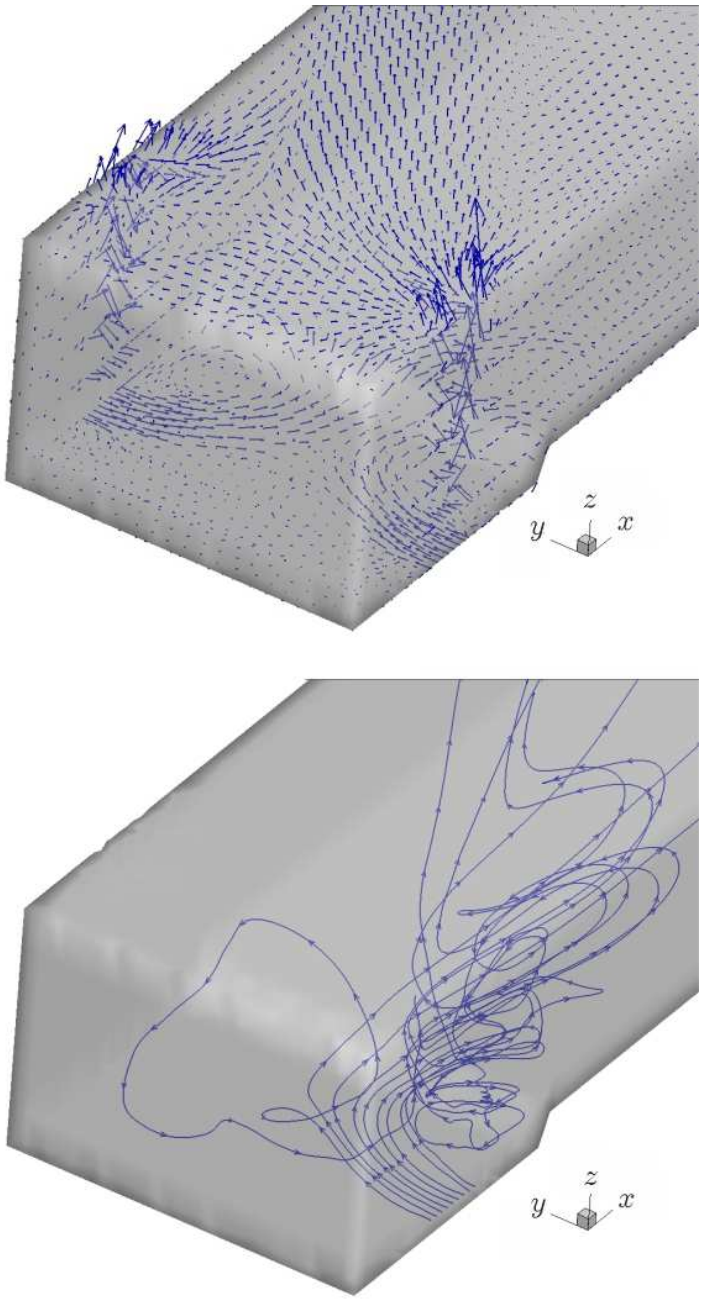
Slika 4.29: *Primer* 4.6: *raspored protoka u komori.*



Slika 4.30: *Primer* 4.6: *raspored brzine u komori.*



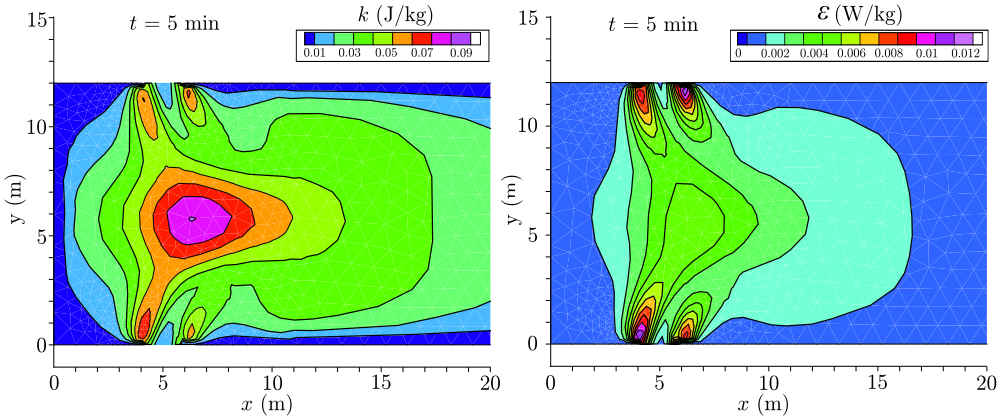
Slika 4.31: *Primer* 4.6: *strujanje u bazenu za umirenje.*



Slika 4.32: *Primer* 4.6; *gore: vektorsko polje brzine u trenutku najvećeg dotoka u komoru* ($t \approx 7$ min, $Q = 19{,}3$ m^3/s) *pokazuje izbijanje mlazeva na površinu; dole: prostorni raspored strujnica na jednom od dva bočna otvora kroz koje se komora snabdeva vodom.*

Ova promenljiva se koristi u računskim modelima kao pokazatelj intenziteta turbulentnog procesa. Neki modeli turbulencije zasnovani su isključivo na ovom parametru. U modelu turbulencije koji nosi naziv „$k-\varepsilon$", pored parametra k, figuriše i parametar ε – „brzina disipacije" kinetičke energije pod uticajem viskoznosti. Preko veličina k i ε definisane su turbulentne razmere za brzinu i dužinu velikih vrtloga, a rešavnanjem transportnih jednačina za veličine k i ε dolazi se do rasporeda ovih vrtložnih razmera tokom vremena.

Ne ulazeći dalje u modeliranje turbulencije (videti npr. [28, 41, 83]), ovde se samo napominje da „$k-\varepsilon$" model (kao i drugi modeli turbulencije), sadrži niz empirijskih parametara i da ne opisuje sam proces stvaranja i razvoja turbulentne strukture toka, već pokazuje *uprosečeni* uticaj fluktuacija na glavno strujanje. Kako to izgleda, ilustruje Slika 4.33.



Slika 4.33: *Primer* 4.6: *levo: najveće vrednosti kinetičke energije turbulencije* (k) *javljaju se u središtu bazena za umirenje, gde se sučeljavaju mlazevi iz dovodnih galerija; desno: brzina disipacije energije turbulencije* (ε) *je najveća oko ispusta, gde se energija troši kroz vrtloženje oko izlaznih mlazeva.*

Dijagrami kao što su oni na Slici 4.33 mogu korisno poslužiti za procenu efikasnosti bazena za umirenje i određivanje njihove optimalne veličine.

4.2.4 Problemi i ograničenja višedimenzionih modela

U ovom poglavlju je prikazan niz numeričkih modela prema stepenu složenosti, od 1D do 3D modela. Svaki model u tom nizu ima svoja ograničenja i svoje probleme korišćenja. Evo nekih zapažanja u vezi sa višedimenzionim modelima.

Parametrizacija. Numerički modeli su u praksi upotrebljivi ako postoje uslovi za njihovu kalibraciju. Bez kalibracije, vrednosti parametara modela se ne mogu smatrati pouzdanim. Najčešće se kalibracija obavlja pomoću fizičkog modela prevodnice koja se projektuje, a ređe, merenjima na postojećoj prevodnici.

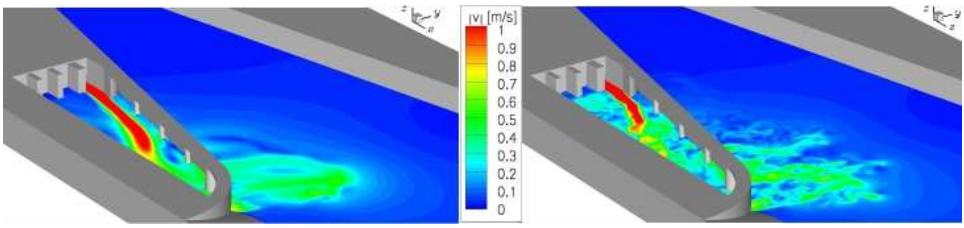
Ispitivanje postojeće prevodnice ima za cilj unapređenje njenih performansi, da bi potom mogla poslužiti kao „ugled" za nove prevodnice. Obim podataka za kalibraciju 3D modela je veliki, kao i utrošak računarskih resursa i vremena potrebnog za pripremu ulaznih podataka i obradu rezultata. Stoga je izbor računskog modela pre svega vezan za nivo projektovanja i značaj samog objekta.

Model turbulencije. Jedan od glavnih uzroka neizvesnosti kod višedimenzionih modela je vezan za izbor modela turbulencije. Bez modela turbulencije primena ovih modela nema smisla, jer oni upravo i služe za simulaciju složenih vrtložnih strujanja velikih i malih razmera.

Postoje dva pristupa. Takozvani RANS („*Reynolds-Averaged-Navier-Stokes*") pristup aproksimira turbulentnu strukturu toka uvodeći dodatnu („turbulentnu") viskoznost. Najpoznatiji predstavnik je model „$k - \epsilon$". Nedostatak ovog pristupa je što model koristi nekoliko parametara, čije je vrednosti praktično nemoguće kalibrisati u praksi. Obično se računa sa „standardnim" vrednostima ovih parametara, a u cilju provere, rezultati se porede sa rezultatima koje daju drugi modeli turbulencije.

Drugi pristup, LES („*Large Eddy Simulation*"), podrazumeva da se veliki vrtlozi, veći od prostornog koraka računske mreže, direktno računaju iz osnovnih jednačina, a da se mali vrtlozi, čije su dimenzije ispod prostorne računske rezolucije (skraćeno SGS od eng. „*SubGrid Scale*"), posebno modeliraju [41, 46].

Slika 4.34 pokazuje razlike u rezultatima između ova dva pristupa. Može se zaključiti da su rezultati saglasni za strujno polje u razmeri koja je reda veličine širine komore, a da pristup LES omogućava finiju reprodukciju malih vrtloga.



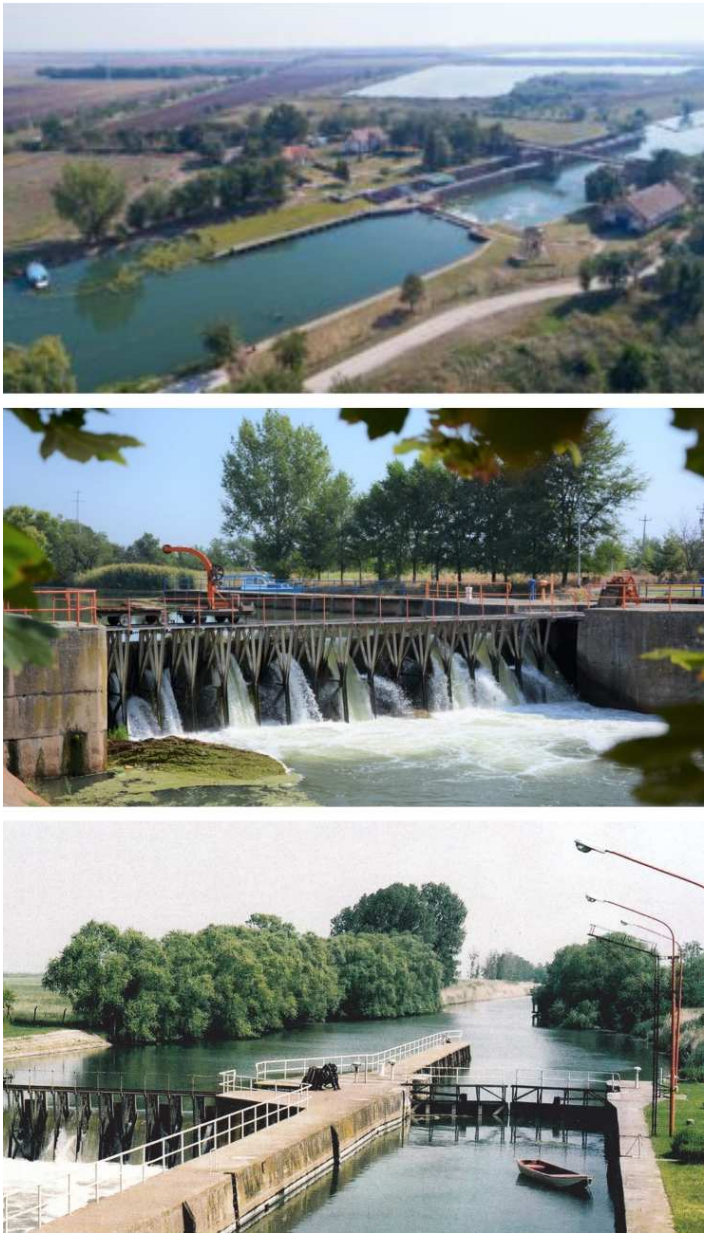
Slika 4.34: *Strujno polje u zoni ispusne građevine, sračunato sa modelima turbulencije* RANS (*levo*) *i* LES (*desno*) [72].

Geometrijske razmere. Za kompjutersko modeliranje prevodnica postoji problem različitosti geometrijskih razmera. Postoji velika disproporcija između hidrauličkih veličina koje se računaju u razmeri komore i veličina koje su vezane za razmeru otvora – mlaznica u zidovima komore ili na njenom dnu. Teško je istim modelom obuhvatiti obe razmere i pravilno sračunati gubitke energije na mlaznicama. Rešenje je da se režim isticanja kroz mlaznice posebno sračuna, koristeći fizički model za kalibraciju, pa da se ovi rezultati „ugrade" u numerički model celine.

Isti nivo kompleksnosti nastaje i ako se želi integralno modeliranje komore i bazena za uštedu vode, uključujući hidraulički sistem koji ih povezuje (Poglavlja 7 i 8).

Primena u praksi. Neosporno je da je primena numeričkih 2D i 3D modela već uveliko ušla u praksu, kao sredstvo komplementarno sa fizičkim modelima. Međutim, gotov (profesionalno izrađen i proveren) softver je danas široko dostupan, pa postoji opasnost od pokušaja da ga koriste inženjeri bez dovoljnog hidrauličkog i numeričkog predznanja. Opasnost je tim veća što pribavljeni softver može dati rešenje i pod neodgovarajućim uslovima (na primer, sa neadekvatnom računskom mrežom). „Slepo" prihvatanje rezultata samo zato što su dobijeni pomoću renomiranog softvera predstavlja veliki rizik, pogotovo što se 2D i 3D rezultati prikazuju u vidu atraktivnih višebojnih slika, koje same po sebi ne mogu garantovati valjanost rezultata[16].

[16] Za to je odavno uveden podsmešljiv naziv „dinamika fluida u boji" (engl. „*Colored Fluid Dynamics*"), umesto naziva „računska dinamika fluida" (engl. „*Computational Fluid Dynamics*"), pri čemu oba termina imaju istu skraćenicu „CFD".



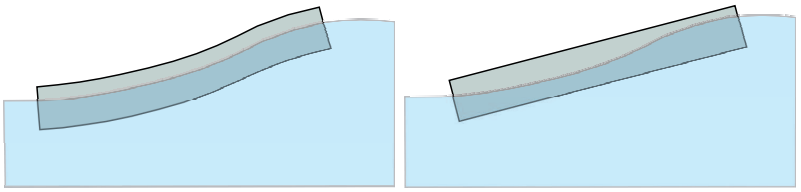
Iz fotoalbuma [39, 119]: *Prevodnica Klek na kanalu Begej hidrosistema* DTD*; izgrađena pred Prvi svetski rat* 1914. *godine, a rekonstruisana* 1969. *godine sa dodatkom još jedne komore dimenzija* 64/10/2,4 m*, sadašnja dvostepena prevodnica omogućava saobraćaj brodova do* 650 t *nosivosti; gore: hidročvor Klek; u sredini: ustava; dole: prevodnica.*

Poglavlje 5

Modeli čeonih sistema sa brodom u komori

U prethodnim poglavljima hidraulički proračuni nisu uzimali u obzir prisustvo plovila u komori. To se može opravdati time što modeliranje talasnog kretanja neometanog pristustvom broda, predstavlja osnovu za razvoj složenijih modela koji uzimaju u obzir i uticaj broda na strujanje u komori. Dodatak broda predstavlja nadgradnju prethodno razmatranih modela u pravcu realnije numeričke simulacije hidrauličkog režima u prevodnicama. Tako unapređeni numerički modeli mogu značajno uticati na smanjenje troškova izgradnje fizičkih modela i na skraćenje eksperimentalnog rada.

U ovom poglavlju se najpre razmatraju dva linijska (1D) modela, od kojih je jedan zasnovan na konceptu tzv. „savitljivog broda", a drugi, na konceptu „krutog broda" (Slika 5.1). Oba modela su razvijena za prevodnice sa sistemima čeonog punjenja.



Slika 5.1: *Modeli komore sa brodom; levo: „savitljiv brod" karakteriše konstantan gaz po dužini broda tokom prevođenja; desno: „kruti brod" ima promenljiv gaz po dužini broda tokom prevođenja.*

5.1 Model „savitljivog broda"

Ovde se prikazuje originalni računski model, koji predstavlja nagradnju modela opisanog u prethodnom poglavlju. Reč je o modelu koji je zasnovan na MakKormakovoj eksplicitnog shemi konačnih priraštaja.

Polazne pretpostavke:

- komora prevodnice je u potpunosti ispunjenja plovilom ili plovilima;
- sva plovila su slične geometrije i čeono povezana u vidu jednog „velikog" broda;
- sva plovila karakteriše ista rapavost trupa;
- zanemareni su uticaj komore za umirenje i dejstvo ulaznog mlaza;
- sila na brod zavisi isključivo od prosečnog podužnog nagiba nivoa u komori.

Osnovne jednačine. U prethodnom poglavlju date su jednačine linijskog neustaljenog tečenja u konzervativnom, vektorskom obliku (4.81). U skalarnom obliku, ove jednačine (održanja mase i količine kretanja) imaju oblik:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial Q}{\partial x}=0\\ &\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)+g\,\frac{\partial(A\,\hat{h})}{\partial x}-g\,A\,(I_d-I_e)=0, \end{aligned}} \tag{5.1}$$

gde je: $A-$površina poprečnog preseka, $Q-$protok, $\hat{h}-$odstojanje težišta poprečnog preseka do nivoa vode ($A\,\hat{h}$ je statički moment preseka u odnosu na nivo vode), I_d-nagib dna, $I_e=n^2\,V|V|/R^{4/3}-$nagib linije energije usled trenja.

U dinamičku jednačinu sistema (5.1) može se uvesti ovakva zamena[1]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(A\,\hat{h}\right)=A\,\frac{\partial h}{\partial x}, \tag{5.2}$$

tako da dinamička jednačina dobija alternativni oblik koji će se koristiti u nastavku:

$$\boxed{\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right)+g\,A\,\frac{\partial h}{\partial x}-g\,A\,(I_d-I_e)=0.} \tag{5.3}$$

Napominje se da je formulacija dinamičkih jednačina (5.1) i (5.3) izabrana tako da one budu u *konzervativnom* obliku. To znači da je, ukoliko se zanemari član trenja, promena količine kretanja u kontrolnoj zapremini (bilo kojoj zatvorenoj konturi u ravni $x-t$) očuvana (konzervirana).

Rešavanje jednačina. U poprečnom preseku komore sa brodom, proticajna površina je:

$$\boxed{A(x,t)=B_{kp}\,h(x,t)-A_{pl}.} \tag{5.4}$$

[1] Dokaz: $\dfrac{\partial}{\partial x}\left(A\,\hat{h}\right)=\dfrac{\partial}{\partial h}\left(A\,\hat{h}\right)\dfrac{\partial h}{\partial x}=\underbrace{\left(A\,\dfrac{\partial \hat{h}}{\partial h}+\hat{h}\,\dfrac{\partial A}{\partial h}\right)}_{(A=B_{kp}\,h;\,\hat{h}=h/2)}\dfrac{\partial h}{\partial x}=A\,\dfrac{\partial h}{\partial x}.$

U izrazu (5.4) je: $A_{pl} = B_{pl}\, h_g$ – površina poprečnog preseka brodskog trupa pod vodom. Koncept „savitljivog broda” uvodi pretpostavku da se dubina gaza h_g ne menja u toku punjenja/pražnjenja komore, tako da je u svakom trenutku: $A_{pl} = \text{const}$. Redukovana površina (5.4) je *osnovna zavisno promenljiva* računskog modela. Druga promenljiva je (shodno 5.3), protok Q.

Iz (5.4) sledi: $h = (A + A_{pl})/B_{kp} = A_z/B_{kp}$, gde je A_z – nova računska veličina. Osnovne jednačine u profilu sa brodom sada imaju ovakav oblik:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ &\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + g\,\frac{A}{B_{kp}}\,\frac{\partial A_z}{\partial x} - g\,A\,(I_d - I_e) = 0. \end{aligned}} \tag{5.5}$$

Za rešavanje datog sistema jednačina primeniće se, u prethodnom poglavlju već opisana, MakKormakova eksplicitna shema konačnih razlika.

Etapa prediktor. Za procenu računskih veličina (oznaka *), u profilu obeleženim indeksom i, koriste se *razlike unazad* računskih veličina čije su vrednosti poznate iz prethodnog trenutka (oznaka k):

$$A_i^* = A_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(Q_i^k - Q_{i-1}^k\right) \tag{5.6}$$

$$Q_i^* = Q_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[\left(\frac{Q^2}{A} + g\,\frac{A\,A_z}{B_{kp}}\right)_i^k - \left(\frac{Q^2}{A} + g\,\frac{A\,A_z}{B_{kp}}\right)_{i-1}^k\right] + g\,A_i^k\,(I_d - I_{e,i}^k)\,\Delta t. \tag{5.7}$$

Etapa korektor. Za korekciju prediktor veličina (oznaka **) koriste se *razlike unapred*:

$$A_i^{**} = A_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(Q_{i+1}^* - Q_i^*\right) \tag{5.8}$$

$$Q_i^{**} = Q_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[\left(\frac{Q^2}{A} + g\,\frac{A\,A_z}{B_{kp}}\right)_{i+1}^* - \left(\frac{Q^2}{A} + g\,\frac{A\,A_z}{B_{kp}}\right)_i^*\right] + g\,A_i^*\,(I_d - I_{e,i}^*)\,\Delta t. \tag{5.9}$$

Konačne vrednosti se dobijaju osrednjavanjem:

$$A_i^{k+1} = \left(A_i^* + A_i^{**}\right)/2 \tag{5.10}$$

$$Q_i^{k+1} = \left(Q_i^* + Q_i^{**}\right)/2, \tag{5.11}$$

pri čemu ne treba zaboraviti da je: $A_i = B_{kp}\, h_i - A_{pl}$.

Granični uslovi. Kao što je ranije već objašnjeno, za uvođenje graničnih uslova u eksplicitnim metodama konačnih razlika koristi se metoda karakteristika. U slučaju punjenja komore, na njenom uzvodnom kraju se granični uslov računa iz jednačine potpoljenog isticanja, sa zadatim trajanjem i načinom otvaranja zatvarača. Nizvodni granični uslov je nulti protok na zatvoranom kraju komore.

Otpori trenja. Trenje se odvija po površini zidova i dna komore i po okvašenoj površini brodskog trupa. Kako se vrednosti koeficijenta rapavosti za beton i metal mnogo ne razlikuju, pogodno je da se proračun obavlja sa jednom – *ekvivalentnom* vrednošću Maningovog koeficijenta rapavosti (n_e). Postoji nekoliko načina za definisanje ekvivalentne rapavosti. Ovde se koristi ponderisanje rapavosti prema okvašenom obimu [94]:

$$n_e = \sqrt{\frac{O_{kp}\, n^2 + O_{pl}\, n_b^2}{O_{kp} + O_{pl}}}, \tag{5.12}$$

gde je: n – Maningov koeficijent komore (arm. beton: $n = 0{,}013 \div 0{,}016$ m$^{-1/3}$s), n_b – Maningov koeficijent brodskog trupa (čelik: $n_b = 0{,}011 \div 0{,}019$ m$^{-1/3}$s), $O_{kp} = B_{kp} + 2\,h$ – okvašeni obim komore, a $O_{pl} = B_{pl} + 2\,h_g$ – okvašeni obim brodskog trupa.

■ **Primer 5.1.** Proračunati punjenja brodske prevodnice iz Primera 4.4 uzimajući u obzir prisustvo broda. Podaci: $L_{kp}/B_{kp}/H_{kp} = 180/23/3$ m, $H_p = 5$ m. Komora se puni kroz klinkete, čija je ukupna površina poprečnog preseka 9,6 m^2. Komora za umirenje se može zanemariti. Vrednost Maningovog koeficijenta trenja iznosi: $n = 0{,}016$ m$^{-1/3}$s (beton). Trajanje linearnog podizanja zatvarača iznosi 6 min.

Pretpostavlja se da je komora potpuno ispunjenja plovilima. To znači da se račun može obaviti sa hipotetičkim brodom dimenzija $L_{pl}/B_{pl}/h_g = 180/10/2{,}2$ m. Deplasman broda iznosi 2800 t. Vrednost Maningovog koeficijenta trenja za brodski trup iznosi: $n_b = 0{,}011$ m$^{-1/3}$s (čelik). Vrednosti lokalnih gubitaka se mogu zanemariti u odnosu na gubitke trenja.

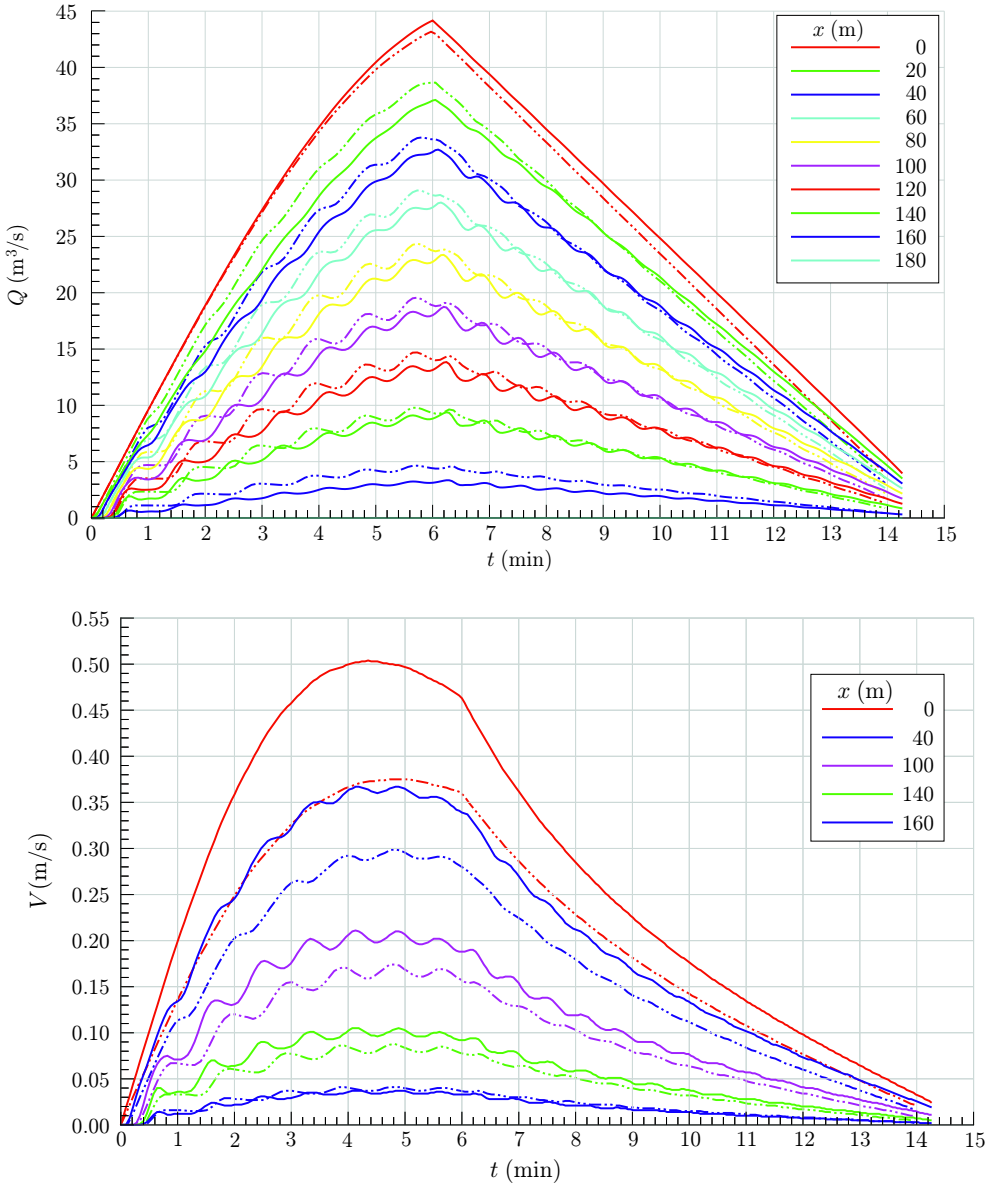
Komentarisati rezultate proračuna. Uporediti sa rezultati hidrauličkog proračuna bez broda u komori.

Rešenje. Rezultati proračuna[2] su prikazani na Slikama 5.2–5.4.

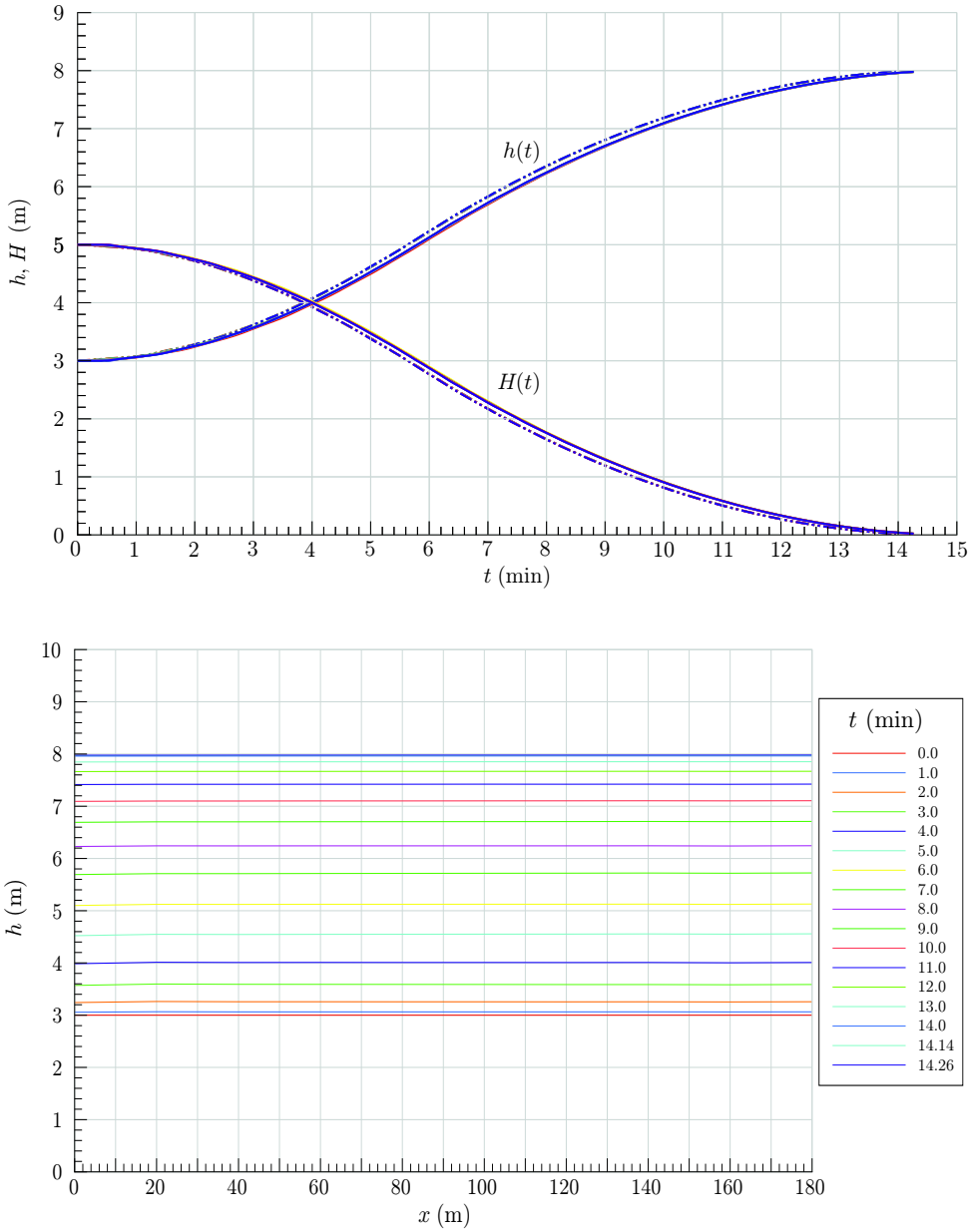
Komentar rezultata. Trajanje punjenja komore sa brodom je za oko 0,5 min duže od onog kad nema broda. Razlog su veći otpori strujanju vode. Shodno tome (osim kod ulaznog hidrograma), protoci su nešto niži kada se u proračunu uzme u obzir prisustvo broda, nego kada to nije slučaj (Slika 5.2).

S druge strane, zbog redukovanog proticajnog preseka usled prisustva broda, srednje profilske brzine su veće skoro celom dužinom (Slika 5.2).

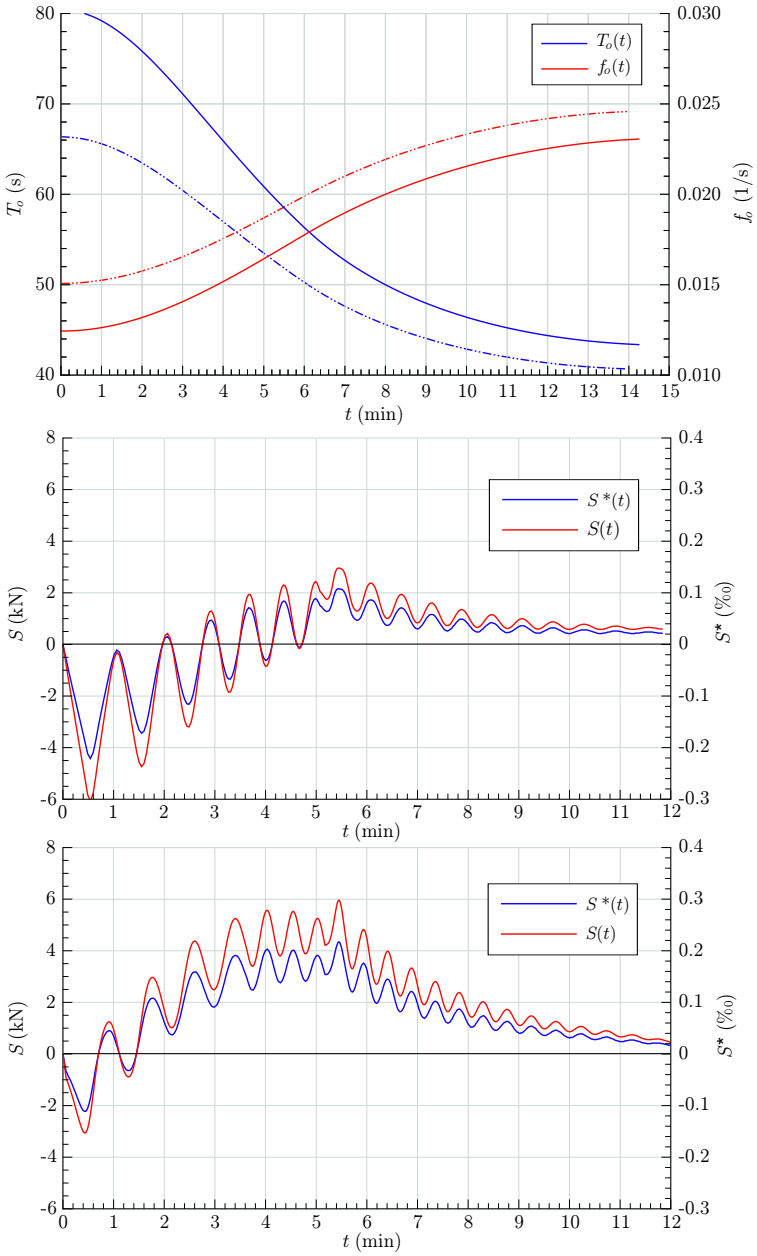
[2]Softver Mac1 i Mac1B.



Slika 5.2: *Primer* 5.1; *gore: hidrogrami punjenja komore sa brodom* (*pune linije*) *i bez broda* (*isprekidane linije*) *; dole: raspored srednje profilske brzine po vremenu.*



Slika 5.3: *Primer* 5.1; *gore: nivogrami punjenja komore sa brodom* (*pune linije*) *i bez broda* (*isprekidane linije*) *; dole: podužni profili nivoa tokom punjenja komore sa brodom.*



Slika 5.4: *Primeru* 5.1; *gore: osnovna perioda i frekvencija talasnog poremećaja u komori* (*sa brodom – pune linije, bez broda – isprekidane linije*) *; u sredini: podužna sila u slučaju komore bez broda; dole: podužna sila u slučaju komore sa brodom.*

Razlika u brzini toka varira u prostoru i vremenu; veća je na uzvodnom kraju komore, a opada ka njenom nizvodnom, zatvorenom kraju; najveća razlika od oko 25% javlja se na ulazu, u vreme najvećeg dotoka u komoru, a postepeno nestaje kod zatvorene kapije.

Proračun zapremina služi za kontrolu rezultata. U konkretnom slučaju je:

(a) na početku punjenja komore:
- zapremina vode u komori bez plovila: $\forall_o = 180 \cdot 23 \cdot 3 = 12420$ m^3;
- zapremina plovila: $\forall_{pl} = 180 \cdot 10 \cdot 2{,}2 = 3960$ m^3;
- zapremina vode u komori sa plovilom: $\forall_o - \forall_{pl} = 12420 - 3960 = 8460$ m^3.

Poslednji podatak proizilazi iz činjenice da je ulaskom plovila u komoru, iz nje (u nizvodni prilazni kanal) *istisnuta* zapremina vode jednaka V_{pl}.

(b) na kraju punjenja komore:
- zapremina vode u komori bez plovila: $\forall_T = 180 \cdot 23 \cdot 8 = 33120$ m^3;
- zapremina vode u komori sa plovilom: $\forall_T - \forall_{pl} = 33120 - 3960 = 29160$ m^3.

Zapremina vode koju treba ubaciti u komoru sa plovilom da bi se ova napunila, iznosi:

$$(\forall_T - \forall_{pl}) - (\forall_o - \forall_{pl}) = \forall_T - \forall_o = 33120 - 12420 = 20700 \text{ m}^3,$$

a to je upravo zapremina koju daje denivelacija: $\forall_p = L_{kp}\, B_{kp}\, H_p = 180 \cdot 23 \cdot 5 = 20700$ m^3. Toj vrednosti treba da bude jednak integral ulaznog hidrograma koji je dobijen računom. Ako se vrednost tog integrala obeleži $\forall_p^{rac}$, relativna greška sračunate zapremine iznosi:

$$\delta = \frac{|\forall_p^{rac} - \forall_p|}{\forall_p} \quad (\%). \tag{5.13}$$

Veličina relativne greške zavisi od računskih koraka Δt i Δx. Vremenski korak Δt je promenljiv i u ovom primeru je u svakom računskom karaku dobijen iz uslova: Cr = 0,9. Prostorni korak Δx je variran i ispitane su dve vrednosti: $\Delta x = 10$ m i $\Delta x = 20$ m. Poređenje relativnih grešaka računske zapremine dato je u Tabeli 5.1.

Tabela 5.1: *Primer* 5.1: *relativna greška računske zaprmine* δ.

Varijanta proračuna	Δt (iz uslova: Cr=0,9)	Δx 10 m	Δx 20 m
komora bez broda	2÷3,5 s	1,0%	1,6%
komora sa brodom	2÷3,5 s	2,4%	4,6%

Može se primetiti da u oba slučaja prostorna diskretizacija utiče na grešku proračuna i da se sa finijom diskretizacijom (manjim korakom Δx) greška smanjuje. Načelno, to važi za sve numeričke proračune. Ono što se ovde može dodatno zaključiti je da prisustvo broda u komori povećava grešku proračuna i da se, u proračunima punjenja komore sa brodom može očekivati računska greška koja

je najmanje dva puta veća od one koja prati proračune bez broda. (Greška zaokrugljivanja je podjednaka u oba slučaja.)

Drugi važan zaključak sprovedene analize je da se pri svakom prevođenju plovila sa nižeg nivoa na viši nivo utroši zapremina vode jednaka: $\forall_p + \forall_{pl}$. (O utrošku vode još će biti reči u Poglavlju 8.)

Na Slici 5.3 prikazani su nivogrami i linije nivoa. Preklopljeni nivogrami za slučaj punjenja prazne komore i komore sa brodom pokazuju veoma malu razliku (vremenski pomak u trajanju punjenja od 0,5 min je isuviše kratak).

Podužni profili nivoa koji pokazuju hronologiju punjenja komore, u oba slučaja su takođe veoma bliski, tako da su prikazani samo rezultati proračuna sa brodom. Prosečna brzina podizanja nivoa je u oba slučaja slična, oko 0,35 m/min (6 mm/s).

Izražena je promena periodičnosti talasnog gibanja u komori, opisanog osrednjenom periodom $T_o = 2\,L_{kp}/c$ i odgovarajućom frekvencijom f_o. Dok se u slučaju prazne komore vrednosti osnovne periode T_o kreću od 66 s (na početku punjenja) do 40 s (na kraju punjenja), u slučaju komore sa brodom, te vrednosti su uvećane i kreću se od 80 s do 44 s. To je praćeno odgovarajućim opadanjem osnovne frekvencije (Slika 5.4).

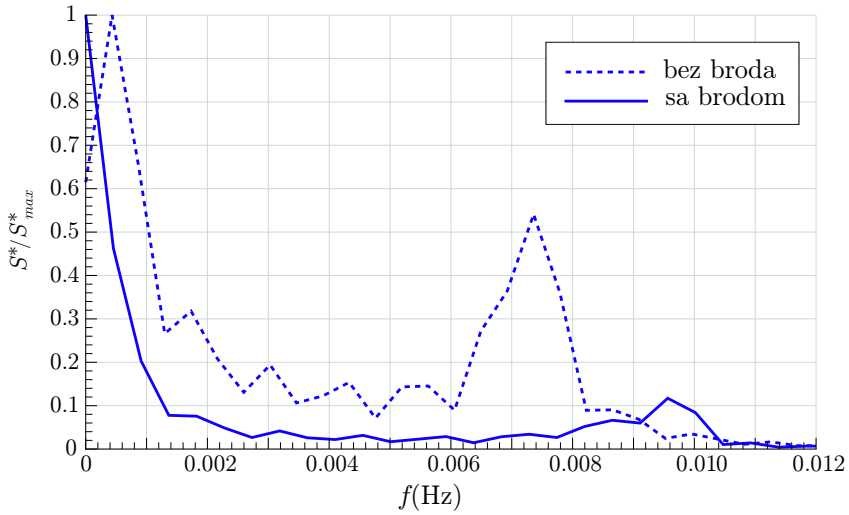
Ovi rezultati upućuju na (fizički logičan i očekivan) zaključak da pri punjenju komore, prisustvo broda *usporava prostiranje talasa i ublažava intenzitet oscilovanja vodene mase.*

Uočljiva je i značajna razlika kod računskih veličina koje zavise od podužnog nagiba linije nivoa. Zbog razlike u veličini otpora trenja, nagibi linija energije i nivoa imaju drugačiji prostorni i vremenski raspored, u zavisnosti da li je punjenje prazne komore ili komore sa brodom. To se direktno reflektuje na dijagram podužne komponente sile koja deluje na brod. Ne samo da je drugačiji raspored maksimalnih vrednosti, već je drugačija i periodičnost.

Dijagram u sredini Slike 5.4 pokazuje da u slučaju punjenja prazne komore, trajanje sile sa negativnim znakom je neznatno kraće od trajanja sile sa pozitivnim znakom. U početnoj fazi punjenja komore dominira sila sa negativnim znakom. To je period uzlazne grane hidrograma i gradijentima nivoa duž komore: $\mathrm{d}h/\mathrm{d}x < 0$. U periodu silazne grane hidrograma, znak sile je pozitivan, jer je određen gradijentima nivoa: $\mathrm{d}h/\mathrm{d}x > 0$. Najveći intenzitet sile javlja se na početku punjenja: $S = -\,6\,\mathrm{kN}$, ili u bezidmenzionom obliku (u odnosu na brodski deplasman): $S^* = -\,0{,}21‰$.

Dijagram na dnu Slike 5.4 pokazuje da prisustvo broda značajno menja izgled funkcija $S(t)$ i $S^*(t)$. Pozitivan znak sile, vezan za porast dubine $\mathrm{d}h/\mathrm{d}x > 0$, postaje vremenski dominantan. Maksimalne vrednosti intenziteta sile su u ovom slučaju: $S = 6\,\mathrm{kN}$ i $S^* = 0{,}21‰$. Iz dobijenih rezultata bi se moglo zaključiti da najveći intenzitet sile na brod ne zavisi od toga da li se računa sa brodom ili bez njega, ali je znak sile suprotan. Ovaj zaključak bi trebalo dodatno proveriti.

Interesantni su rezultati analize sile u frekventnom domenu (Slika 5.5). Može se primetiti veliko prigušenje amplitude usled prisustva broda. Maksimalna sila se ne može ponoviti tokom punjenja komore. Drugi vrh kome odgovara frekvencija 0,0096 Hz, ukazuje na to da se sila jednaka približno 10% maksimalne sile može očekivati svakih 104 s (1,7 min).



Slika 5.5: *Primer* 5.1: *amplitudni spektri sile* S^*.

* * *

Iako su prikazni model i računski primer po mnogo čemu idealizovani u odnosu na realne eksploatacione uslove (plovila različitih dimenzija i nosivosti, delimična ispunjenost komore, neuniformnost otpora trenja, prisustvo lokalnih gubitaka energije itd.), na osnovu dobijenih rezultata se može izvući nekoliko opštih zaključaka:

- prisustvo broda, usled većih hidrauličkih otpora, usporava punjenje komore, pa je trajanje punjenja komore sa brodom duže od trajanja punjenja prazne komore;
- zbog suženog proticajnog profila srednje profilske brzine su veće;
- prisustvo broda značajno utiče na brzinu prostiranja talasa u komori, kao i na oscilatorno njihanje vodene mase: amplituda i osnovna frekvencija su smanjene, a osnovna perioda povećana;
- najveći intenzitet podužne sile na brod se ne javlja na početku punjenja, već u periodu pred pojavu maksimalnog protoka;
- prisustvo broda značajno prigušuje periodičnost sile u užadima.

Da bi se potvrdili izneti zaključci, neophodna su dodatna istraživanja, uz naknadne numeričke simulacije.

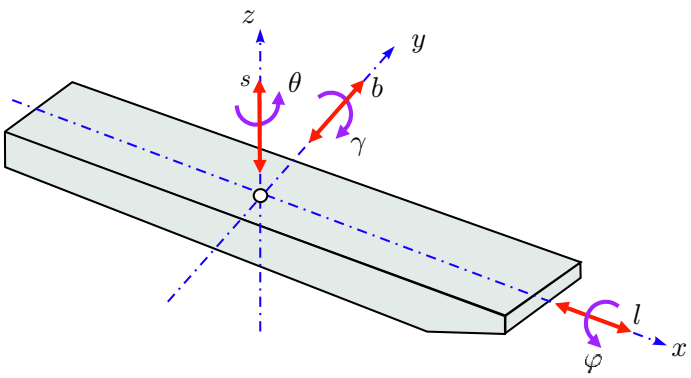
5.2 Model „krutog" broda

Koncept „krutog broda" podrazumeva da je *gaz duž broda promenljiv* (Slika 5.1), u zavisnosti od trenutnog rasporeda dubine u komori i trenutnog translatornog i rotacionog pomeranja broda. Ovaj koncept je svakako fizički realniji od koncepta „savitljivog broda", ali računski mnogo zahtevniji, jer zahteva modeliranje interakcije strujnog polja i pomeranja broda. Prvi model ovog tipa, koji je razvijen je u Hidrauličkoj laboratoriji Tehničkog Univerziteta u Delftu (Holandija) [14], od velikog je značaja za istraživanja i numeričko modeliranje u ovoj oblasti.

Polazne pretpostavke.

A. *Strujanje vode*:
- mala vrednost odnosa dubine i talasne dužine (strujanje u tzv. „plitkoj vodi");
- kretanje vode je linijsko – ubrzanja u podužnom pravcu su dominantna;
- brzina je osrednjena po poprečnom preseku;
- raspored pritiska je hidrostatički;
- talas se u potpunosti odbija od zatvorene kapije.

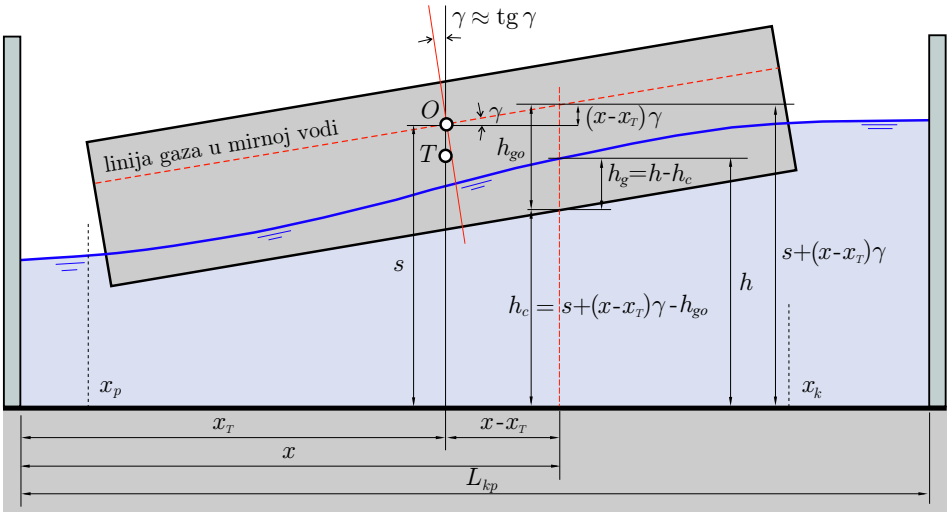
B. *Brod*:
- brod ima oblik kvadra i tretira se kao kruto telo, homogene mase;
- od ukupno 6 stepeni slobode pomeranja, efektivno su dominantna samo dva: vertikalno pomeranje s i rotacija oko poprečne ose γ (Slika 5.6);
- zanemaruju se članovi dodate (hidrodinamičke) mase i sile prigušenja[3].



Slika 5.6: *Šest stepeni slobode pomeranja broda koja se izučavaju u hidrodinamici brodova; tri translatorna pomeranja duž osa x, y, z: l – zaletanje (engl. „surge"); b – zanošenje (eng. „sway"); s – poniranje (eng. „heave"); tri rotaciona pomeranja oko osa x, y, z: φ – valjanje (eng. „roll"); γ – posrtanje (eng. „pitch"); θ – zakretanje (eng. „yaw")* (prema [114]).

[3]Reč je o uticajima (i pojmovima) koji se izučavaju u okviru brodogradnje na mašinskim fakultetima, a koji se ovde neće objašnjavati. Zainteresovni mogu pogledati brojnu literaturu iz brodske dinamike, npr. [112, 113, 114].

Osnovne jednačine. Matematički (deskriptivni) model čine 4 jednačine: 2 jednačine linijskog neustaljenog tečenja i 2 jednačine pomeranja broda. Sve jednačine su spregnute (kuplovane) i opisuju uticaj broda na strujno polje i obrnuto. Nezavisno promenljive su: prostorna koordinata (odstojanje duž komore) x i vreme t, a zavisno promenljive su: protok Q, dubina u komori h, vertikalno pomeranje referentne tačke broda s i ugao rotacije broda oko poprečne ose γ (Slika 5.7).



Slika 5.7: *Shematski prikaz računskog pomeranja broda sa korišćenim oznakama (prema* [14]*); uočiti da se vertikalno pomeranje računa od dna do tačke preseka vertikalne osovine i linije gaza u mirnoj vodi.*

Promenljiva koja povezuje jednačine toka i pomeranja broda je *trenutni lokalni gaz* h_g. Kao što se vidi na Slici 5.7, trenutni gaz u bilo kom profilu duž broda $h_g(t,x)$, zavisi od trenutne dubine u tom profilu $h(t,x)$, početnog gaza u mirnoj vodi h_{go} i trenutnih pomeranja: vertikalnog $s(t)$ i rotacionog $\gamma(t)$.

Imajući u vidu oznake na Slici 5.7, može se napisati da je trenutni gaz duž broda:

$$h_g = h - h_c = h + h_{go} - \left[\, s + (x - x_T)\,\gamma \,\right] \qquad x \in \{x_p, x_k\} \tag{5.14}$$

A. Jednačine strujanja vode (za poprečne profile sa brodom)

(1) *Jednačina kontinuiteta*:

$$\frac{\partial A_r}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \qquad x \in \{0, L_{kp}\}. \tag{5.15}$$

gde je: $A_r(x,t) = A(x,t) - A_{pl}(x,t)$ – trenutna redukovana površina poprečnog preseka; $A(x,t) = B_{kp}\,h(x,t)$ – trenutna površina poprečnog preseka komore u datom profilu; $A_{pl}(x,t) = B_{pl}\,h_g(x,t)$ – trenutna površina uronjenog dela plovila u istom profilu (u poprečnim profilima bez broda je $A_{pl} = 0$).

(2) *Dinamička jednačina*:

$$\boxed{\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A_r}\right) + g\,A_r\,\frac{\partial h}{\partial x} + g\left(\frac{n_e^2\,V|V|}{R_r^{4/3}} - I_d\right) = 0} \tag{5.16}$$

gde je: $R_r(x,t)$ – trenutni hidraulički radijus u profilu; V – srednja profilska brzina; n_e – ekvivalentni Maningov koeficijent kompozitne rapavosti.

B. Jednačine pomeranja broda

(3) *Vertikalno pomeranje broda.* Polazeći od II Njutnovog zakona, koji kaže da je zbir sila u vertikalnom pravcu jednak proizvodu mase i ubrzanja u tom pravcu, može se napisati:

$$\begin{aligned} m\,\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} &= \rho\,g\,\big[\forall(t) - \forall_o\big], \qquad \text{ili} \\ \forall_o\,\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} &= g\,\forall(t) - g\,\forall_o, \end{aligned} \tag{5.17}$$

gde je: s – pomeranje broda u vertikalnom pravcu, $\forall$ – trenutna zapremina uronjenog dela broda, $\forall_o = L_{pl}\,B_{pl}\,h_{go}$ – početna zapremina, određena najvećim (projektovanim) gazom u mirnoj vodi, dok je: $m = \rho\,\forall_o$ – masa broda (deplasman).

Imajući u vidu da je u svakom trenutku tokom prevođenja, gaz promenljiv duž broda (Slika 5.7), trenutna zapremina uronjenog dela broda biće:

$$\begin{aligned} \forall &= \int_{x_p}^{x_k} L_{pl}\,B_{pl}\,h_g\,\mathrm{d}x = B_{pl}\int_{x_p}^{x_k}\big[h + h_{go} - s - (x - x_T)\gamma\big]\,\mathrm{d}x = \\ &= \underbrace{B_{pl}\int_{x_p}^{x_k} h\,\mathrm{d}x}_{\text{zaprem. uzgona}} + \underbrace{B_{pl}\,h_{go}\int_{x_p}^{x_k} x\,\mathrm{d}x}_{B_{pl}\,h_{go}\,L_{pl}\,=\,\forall_o} + \underbrace{B_{pl}\,s\int_{x_p}^{x_k} x\,\mathrm{d}x}_{B_{pl}\,s\,L_{pl}} + \underbrace{B_{pl}\,\gamma\int_{x_p}^{x_k}(x - x_T)\,\mathrm{d}x}_{0} \end{aligned} \tag{5.18}$$

Poslednji integral u prethodnoj jednačina je jednak nuli, jer je:

$$\int_{x_p}^{x_k}(x - x_T)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}(x_k^2 - x_p^2) - x_T\,L_{pl} = \underbrace{\frac{1}{2}(x_k + x_p)}_{x_T}\underbrace{(x_k - x_p)}_{L_{pl}} - x_T\,L_{pl} = 0. \tag{5.19}$$

Zamenom (5.18) u (5.17) konačno se dobija:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + C_o\, L_{pl}\, s = C_o \int_{x_p}^{x_k} h\, \mathrm{d}x \\ &C_o = g\, B_{pl}/\forall_o = g/(L_{pl}\, h_{go}). \end{aligned}} \tag{5.20}$$

(4) *Rotacija broda* oko poprečne ose u tački O. Definiše se, prema II Njutnovom zakonu rotacije, jednačinom koja kaže da je zbir momenata oko date ose jednak proizvodu rotacionog ubrzanja i centralnog momenta inercije tela koje rotira:

$$I_o \frac{\mathrm{d}^2 \gamma}{\mathrm{d}t^2} = \rho\, g\, M(t). \tag{5.21}$$

U ovom izrazu je: γ – ugao rotacije (Slika 5.7), $M(t)$ – trenutni zbir momenata elementarnih sila težine/uzgona oko poprečne ose broda, a I_o – centralni moment incercije za usvojeni (paralelopipedni) oblik broda:

$$I_o = \frac{1}{12}\, m\, L_{pl}^2 = \frac{1}{12}\, \rho \forall_o\, L_{pl}^2. \tag{5.22}$$

U svakom trenutku tokom prevođenja je:

$$\begin{aligned} \rho\, g\, M &= \rho\, g \int_{x_p}^{x_k} B_{pl}\, h_g\, (x - x_T)\, \mathrm{d}x = \\ &= \rho\, g\, B_{pl} \int_{x_p}^{x_k} \big[h + h_{go} - s - (x - x_T)\gamma\big]\, (x - x_T)\, \mathrm{d}x. \end{aligned} \tag{5.23}$$

U daljem razvoju ovog izraza, treba imati u vidu da promenljive h_{go}, s i γ ne zavise od položaja x. Zatim:

- integrali uz promenljive h_{go} i s su jednaki nuli, shodno izrazu (5.19);
- za rešenje integrala uz promenljivu γ, može se postupiti tako što će se uvesti smena: $r = x - x_T$; $\mathrm{d}r = \mathrm{d}x$; r se kreće u granicama od $-L_{pl}/2$ do $L_{pl}/2$. Sledi:

$$\int_{x_p}^{x_k} (x - x_T)^2 \mathrm{d}x = \int_{-L_{pl}/2}^{L_{pl}/2} r^2 \mathrm{d}r = \frac{r^3}{3}\bigg|_{-Lpl/2}^{L_{pl}/2} = \frac{1}{3}\left(\frac{2\, L_{pl}^3}{8}\right) = \frac{L_{pl}^3}{12}. \tag{5.24}$$

Zbir momenata je definitivno:

$$\rho\, g\, M = \rho\, g\, B_{pl} \int_{x_p}^{x_k} h(x - x_T)\, \mathrm{d}x - \rho\, g\, B_{pl}\, \frac{1}{12} L_{pl}^3\, \gamma. \tag{5.25}$$

Kada se ovaj izraz uvrsti u polaznu jednačinu (5.21), nakon deljenja sa momentom inercije I_o, dolazi se do jednačine rotacionog pomeranja broda u obliku:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}^2\gamma}{\mathrm{d}t^2} \; + \; C_1\,\gamma = C_2 \int_{x_p}^{x_k} h(x - x_T)\,\mathrm{d}x \\ C_1 \; = \; C_o\,L_{pl}; \quad C_2 = 12\,C_o/L_{pl}^2. \end{aligned}} \tag{5.26}$$

Rešavanja sistema jednačina. Može se primetiti da se sistem jednačina sastoji od dve parcijalne diferencijalne jednačine prvog reda (5.15) i (5.16) i dve obične diferencijalne jednačine drugog reda (5.20) i (5.26). Zamenom $\alpha = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t$ i $\beta = \mathrm{d}\gamma/\mathrm{d}t$ i primenom neke od metoda konačnih razlika (ili metode karakteristika), sistem od ove četiri jednačine se rešava numerički, sa zadatim konturnim (početnim i graničnim) uslovima.

• *Početni uslovi* ($t = 0$):
$Q(x, 0) = V(x, 0) = 0$;
$s(0) = h(0) = H_{kp}$; $\alpha = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t = 0$;
$\gamma = 0$; $\beta = \mathrm{d}\gamma/t = 0$.

• *Granični uslovi*:
– na uzvodnom kraju komore ($x = 0$): $Q(t) = C_Q(t)\,A_o\,\sqrt{2g\,H(t)}$
– na nizvodnom kraju komore ($x = L_{kp}$): $Q(t) = V(t) = 0$.

Uzvodni granični uslov je dotok u komoru koji je ranije definisan jednačinom potopljenog isticanja kroz otvore na kapiji (klinkete) ili kroz kratke galerije.

Sile koje deluju na brod. Prisustvo broda u komori zahteva odgovarajući pristup u proračunu sila koje deluju na brod tokom prevođenja. Ukupna sila obuhvata:

• podužnu kompenonetu težine broda koja zavisi od njegovog deplasmana;
• razliku sila hidrostatičkog pritiska na pramčanom i krmenom delu broda;
• silu trenja po okvašenoj površini broda;
• silu otpora oblika broda.

(1) *Podužna komponenta težine.* Ako deplasman (ukupna masa) broda nosi oznaku G_{pl}, a njegova trenutna zapremina $\forall$, trenutna težina broda tokom prevođenja biće:

$$g\,G_{pl} = g\,\rho\forall = \rho\,g\,B_{pl} \int_{x_p}^{x_k} \Big[h + h_{go} - s - (x - x_T)\,\gamma\Big]\,\mathrm{d}x. \tag{5.27}$$

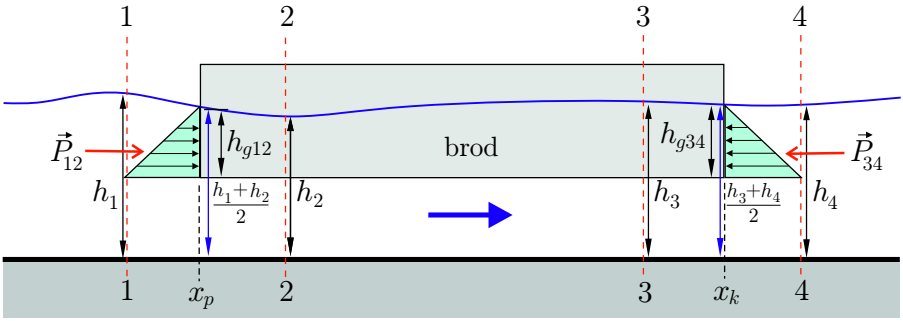
Imajući u vidu prethodno izvedena rešenja integrala pojednih članova jednačine (5.27), može se doći do konačnog izraza za trenutnu težinu broda:

$$g\,G_{pl} = \rho\,g\,B_{pl}\Big[\int_{x_p}^{x_k} h\,\mathrm{d}x + L_{pl}\,(h_{go} - s)\Big]. \tag{5.28}$$

Podužna komponenta težine S_{pod} se dobija množenjem težine sinusom ugla γ, a imajući u vidu da je kod malih uglova $\sin\gamma \approx \gamma$:

$$\boxed{S_{pod} = \rho\, g\, B_{pl}\, \gamma \left[\int_{x_p}^{x_k} h\, \mathrm{d}x + L_{pl}\,(h_{go} - s) \right].} \tag{5.29}$$

(2) *Hidrostatičke sile.* Na Slici 5.8 prikazana su pramčani i krmeni krajevi broda, sa oznakama veličina koje se koriste u proračunu.



Slika 5.8: *Skica uz objašnjenje sila koje deluju na brod tokom prevođenja.*

Ako su u svakom trenutku poznate računske vrednosti u bliskim presecima $1-1$ i $2-2$, odnosno $3-3$ i $4-4$, merodavne dubine gaza na krajevima broda su:

$$h_{g12} = \frac{h_1+h_2}{2} + h_{go} - s + (x_T - x_p)\gamma = \frac{h_1+h_2}{2} + h_{go} - s + \frac{L_{pl}\,\gamma}{2} \tag{5.30}$$

$$h_{g34} = \frac{h_3+h_4}{2} + h_{go} - s - (x_k - x_T)\gamma = \frac{h_3+h_4}{2} + h_{go} - s - \frac{L_{pl}\,\gamma}{2} \tag{5.31}$$

Odavde sledi da je intenzitet sila hidrostatičkog pritiska:

$$\boxed{P_{12} = \frac{1}{2}\,\rho\, g\, h_{g12}^2\, B_{pl}; \qquad P_{34} = \frac{1}{2}\,\rho\, g\, h_{g34}^2\, B_{pl}} \tag{5.32}$$

(3) *Trenje po okvašenom trupu broda.* Sila otpora usled trenja po okvašenoj površini broda jednaka je:

$$\boxed{T_b = C_\tau\, \frac{1}{2}\,\rho\, \Omega_{pl}\, V\, |V|} \tag{5.33}$$

gde je: C_τ – bezdimenzioni koeficijent trenja, Ω_{pl} – okvašena površina brodskog trupa, V – osrednjena brzina strujanja oko broda. (Proizvod $(1/2)\rho V^2$ je *hidrodinamički pritisak*, koji, kada se pomnoži sa površinom Ω_{pl}, daje silu.)

Na osnovu ispitivanja pomoću fizičkih modela brodova, međunarodna organizacija koja nosi ime „*International Towing Tank Conference*" (skraćeno ITTC) je 1957. godine definisala empirijsku korelacionu zavisnost koja se i danas koristi u brodogradnji [115, 116]:

$$C_\tau = \frac{0{,}075}{(\log \mathrm{Re} - 2)^2} \qquad (10^5 \leq \mathrm{Re} \leq 10^{10}). \tag{5.34}$$

U ovom izrazu je: $\mathrm{Re} = V\,L_{pl}/\nu$ – Rejnoldsov broj plovila, a ν – koeficijent kinematske viskoznosti (za vodu na 15°C: $\nu = 1 \times 10^{-6}$ m^2/s).

(3) *Sila otpora oblika.* Poznato je da je ova sila malog intenziteta kod hidraulički oblikovanih brodskih trupova, a da je izražena kod brodova paralelopipednog oblika, karakterističnog za rečna plovila i barže za prevoz rasutih i tečnih tereta. Shodno oznakama na Slici 5.8, dubina gaza na pramcu h_{g12} je definisana izrazom (5.30), a odgovarajuća površina poprečnog preseka broda je: $A_{pl12} = h_{g12}\,B_{pl}$. Tada je izraz za silu otpora oblika:

$$\boxed{F_p = \frac{1}{2}\,C_p\,A_{pl12}\,V_{12}\,|V_{12}|,} \tag{5.35}$$

gde je: C_p – koeficijent otpora oblika, a V_{12} brzina strujanja na pramčanom kraju broda (osrednjena brzina u profilima $1-1$ i $2-2$). U slučaju teretnih brodova vrednosti koeficijenta C_p se nalaze u granicama $0{,}75 \div 0{,}8$.

Ukupna sila koja deluje na brod u komori tokom prevođenja objedinjuje prethodno opisane uticaje:

$$\boxed{S = S_{pod} + P_{12} - P_{34} + T_b + F_p.} \tag{5.36}$$

Kada se ova sila izrazi relativno u odnosu na težinu broda, dobija se, već ranije korišćen izraz za ukupnu silu u bezdimenzionom obliku:

$$S^* = \frac{S}{\rho\,g\,\forall_o} = \frac{S}{\rho\,g\,L_{pl}\,B_{pl}\,h_{go}}. \tag{5.37}$$

Perioda talasa. Prisustvo broda u komori nameće podelu brzine prostiranja talasa na dve komponente, od kojih se jedna odnosi na delove komore bez broda (c), a druga, na deo komore sa brodom (c_b):

$$c(x,t) = \sqrt{g\,h(x,t)} \tag{5.38}$$

$$c_b(x,t) = \sqrt{g\,\frac{A(x,t) - A_{pl}(x,t)}{B_{kp}}} = \sqrt{g\,\frac{B_{pl}\,h(x,t) - B_{pl}\,h_g(x,t)}{B_{kp}}}. \tag{5.39}$$

Kao što je ranije rečeno, osnovna perioda talasa zavisi od dvostruke dužine komore i brzine prostiranja talasa, pa je u ovom slučaju:

$$\boxed{T_o = 2\left(\frac{L_{kp} - L_{pl}}{c} + \frac{L_{pl}}{c_b}\right).} \tag{5.40}$$

5.3 Postojeći softver

U kategoriji linijskih (1D) modela sa brodom, zasnovanih na punim San Venanovim jednačinama neustaljenog tečenja, značajan je model „LoMo" nemačkog Federalnog Instituta za inženjerstvo i razvoj plovnih puteva (BAW) [3].

U jednačinama održanja mase i količine kretanja, prisustvo „savitljivog" broda je uzeto u obzir redukcijom površine poprečnog preseka ($A - A_{pl}$), u skladu sa formulacijom jednačina (5.5). Za numeričko rešavanje jednačina ovaj model koristi shemu Krank-Nikolson (Crank-Nicolson), koja je nezaobilazna u literaturi (videti npr. [3, 21], kao i Poglavlje 7). Proračun sile na brod zasnovan je na podužnom nagibu linije nivoa koji je, kao što je ranije opisano, rezultat superpozicije nagiba usled talasnog kretanja i nagiba usled usporavanja toka i zaustavne brzine na zatvorenom kraju komore. Razmatrana je i mogućnost modeliranja uticaja potopljenog mlaza kod čeonog punjenja komore.

Ovaj model[4] je kalibrisan pomoću rezultata laboratorijskih ispitivanja na fizičkom modelu [3]. Pored ograničenja inherentno vezanih za sve linijske modele, autori navode i problem parametrizacije – određivanja vrednosti koeficijenta protoka na zatvaračima i koeficijenata energetske disipacije ulaznog mlaza.

[4] https://github.com/baw-de/lomo.

Poglavlje 6

Uprošćeni modeli podeonih sistema

Podeoni sistemi za punjenje i pražnjenje prevodnica primenjuju se kod velikih denivelacija, većih (uslovno) od 7 m [65]. Hidraulički složeni, velikih dimenzija, veoma skupi, ovi sistemi treba da obezbede što ravnomernije punjenje i praženje komore. To nije lako, jer je hidraulički režim kod takvih prevodnica pod velikim uticajem inercije (velika dužina provodnika), zatvarača (veliki poremećaj strujanja) i mnoštva lokalnih energetskih gubitaka (račve, otvori). Ovo pogalvlje je upravo posvećeno razmatranju navedenih uticaja.

6.1 Konstruktivni elementi podeonih sistema

Cilj svih podeonih sistema je da punjenje i pražnjenje komore „razvuku" po celoj njenoj dužini i da na taj način obezbede što ravnomerniji režim strujanja. Klasične podeone sisteme karakterišu dve glavne podužne galerije u dnu ili u zidovima komore, sa otvorima raspoređenim na jednakom ili promenljivom rastojanju. Složenija rešenja se sastoje od sistema primarnih (pudužnih) i sekundarnih (poprečnih) galerija. Najsloženiji podeoni sistemi se zasnivaju na podeli glavnih galerija na deonice sa sopstvenim dovodom i odvodom vode.

6.1.1 Tipovi podeonih sistema

Tradicionalno se podeoni hidraulički sistemi dele na „*proste*" i „*složene*". Kod prvih se iz glavnih, podužnih galerija voda direktno upušta u komoru, a kod drugih se voda posredno upušta kroz sistem sekundarnih, poprečnih galerija. U oba slučaja važe iskustvene preporuke [62]:

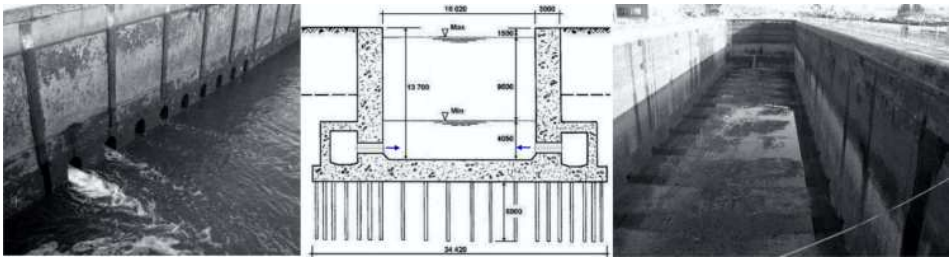
$$\begin{aligned} 2\,A_g &= (1/200 \div 1/100)\,\Omega \\ \textstyle\sum A_o &= (1{,}5 \div 2)\,2\,A_g \end{aligned} \tag{6.1}$$

gde je: $2\,A_g$ – površina poprečnog preseka obe glavne galerije, $\sum A_o$ – ukupna površina otvora na distributivnom sistemu, a $\Omega = L_{kp}\,B_{kp}$ – površina komore u osnovi.

Na Slikama 6.1 i 6.2 prikazane su prevodnice sa prostim podeonim sistemima. U slučaju kada su otvori u zidovima komore, osnovni problem je postizanje ravnomernosti protoka duž komore. Taj problem se može rešiti na dva načina:

(a) promenom veličine ili razmaka otvora i
(b) promenom površine poprečnog preseka glavnih galerija duž komore.

Oba rešenja imaju niz konstruktivnih nedostataka. Zbog toga su pogodnije prevodnice sa glavnim galerijama u dnu komore.



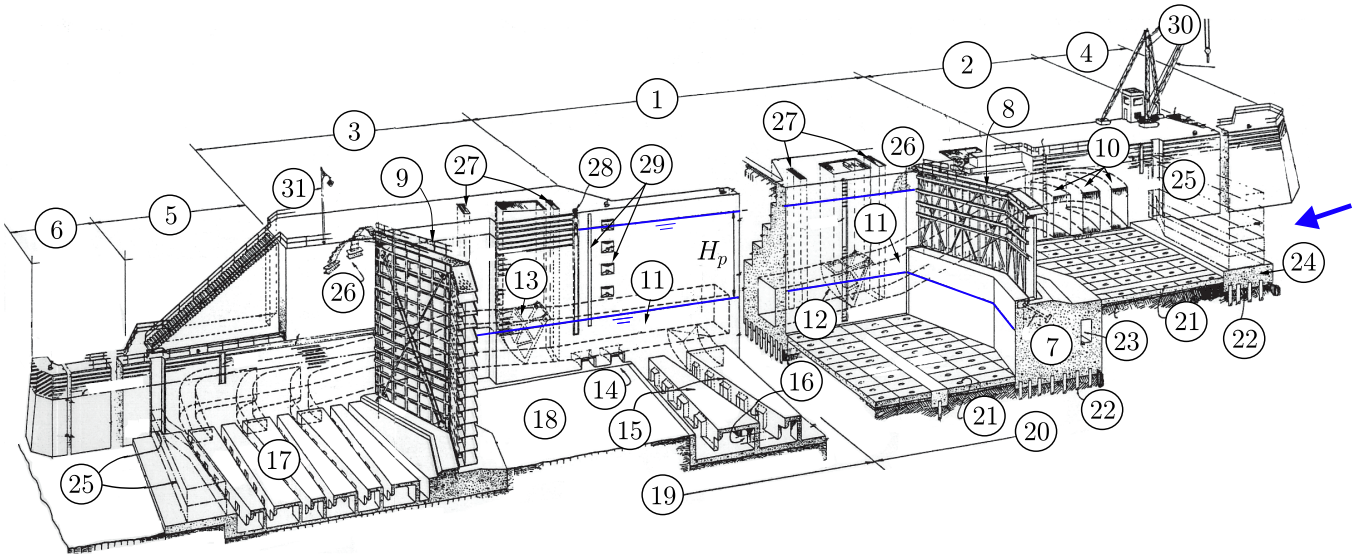
Slika 6.1: *Primer prevodnice sa prostim podeonim sistemom kod koga su glavne galerije sa otvorima u zidovima komore* [61].



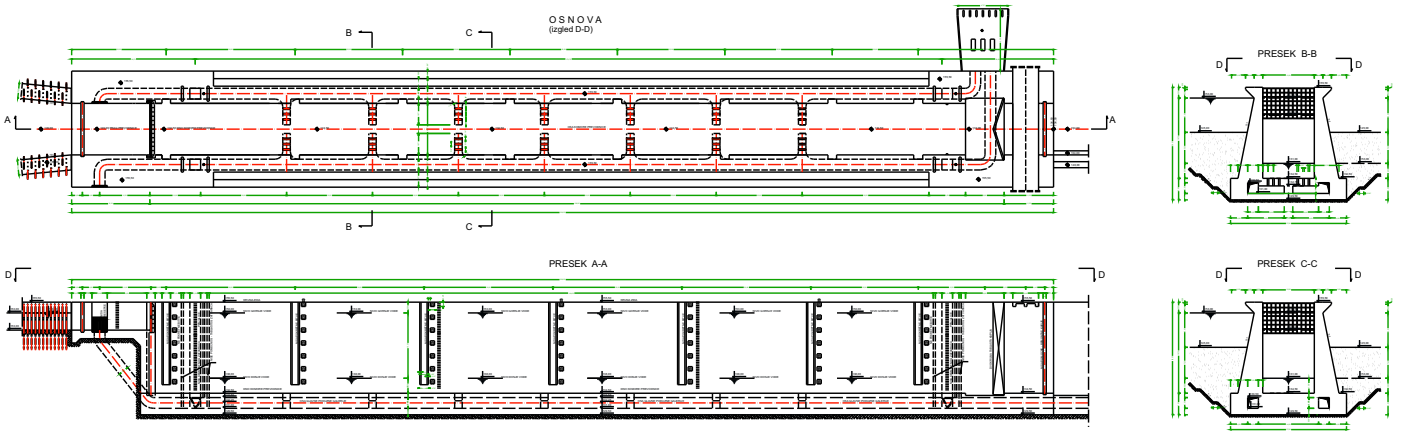
Slika 6.2: *Primer prostog podeonog sistema sa glavnim galerijama i otovorima u dnu komore; američka prevodnica Marmet Lock sa komorom dimenzija* 100×17 m*, omogućava prevođenje potiskivanih sastava od* 6 *plovila* na padu od 7,3 m [61].

Bolju ravnomernost punjenja i pražnjenja omogućavaju složeni podeoni sistemi. Hidraulička efikasnost ovakvih prevodnica može se objasniti većom ukupnom površinom ispusnih otvora, što omogućava znatno manje brzine isticanja. To ima za posledicu veću sigurnost plovila u fazi prevođenja i veću propusnu moć prevodnice. Cena za to su veće cene izgradnje i opremanja.

Na Slici 6.3 je dat shematski prikaz prevodnice, sa svim konstruktivnim detaljima složenog podeonog sistema, hidromašinskom opremom i pratećim elementima. Ilustracije radi, na Slici 6.4 je dat grafički prilog iz jednog projekta prevodnice sa hidrauličkim sistemom istog tipa.



Slika 6.3: *Shematski prikaz prevodnice gravitacione konstrukcije sa podeonim hidrauličkim sistemom punjenja i pražnjenja;* 1 – *komora;* 2 – *gornja glava;* 3 – *donja glava;* 4 – *uzvodni usmeravajući zid;* 5 – *ispust;* 6 – *nizvodni usmeravajući zid;* 7 – *prag;* 8 – *uzvodna dvokrilna kapija sa vertikalnim glavnim nosačima;* 9 – *nizvodna kapija sa horizontalnim glavnim nosačma;* 10 – *zahvat glavne podužne galerije;* 11 – *glavna podužna galerija;* 12 – *uzvodni segmentni zatvarač u vertikalnom šahtu;* 13 – *nizvodni segmentni zatvarač u vertikalnom šahtu;* 14 – *bočni otovori u glavnoj galeriji* (*prost podeoni sistem*)*;* 15 – *poprečne galerije* (*složeni podeoni sistem*)*;* 16 – *otvori u poprečnim galerijama;* 17 – *ispusne poprečne galerije;* 18 – *dno komore;* 19 – *fundiranje na steni;* 20 – *fundiranje na šipovima;* 21 – *popločano dno sa otvorima za smanjenje potiska;* 22 – *šipovi;* 23 – *okno u betonskom pragu;* 24 – *prag u okviru zahvata;* 25 – *niše za remontnu ustavu;* 26 – *ankeri kapija;* 27 – *šahtovi za remontne ustave zatvarača;* 28 – *pokretne bitve;* 29 – *vodomerna letva i nepokretne bitve;* 30 – *kran;* 31 – *osvetljenje* [96].



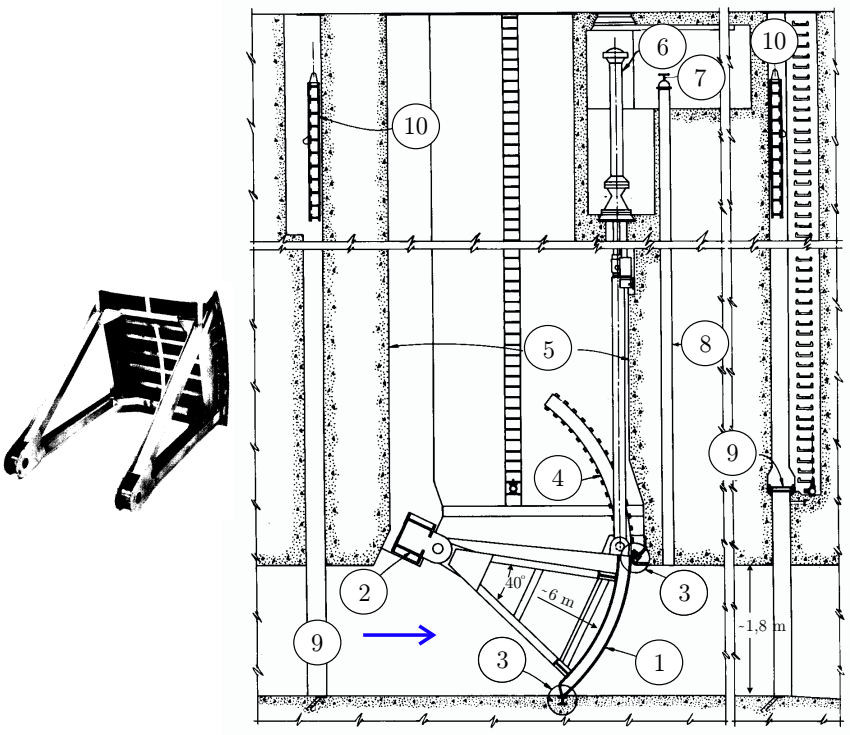
Slika 6.4: *Projekat prevodnice za savlađivanje denivelacije od* 15 m*; komora dimenzija* 228,5/12/3,5 m *je u vidu masivne gravitacione konstrukcije sa dvokrilnim tablastim kapijama; podeoni sistem se sastoji od dve glavne* (*podužne*) *galerije dužine oko* 200 m*, sa zatvaračima; galerije su kvadratnog poprečnog preseka* $2{,}5 \times 2{,}5$ m*; sistem čini i sedam pari sučeljenih sekundarnih* (*poprečnih*) *galerija, od kojih je svaka dužine* 5 m*, poprečnog preseka* $1{,}75 \times 1{,}75$ m*; iz sekundarnih galerija, voda se kroz sistem otvora vertikalno upušta u komoru ili se ispušta iz nje* [20].

6.1.2 Zatvarači

Za razliku od prevodnica „niskog pritiska" kod kojih se najčešće primenjuju tablasti zatvarači, kod prevodnica „visokog pritiska" se u glavnim galerijama postavljaju *segmentni* zatvarači (videti Sliku 6.3), koji su po izgledu slični segmentnim ustavama na prelivima brana (Slika 6.5).



Slika 6.5: *Segmentne ustave na brani* HEPS *„Đerdap* II*"* [39].



Slika 6.6: *Segmentni zatvarač u vertikalnom šahtu;* 1 – *oplata zatvarača;* 2 – *horizontalni nosač u osovini rotacije;* 3 – *zaptivke;* 4 – *vođica segmentnog zatvarača;* 5 – *zidovi vertikalnog zatvaračkog šahta;* 6 – *hidraulički mehanizam za podizanje zatvarača;* 7 – *ventil;* 8 – *aeraciona cev;* 9 – *niše za spuštanje remontnih tablastnih zatvarača;* 10 – *remontni tablasti zatvarači* [97].

Specifičnost ovog tipa zatvarača je u tome što se kod prevodnica, zbog lakšeg manevrisanja i manjeg poremećaja strujne slike u glavnim galerijama, postavljaju u „obrnutom" položaju (Slika 6.6). Ovakvi segmentni zatvarači su „standard" za američke prevodnice na velikim denivelacijama i za njih su, laboratorijskim i terenskim merenjima, utvrđene empirijske funkcije lokalnih gubitaka [97].

6.2 Uprošćeni inercijalni model

Složenost računskog modela nekog podeonog sistema zavisi od konstruktivnih karakteristika tog sistema i od načina na koji se definišu i računaju lokalni gubici energije. Ako se svi gubici, osim onog na zatvaraču, objedine *sumarnim* koeficijentom energetskih gubitka, računski model prostog podeonog sistema postaje sličan „neinercijalnom" modelu čeonih sistema iz trećeg poglavlja. Razlika je samo u tome što, kada se radi o prevodnicama „visokog pritiska", računski model mora da uzme u obzir uticaj inercijalnih sila na ubrzanje i usporenje vodene mase u dugačkim glavnim galerijama.

Dakle, „*uprošćeni inercijalni model*" podeonog sistema koncipiran je na *sumarnom* koeficijentu svih energetskih gubitaka, osim gubitka na zatvaraču. Ovaj model ne daje informacije o pojedinim hidrauličkim uticajima (ulaz, trenje, račve) – ti uticaji su obuhvaćeni integralno – ali daje procenu dominantnih uticaja: zatvarača i inercije. Zasnovan na pretpostavci kvaziustaljenog tečenja, uprošćeni inercijalni model podrazumeva da je u svakom trenutku nivo vode u komori horizontalan.

Mogućnosti ovog modela (kao i drugih uprošćenih modela), ograničene su na procenu osnovnih hidrauličkih pokazatelja: trajanja i brzine punjenja/pražnjenja komore, maksimalnog protoka i sile na brod.

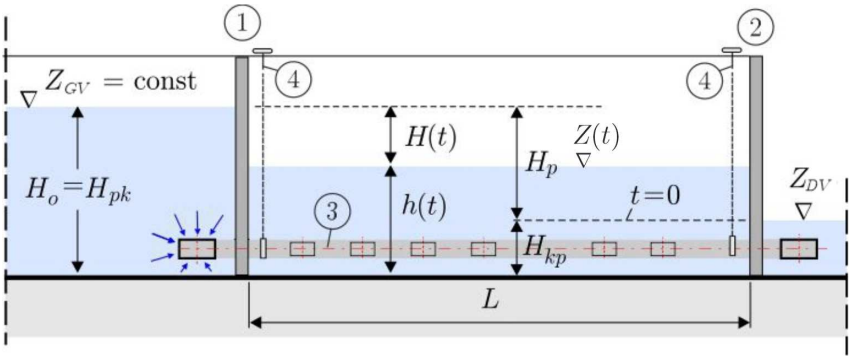
6.2.1 Osnovne jednačine

Uprošćeni inercijalni model prostog podeonog sistema rešava sistem od dve obične diferencijalne jednačine prvog reda po vremenu sa odgovarajućim početnim uslovima (videti Poglavlje 3):

$$\boxed{\begin{aligned} \Omega \frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t} &= 2A_g\, V \\ \frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} &= Z_{GV} - Z - (\xi_s + \xi_z)\,\frac{V^2}{2g} \\ V(0) &= 0; \quad Z(0) = Z_{DV}. \end{aligned}} \tag{6.2}$$

Podsetimo se da su u formulaciji sistema (6.2) koriste sledeće oznake: Ω – površina komore u osnovi; $2A_g$ – površina poprečnog preseka obe galerije; L – dužina glavnih galerija; Z_{GV} – kota nivoa u uzvodnom prilaznom kanalu („gornja voda"); Z_{DV} – kota nivoa u nizvodnom prilaznom kanalu („donja voda"); $Z(t)$ – trenutna

kota nivoa u komori prevodnice. Trenutna denivelacija je: $H(t) = Z_{GV} - Z(t)$ (Slika 6.7).



Slika 6.7: *Shema podužnog preseka komore brodske prevodnice sa prostim podeonim sistemom punjenja/pražnjenja;* 1 – *uzvodna kapija;* 2 – *nizvodna kapija;* 3 – *glavna podužna galerija sa otvorima;* 4 – *zatvarači.*

Rešenje sistema (6.2) daje hronološku promenu kote nivoa u komori $Z(t)$ i brzine u glavnoj galeriji $V(t)$ (u punom, neporemećenom preseku nizvodno od zatvarača). Već je rečeno da je zbir svih koeficijenata gubitaka energije u sistemu ξ_s konstantan, osim koeficijenta gubitka na zatvaraču, koji je promenljiv po vremenu: $\xi_z = \xi_z(t)$. Funkcija $\xi_z(t)$ mora biti unapred definisana.

6.2.2 Koeficijent protoka sistema

Konstantni gubici energije u sistemu. Sumarni koeficijent objedinjuje niz gubitaka energije:

$$\xi_s = \xi_{ul} + \xi_{g1} + \xi_{g2} + \xi_{iz}, \tag{6.3}$$

gde je: ξ_{ul} – koeficijent lokalnog gubitka na ulazu u glavne galerije (uključujući rešetke); ξ_{g1} i ξ_{g2} su koeficijenti *linijskih* i *lokalnih* gubitaka u galerijama uzvodno i nizvodno od zatvarača; ξ_{iz} – sumarni koeficijent lokalnih gubitaka na otvorima duž galerija.

Napomene:

(1) Već je ranije pokazano da koeficijenti ξ_{g1} i ξ_{g2}, pored lokalnih gubitaka, mogu obuhvatiti i linijske gubitke, shodno strukturi Darsi-Vajsbahovog (Darcy-Weisbach) obrasca za trenje [45, 76]; npr. u obrascu za kružne cevi: $\lambda\,(L/D)\,V^2/(2g)$, proizvod $\lambda\,(L/D)$ se može posmatrati kao koeficijent „ξ".

(2) Kod prostih podeonih sistema, vrednost koeficijenta ξ_{iz} ne zavisi samo od oblika otvora i geometrijskog odnosa: $(A_g/A_o)^2$, gde je A_g površina poprečnog preseka galerije, a A_o – površina otvora, već i od trenutnih vrednosti protoka. Kao što će se videti u narednom poglavlju, u složenijim računskim modelima varijabilnost koeficijenta ξ_{iz} sa protokom se uzima u obzir.

Za procenu vrednosti pojedinih koeficijenata u izrazu (6.3) mogu se koristiti podaci laboratorijskih i terenskih merenja [32, 58]. Primera radi, u Tabeli 6.1 dati su podaci za nekoliko prevodnica koje su u eksploataciji [97]. Reč je o prevodnicama dimenzija 200/25/4,5 m, na padovima u rasponu 4,2÷21,3 m. One su opremljene glavnim galerijama dužine 82÷120 m, sa ukupnom površinom poprečnog preseka u rasponu $12 \div 20$ m^2.

Tabela 6.1: *Vrednosti koeficijenata gubitka energije* [97].

ξ_{ul}	ξ_{g1}	ξ_{g2}	ξ_{iz}	ξ_s
0,20	0,05÷0,08	0,75÷1,18	0,30÷0,86	1,30÷2,32

Neizvesnost u proceni sumarnog koeficijenata energetskih gubitaka predstavlja „slabu tačku" uprošćenog inercijalnog modela. Srećna okolnost je da, implementiran u kompjuterskom programu, ovaj model daje rezultate skoro trenutno, pa se brzo može sprovesti analiza osetljivosti rezultata na varijaciju vrednosti *svakog pojedinačnog* koeficijenata. Varijante „najpovoljnijih" i „najnepovoljnijih" kombinacija ispitanih vrednosti daju mogućnost inženjerske procene realno očekivane vrednosti sumarnog koeficijenta ξ_s.

Gubitak energije na zatvaraču. Zbog velikih dimenzija galerije, zatvaračkog šahta i samog zatvarača, kao i zbog velikih brzina koje se javljaju u dovodno-odvodnom sistemu prevodnica sa velikim padom, gubici na zatvaraču imaju značajan uticaj. U opštem slučaju, koeficijent lokalnog gubitka energije na zatvaraču predstavlja odnos lokalne promene energije po jedinici težine ΔE_z i brzinske visine $V/(2g)$ (kinetičke energije po jedinici težine) u punom profilu galerije koji je dovoljno udaljenen od zatvarača:

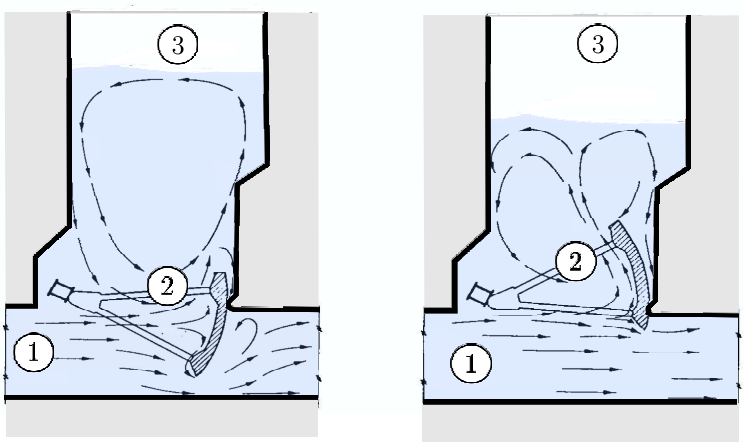
$$\xi_z(t) = \frac{\Delta E_z(t)}{V^2(t)/2g}. \tag{6.4}$$

U zoni „obrnutih" segmentnih zatvarača koji se preporučuju, vlada složeno prostorno strujanje koje je prikazano na Slici 6.8. Vrednosti koeficijenta ξ_z su određene eksperimentalno, u zavisnosti od stepena otvorenosti zatvarača n_o. Podaci su dati u vidu parova diskretnih vrednosti, ili regresionih zavisnosti [97]:

$$\xi_z(n_o) = \begin{cases} 0{,}04 \times 10^{1{,}56}/n_o^2 & \text{za } 0 < n_o < 0{,}2 \\ 10^{2{,}2-3{,}2\,n_o} & \text{za } 0{,}2 \le n_o \le 1. \end{cases} \tag{6.5}$$

Pri malom stepenu otvorenosti ($n_o = 0{,}01 \div 0{,}2$), vrednosti ξ_z su jako velike. Sa porastom stepena otvorenosti, vrednosti ξ_z naglo opadaju, da bi pri potpuno otvorenom zatvaraču ($n_o = 1{,}0$), koeficijent ξ_z i dalje zadržao neku malu vrednost, što je posledica prisustva zatvaračkog šahta.

Eksperimentalno je takođe utvrđena i zavisnost vrednosti koeficijenta kontrakcije isticajnog mlaza (C_A) kod obrnutog segmentnog zatvarača. Regresiona kriva ima



Slika 6.8: *Strujanje u glavnoj galeriji i u zatvaračkom šahtu pri podizanju segmentnog zatvarača; levo: na početku podizanja, u šahtu* (3) *se tek uspostavlja kružni tok, a dominantan uticaj na zatvarač* (2) *ima pritisak vode iz šahta; desno: u završnoj fazi podizanja zatvarača, u šahtu vlada vrtložno strujanje, a dominantan uticaj na zatvarač ima potisak vode iz galerije* (1) [96, 97].

oblik [97]:

$$C_A(n_o) = \begin{cases} 0{,}65 + 0{,}15\ \cos(\pi\, n_o/0{,}6) & \text{za} \quad 0 \le n_o \le 0{,}2 \\ 0{,}90 - 0{,}25\ \cos(\pi\, n_o/1{,}4 - 0{,}21\,\pi) & \text{za} \quad n_o > 0{,}2. \end{cases} \tag{6.6}$$

U proračunima je neophodno *unapred* odrediti funkciju $\xi_z(t)$. To se lako postiže kombinacijom usvojenog zakona otvaranja zatvarača $n_o(t)$ i funkcije $\xi_z(n_o)$ (6.5).

6.2.3 Računski algoritam

U trećem poglavlju je pokazano da se za rešavanje sistema običnih diferencijalnih jednačina može primeniti više numeričkih postupaka. Ne postoji način da se unapred izabere optimalna numerička metoda, jer se radi o rešavanju višeparametarskog problema sa ponavljanjem izračunavanja zadatih empirijskih funkcija. Mogućnosti su: implicitna Ojlerova metoda, metoda Runge-Kuta ili neka „prediktor-korektor" metoda [21, 77, 80].

Prednost implicitne Ojlerove metode je u lakom programiranju. Prednost metode Runge-Kuta je što ima mogućnost promenljivog računskog koraka u cilju povećanja tačnosti.

Prediktor-korektor metode konačnih razlika, često karakteriše duže trajanje proračuna, a ponekad i neophodnost uvođenja posebne procedure za startovanje proračuna. Međutim, prednost ove metode je u tome što ne zahteva brojno ponovljeno rešavanja algebarskih (empirijskih) funkcija prisutnih u sistemu razmatranih diferencijalnih jednačina.

6.2.3.1 Implicitna Ojlerova metoda

Rešava se početni problem definisan sistemom diferencijalnih jednačina (6.2), sa početnim uslovima kod punjenja komore: $V(0) = 0$ i $Z(0) = Z_{DV}$. Obeležavajući konstantne veličine:

$$\begin{aligned} C_0 &= \xi_s \\ C_1 &= 2A_g/\Omega_k \\ C_2 &= L/g \\ C_3 &= g/L = 1/C_2 \\ C_4 &= C_3\, Z_{GV} \\ C_5 &= C_3(C_0 + \xi_z)/2g \end{aligned} \tag{6.7}$$

osnovne jednačine dobijaju oblik:

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \underbrace{C_4 - C_3\, Z - C_5\, V^2}_{F(t,Z,V)}; \qquad \frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}t} = \underbrace{C_1\, V}_{G(t,V)}\ . \tag{6.8}$$

Implicitna Ojlerova metoda u ovom slučaju daje nove vrednosti:

$$V_{i+1} = V_i + \Delta t\, F(t_{i+1}, Z_{i+1}, V_{i+1}) \tag{6.9}$$

$$Z_{i+1} = Z_i + \Delta t\, G(t_{i+1}, V_{i+1}), \tag{6.10}$$

odnosno,

$$V_{i+1} = V_i + \Delta t\, (C_4 - C_3\, Z_{i+1} - C_5\, V_{i+1}^2) \tag{6.11}$$

$$Z_{i+1} = Z_i + \Delta t\, C_1\, V_{i+1} \tag{6.12}$$

Kombinacijom ovih jednačina dobija se kvadratna jednačina po nepoznatoj V_{i+1}:

$$A\, V_{i+1}^2 + B\, V_{i+1} + C = 0, \tag{6.13}$$

gde su koeficijenti:

$$\begin{aligned} A &= \Delta t\, C_5 \\ B &= 1 + \Delta t^2\, C_1\, C_3 \\ C &= \Delta t\, C_3\, Z_i - V_i - \Delta t\, C_4. \end{aligned} \tag{6.14}$$

Rešenje kvadratne jednačine (6.13) je [75]:

$$\begin{aligned} V_{i+1} &= \max\left\{V_{i+1}^{(1)},\ V_{i+1}^{(2)}\right\}; \qquad V_{i+1}^{(1)} = r/A; \qquad V_{i+1}^{(2)} = C/r; \\ r &= -\frac{1}{2}\left[B + \mathrm{sign}(B)\sqrt{B^2 - 4\,A\,C}\ \right]. \end{aligned} \tag{6.15}$$

Sledi: $Z_{i+1} = Z_i + \Delta t\, C_1\, V_{i+1}$.

■ **Primer 6.1.** Razmatra se punjenje prevodnice dimenzija 200/25/4 m, sa kotama gornje i donje vode 106, odnosno 100 mnm ($H_p = 6$ m). Sistem punjenja je simetrični podeoni, sa dve identične glavne galerije dužine 180 m, kvadratnog poprečnog preseka 3,18×3,18 m ($2A_g \approx 20{,}25$ m^2).

Vrednosti stalnih koeficijenta gubitka energije su: $\xi_{ul} = 0{,}2$; $\xi_{g1} = 0{,}1$; $\xi_{g2} = 1{,}0$; $\xi_{iz} = 0{,}6$ ($\xi_s = 1{,}9$). Razmatra se korišćenje tablastih zatavarača. Zakon podizanja je linearan sa trajanjem: $t_z = 120$ s. Lokalne gubitke na zatvaraču računati pomoću obrasca Belangea (Poglavlje 3). Definisati hidraulički režim punjenja.

Rešenje. Rezultati proračuna[1] (sa korakom: $\Delta t = 1$ s), dati su na Slici 6.9.

6.2.3.2 Metoda prediktor-korektor

Etapni, „prediktor-korektor" algoritmi zasnovani su na primeni različito formiranih konačnih razlika. U računskom postupku koji se ovde razmatra, predviđeno je da se u prvoj – prediktor etapi za dobijanje prognoziranih vrednosti nepoznatih $V(t)$ i $Z(t)$ u sistemu (6.2), koriste razlike *unazad*, a da se u drugoj – korektor etapi, dobijene vrednosti koriguju aproksimacijom inercijalnog člana *centralnim* razlikama.

Prediktor etapa. Diskretizacijom jednačine kontinuiteta u sistemu (6.2) pomoću razlika unazad, može se dobiti prognozirana kota nivoa u komori:

$$Z_i = Z_{i-1} + \frac{2A_g}{\Omega}\Delta t \left(\frac{V_{i-1} + V_i}{2}\right) \tag{6.16}$$

pri čemu je „i" oznaka *vremenskog* nivoa.

Ako se kota nivoa Z u dinamičkoj jednačini sistema (6.2) zameni jednačinom (6.16), a izvod po vremenu zameni razlikom unazad, dobija se najpre:

$$\frac{L}{g}\frac{V_i - V_{i-1}}{\Delta t} = Z_{GV} - Z_{i-1} - \frac{2A_g}{\Omega}\,\Delta t \left(\frac{V_{i-1} + V_i}{2}\right) - [\xi_s + (\xi_z)_i]\,\frac{V_i^2}{2g}, \tag{6.17}$$

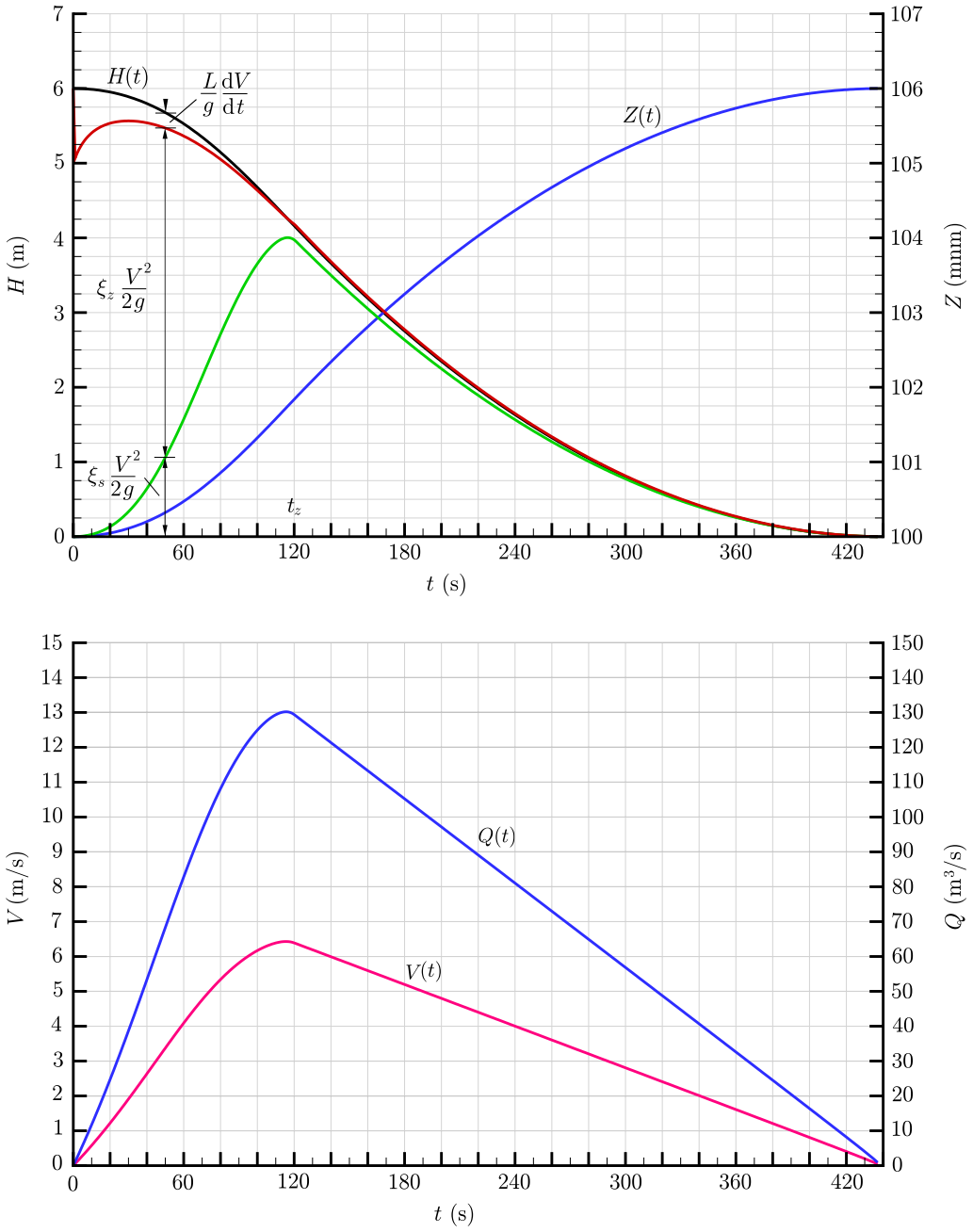
a zatim, nakon sređivanja, kvadratna jednačina po nepoznatoj brzini:

$$A\,V_i^2 + B\,V_i + C = 0. \tag{6.18}$$

Koeficijenti u izrazu (6.18) su:

$$\begin{aligned} A &= [\xi_s + (\xi_z)_i]/(2g) \\ B &= C_1 + C_2 \\ C &= (C_1 - C_2)\,V_{i-1} - Z_{GV} + Z_{i-1} \\ C_1 &= (2\,A_g/\Omega)\,(\Delta t/2) \\ C_2 &= L/(g\Delta t) \end{aligned} \tag{6.19}$$

[1] Softver CSI



Slika 6.9: *Primer* 6.1: *osnovne funkcije hidrauličkog režima punjenja komore.*

Rešenje kvadratne jednačine (6.18) može se napisati u obliku [75]:

$$\begin{aligned} V_i &= \max\left\{V_i^{(1)}, V_i^{(2)}\right\}; \qquad V_i^{(1)} = r/A; \qquad V_i^{(2)} = C/r; \\ r &= -\frac{1}{2}\left[B + \mathrm{sgn}(B)\sqrt{B^2 - 4\,A\,C}\,\right]. \end{aligned} \tag{6.20}$$

Na isti način se račun ponavlja za vremenski interval između tačaka i i $i+1$. Primenjujući ponovo razlike unazad, dobija se se diskretizovan izraz po Z_{i+1} (koji je analogan izrazu (6.16)), pa dinamička jednačina dobija oblik:

$$\frac{L}{g}\,\frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta t} = Z_{GV} - Z_i - \frac{2A_g}{\Omega}\,\Delta t\left(\frac{V_{i+1} + V_i}{2}\right) - \left[\xi_s + (\xi_z)_{i+1}\right]\frac{V_{i+1}^2}{2g}. \tag{6.21}$$

Njenim sređivanjem dolazi se do kvadratne jednačine po V_{i+1}, sa koeficijentima A, B, C koji su isti kao u prethodnom slučaju (6.19), s tom razlikom da se koristi odgovarajuća vrednosti koeficijenta lokalnog gubitka energije na zatvaraču $(\xi_z)_{i+1}$. Sračunata vrednost brzine V_{i+1} neophodna je za etapu korektor.

Korektor etapa. Diskretizovana dinamička jednačina u kojoj je izvod po vremenu zamenjen centralnom razlikom, ima oblik:

$$\frac{L}{g}\,\frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{2\Delta t} = Z_{GV} - Z_{i-1} - \frac{2A_g}{\Omega}\,\Delta t\left(\frac{V_{i-1} + V_i}{2}\right) - \left[\xi_s + (\xi_z)_i\right]\frac{V_i^2}{2g}. \tag{6.22}$$

Poboljšana vrednost V_i dobija se rešavanjem ove jednačine, dovedene na oblik (6.18), pri čemu su koeficijenti A, C_1, C_2 definisani izrazima (6.19), dok su preostali koeficijenti:

$$B = C_1; \;\; C = \frac{1}{2}\,C_2 V_{i+1} + (C_1 - \frac{1}{2}C_2)V_{i-1} - Z_{GV} + Z_{i-1}. \tag{6.23}$$

Poboljšana vrednost kote Z_i se dobija pomoću izraza (6.16), a zatim se računaju konačna denivelacija: $H_i = Z_{GV} - Z_i$ i protok, pomoću izraza za potopljeno isticanje: $Q_i = C_{Q,i}\,2A_g\sqrt{2g\,H_i}$. (Za pražnjenje komore, navedeni izrazi se prilagođavaju drugačijim početnim uslovima.) Za startovanje proračuna neophodno je zadati vrednosti konstantnih nivoa u prilaznim kanalima i početnog nivoa u komori prevodnice, kao i nulte (početne) vrednosti protoka i brzine. Proračun se obustavlja kada kota nivoa u komori dostigne kotu u prilaznom kanalu, a denivelacija postane približno jednaka nuli.

Numerička stabilnost opisanog algoritma se ovde neće razmatrati. Iskustvo pokazuje da je proračun stabilan za vremenske korake Δt manje od 10 s.

■ **Primer 6.2.** Ponoviti proračun iz Primera 6.1 koristeći „prediktor-korektor" metodu. Zatvarač je ovog puta obrnuti segmentni, a zakon podizanja je linearan sa trajanjem: $t_z = 120$ s. Odrediti trajanje punjenja komore, hidrograme, nivograme i raspored energetskih gubitaka. Analizirati dobijene rezultate.

Rešenje. Proračun je obavljen[2] sa korakom $\Delta t = 1$ s. Rezultati su prikazani na Slikama 6.10 i 6.11.

Prikazani dijagrami ukazuju na nekoliko bitnih karakteristika hidrauličkog režima punjenja komore. Trajanje punjenja iznosi 456 s (7,6 min). Najveći protok (137 m^3/s) i najveća brzina u galerijama (6,7 m/s) javljaju se kratkotrajno, u periodu dostizanja potpuno otvorenog zatvarača ($t = 120$ s).

Inercija pokrenutog vodenog stuba u galerijama najviše je izražena u početnoj fazi podizanja zatvarača, kada *usporava* punjenje (Slike 6.10 i 6.11). U trenutku potpunog otvaranja zatvarača, inercija menja znak i počinje da *ubrzava* proces punjenja, pri čemu je ubrzanje relativno malo. Nadalje, u periodu potpuno otvorenog zatvarača uticaj inercije sve više slabi, da bi pri kraju punjenja komore potpuno nestao.

Raspored energetskih gubitaka u trenutku $t = 60$ s, koji je prikazan na Slici 6.11, pokazuje da sumarni gubitak energije iznosi: $\sum \Delta E = 5{,}35$ m. U istom trenutku, vrednost inercijalnog člana je: $(L/g)\,\mathrm{d}V/\mathrm{d}t = 0{,}48$ m, a denivelacije: $H = 5{,}83$ m. Bilans iskazan dinamičkom jednačinom u sistemu (6.2) je zadovoljen:

$$\frac{L}{g}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = H - \sum \Delta E = 5{,}83 - 5{,}35 = 0{,}48 \text{ m}.$$

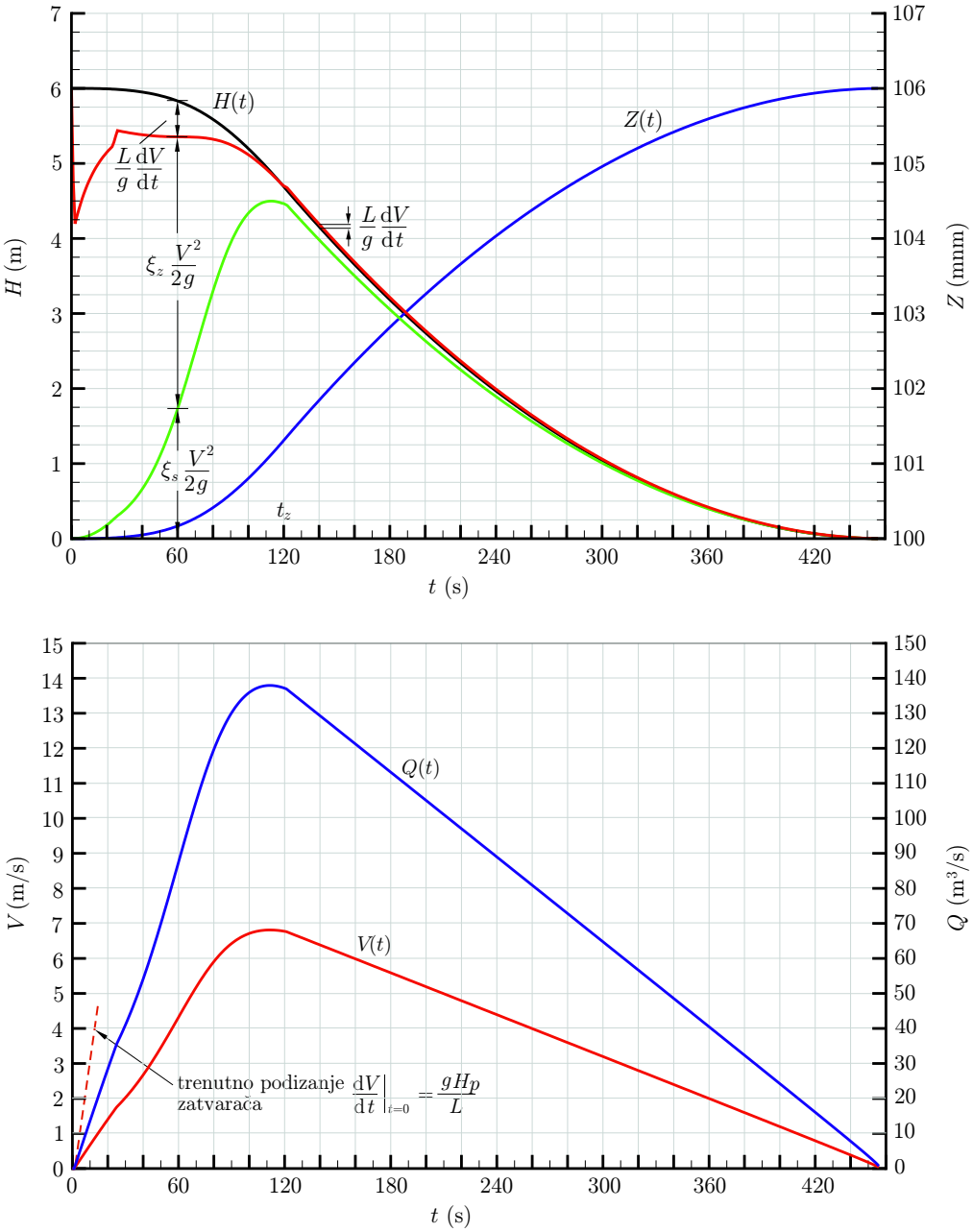
Na Slici 6.12 prikazan je uticaj tipa zatvarača na rezultate proračuna. Može se zaključiti da su u ovom slučaju rezultati skoro identični, osim u periodu pre pojave najvećih protoka i brzina, kada je odstupanje posledica različitih vrednosti koeficijenta kontrakcije. Bitno je to da tip zatvarača ne utiče značajno na maksimalne vrednosti protoka i brzine, kao ni na trajanje punjenja komore.

Imajući u vidu rezultate ilustrativnih primera, vidi se da je uprošćeni inercijalni model prihvatljiv za primenu u praksi, jer relativno dobro reprodukuje osnovne elemente hidrauličkog režima punjenja komore. Razume se, za analizu specifičnih hidrauličkih pojava (npr. vodnog udara usled podizanja zatvarača, vrtloženja u zatvaračkom šahtu, oscilovanja u komori itd.) moraju se koristiti složeniji modeli.

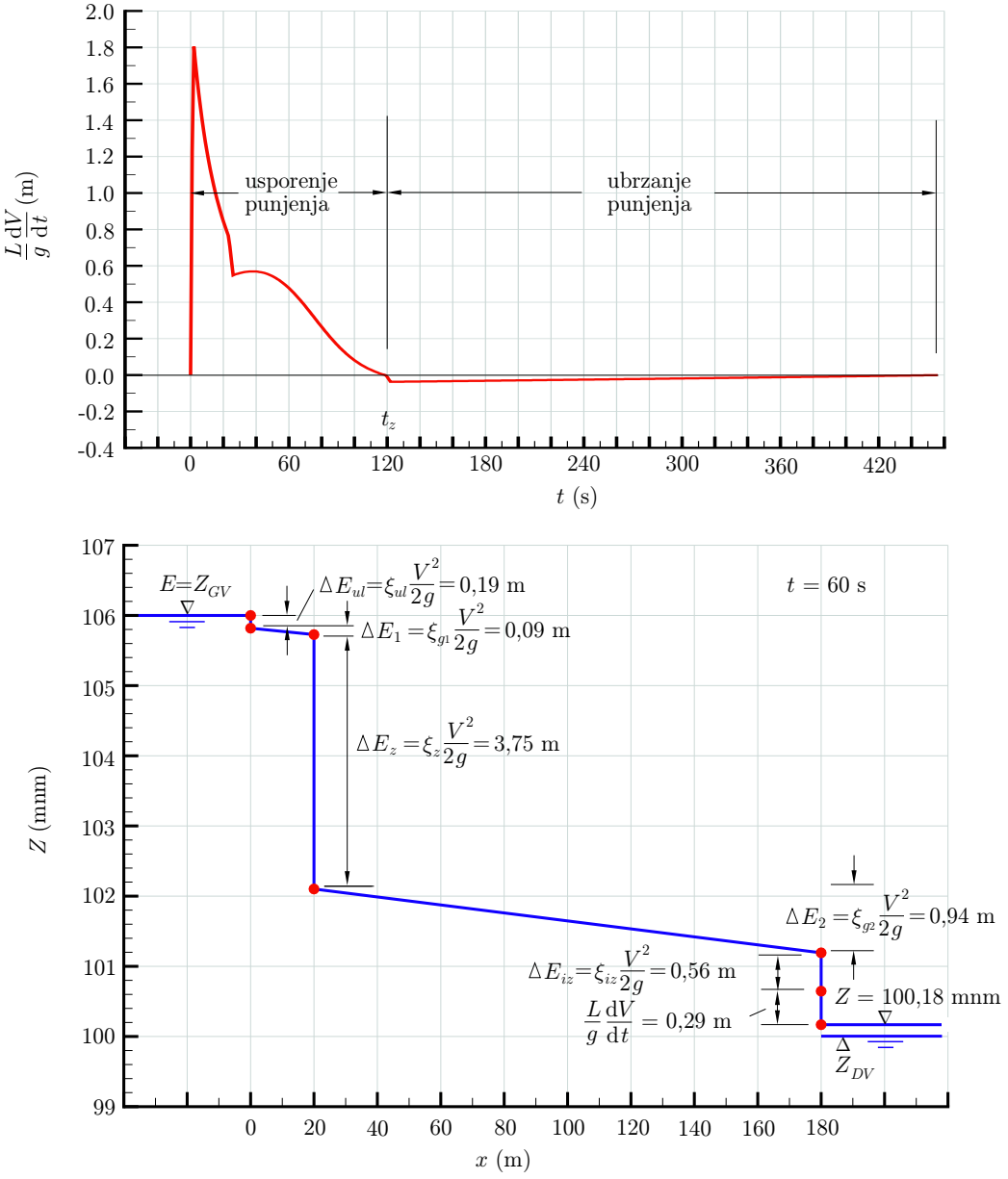
6.2.4 Hidraulička analiza punjenja komore

U nastavku će se pokazati kako opisani inercijalni model može korisno poslužiti za fizičko rasčlanjavanje procesa punjenja komore u tri faze. Prvu fazu predstavlja početni period u kome dominiraju uticaji zatvarača i inercije vodene mase u galerijama. Ovo je sa hidrauličkog stanovišta kritična faza, jer se usled velike denivelacije, javljaju maksimalna ubrzanja u sistemu. Posledica je neuravnoteženost protoka duž distributivnih galerija, što znači da se svi delovi komore ne pune ravnomerno. Zbog velikih brzina, u zoni zatvarača je prisutna opasnost od kavitacije (videti Poglavlje 9).

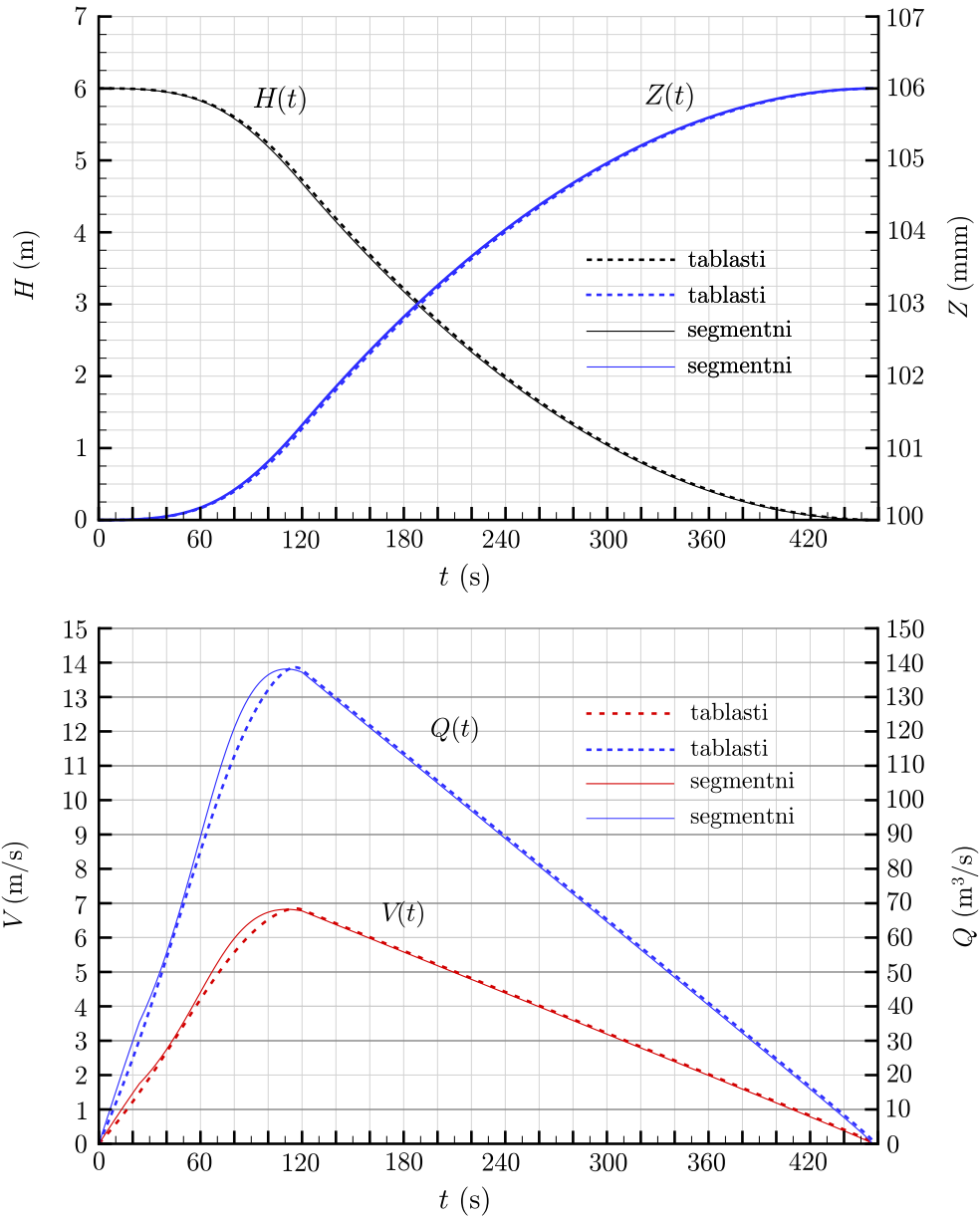
[2] Softver CSI



Slika 6.10: *Primer* 6.2: *osnovne fukcije hidrauličkog režima punjenja komore.*



Slika 6.11: *Primer* 6.2: *gore: veličina inercijalnog člana i njegov uticaj na brzinu procesa punjenja komore; dole: energetski gubici* ($t = 60$ s) .



Slika 6.12: *Primer* 6.2: *uticaj tipa zatvarača na rezultate proračuna.*

U drugoj fazi punjenja, intenzitet hidrauličkih promena je znatno manje izražen, tako da se može govoriti o periodu kvaziustaljenog punjenja komore. Protok i brzina u sistemu dostižu svoje najveće vrednosti. U trećoj, završnoj fazi, protok i brzina drastično opadaju, pa inercijalni uticaji slabe i na kraju nestaju. U nastavku se opisane faze punjenja komore detaljnije razmatraju uz pomoć rezultata proračuna iz Primera 6.2.

Početni period punjenja. Kao što je već rečeno, u ovom periodu su dominantni uticaji inercije i zatvarača, tako da se dinamička jednačina u sistemu (6.2) (u kojoj je $H(t) = Z_{GV} - Z(t)$), izostavljanjem konstantnih energetskih gubitaka, svodi na:

$$\frac{L}{g}\,\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} = H(t) - \xi_z(t)\frac{V^2(t)}{2g}. \tag{6.24}$$

Kod linearnog zakona podizanja zatvarača, koeficijent $\xi_z(t)$ je približno jednak[3]: $\xi_z = (t_z/t)^2$, tako da se punjenje prevodnice u *početnim trenucima* može opisati izrazom:

$$\frac{L}{g}\,\frac{\mathrm{d}V(t)}{\mathrm{d}t} = H_p - \left(\frac{t_z}{t}\right)^2 \frac{V^2(t)}{2g}. \tag{6.25}$$

Ova jednačina ima oblik Rikatijeve (Riccati) diferencijalne jednačine, ali iznalaženje njenog opšteg analitičkog rešenja može biti problematično, tako da će se dalja analiza bazirati na izostavljanju pojedinih članova u toj jednačini.

U slučaju *trenutnog* podizanja zatvarača ($t_z = 0$), ostaje samo uticaj inercije i dobija se *gornja granica ubrzanja* vodene mase u galerijama:

$$\left.\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0} = \frac{gH_p}{L}. \tag{6.26}$$

Kada se uzmu u obzir podaci iz Primera 6.2, ovako definisano početno ubrzanje iznosi 0,33 m/s^2 (nagib isprekidane tangente na dijagramu brzine, Slika 6.10). Ovaj rezultat pruža sliku o realnom upravljanju procesa prevođenja, jer sa usvojenim trajanjem podizanja zatvarača ($t_z = 120$ s), početno ubrzanje od oko 0,07 m/s^2 je daleko ispod navedene kritične vrednosti.

Dijagram na Slici 6.10 omogućava da se slikovito predstavi intenzitet pojedinih uticaja tokom punjenja komore. Može se videti da na početku punjenja komore dominiraju uticaji zatvarača i inercije. U prvih 20 s, vrednost inercijalnog člana $\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$ čini 10÷30% denivelacije. Kasnije, u trenutku $t = 60$ s, zastupljenost pojedinih članova u odnosu na denivelaciju iznosi: inercija 5%, lokalni gubitak na zatvaraču ($\xi_z V^2/(2g)$) 64%, ostali gubici energije ($\xi_s V^2/(2g)$) 31%.

[3] Ako se pretpostavi da je zatvarač tablasti i zanemari kontrakcija mlaza ($C_A = 1$), obrazac Belangea (3.6) ima oblik: $\xi_z \approx [(1 - n_o)/n_o]^2$. U početnom periodu je pri malom stepenu otvorenosti zatvarača $1 - n_o \approx 1$, pa je $\xi_z = (1/n_o)^2$, a kako je za linearni zakon $n_o = t/t_z$, sledi $\xi_z = (t_z/t)^2$ QED (Quod Erat Demonstrandum).

Prva faza punjenja u kojoj inercija *usporava* proces punjenja komore, postepeno jenjava kako se vreme bliži trenutku potpunog otvaranja zatvarača ($t_z = 120$ s). Tada uticaji inercije i zatvarača drastično opadaju i nestaju, a ostaju samo konstantni gubici energije $\xi_s V^2/(2g)$ (Slika 6.10).

Središnji period punjenja. Ovu fazu procesa karakterišu najveći protoci i brzine, kao i promena znaka inercijalnog člana, što ukazuje na to da inercija počinje da *ubrzava* proces punjenja. Međutim, kao što pokazuje dijagram na Slici 6.10, veličina inercijalnog člana je tako mala da se u ovom periodu punjenje komore može smatrati *neinercijalnim procesom.*

Izostavljanje uticaja inercije i zatvarača, a zadržavanje samo konstantnih gubitaka energije, daje mogućnost da se grubo prognozira trajanje punjenja komore. Naime, u periodu maksimalnog protoka je: $C_Q = 1/\sqrt{\xi_s} = \text{const}$, pa je protok:

$$Q = 2\,A_g\sqrt{2\,g\,H/\xi_s}, \tag{6.27}$$

a jednačina kontinuiteta dobija oblik:

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} = -\frac{Q}{\Omega} = -\frac{2A_g}{\Omega}\sqrt{2g\,H/\xi_s}\,. \tag{6.28}$$

Odavde se dobija: $\mathrm{d}t = -\,C\,\mathrm{d}H/\sqrt{H}$, gde je konstanta $C = (\Omega\,\sqrt{\xi_s/2\,g})/(2\,A_g)$. Integracijom:

$$\int_0^T \mathrm{d}t = -\,C\int_{H_p}^0 \frac{\mathrm{d}H}{\sqrt{H}} \tag{6.29}$$

dolazi se do izraza za trajanje punjenja komore:

$$T = 2\,C\sqrt{H_p} = \frac{\Omega}{2\,A_g}\sqrt{\frac{2\,\xi_s\,H_p}{g}}. \tag{6.30}$$

Ako se u ovaj izraz uvrste podaci iz Primera 6.2, dolazi se do trajanja punjenja $T = 380$ s, koje je kraće od onog koje daje numeričko rešenje (450 s). Relativno odstupanje od 18% je posledica činjenice da numerički model obuhvata i periode kada inercija ubrzava i usporava proces punjenja. To navodi na zaključak da se izaz (6.30) može koristiti sa očekivanom greškom od oko 20%.

Završni period punjenja. U ovom periodu, uticaj inercije na strujanje u dovodnom sistemu je mali i ne utiče bitno na punjenje komore.

Interakcija inercijalnih uticaja. Prethodno je razmatrana inercija vodene mase u dugačkim galerijama podeonih sistema. Ali, može se postaviti pitanje šta je sa inercijom vodene mase u samoj komori?

Prevodnica se može posmatrati kao sistem sa dve komponente. Prvu komponentu čini vodena masa u dovodnim galerijama sa odgovarajućom inercijom, a drugu,

vodena masa u komori sa svojom inercijom. Ove vodene mase imaju različite zapremine i difuzione kapacitete. Veza između njih su zatvarači i ispusni otvori, koji, delujući poput „opruge" i „prigušivača", predstavljaju mehanizam za kontrolu prenosa impulsa (količine kretanja) iz jedne vodene mase u drugu.

Prethodno smo videli da se u početku punjenja komore, voda u galerijama opire naglom ubrzanju, što se manifestuje kao inercijalno kašnjenje u uspostavljanju željene brzine ispuštanja vode u komoru. Dakle, u ovom periodu inercija usporava proces punjenja.

Na spoju galerija i komore (kod ispusnih otvora) dolazi do razmene impulsa (količine kretanja), pri čemu inercija vodenog stuba u galerijama utiče na dodok u komoru i karakter strujanja u njoj (formiranje i razvoj mlazeva i vrtloga).

Voda koja pritiče potiskuje masu vode u komori, koja takođe ima svoju inerciju, tj. težnju da se odupre pokretanju iz stanja mirovanja ili da se odupre promeni brzine tokom punjenja komore. Rezultat interakcije inercije vodene mase u komori i impulsa dotoka iz galerija može biti izvesno oscilovanje nivoa i poremećaj strujanja u blizini otvora, kao i neravnomersnost pritiska duž komore. Za uravnoteženje rasporeda pritiska potrebno je izvesno vreme, koje zavisi od vremena potrebnog da se rasporedi prispela količina kretanja vode unutar komore.

Oscilovanje nivoa u komori se ponekad održava i nakon završetka njenog punjenja. To oscilovanje je (kao kod vodostana) prigušeno i traje sve dok se, pod uticajem trenja, postepeno ne ugasi. Ukratko, može se reći da se uticaj inercije vodenog tela u komori svodi na opstrukciju ubrzanja i akumuliranje dolaznog impulsa (količine kretanja).

Rezultat interakcije (sprege) dva različita inercijalna uticaja sastoji se u sledećem:

1. Vodeni stub u galerijama određuje početni impuls i raspored pijezometarskog pritiska u komori.
2. Vodeno telo u komori dinamički reaguje na dotok, prilagođavajući se pobudi (promenom nivoa vode i rasporeda pritiska), što opet, povratno utiče na dotok.

Ovako komplikovan hidraulički proces može se analizirati jedino pomoću složenih numeričkih modela koji istovremeno obuhvataju obe komponente sistema. Kada se za tečenje u komori koriste modeli linijskog neustaljenog tečenja (Poglavlje 4), inercijalni efekti se eksplicitno ne razmatraju. Polazi se od toga da su u normalnim eksploatacionim uslovima prevodnice, vrednosti Frudovog (Froude) broja (odnosa inercijalne sile i sile težine) veoma male, tako da se uticaj inercije na vodenu masu u komori može zanemariti u odnosu na uticaj gravitacije.

Jasno je da intenzitet opisanih procesa direktno zavisi od brzine upuštanja vode u komoru.

Poglavlje 7

Složeni modeli podeonih sistema

Računski modeli koji omogućavaju proračun rasporeda brzine i protoka duž glavnih i sekundarnih galerija podeonog sistema, nazivaju se u ovoj knjizi „*složeni inercijalni modeli*". U ovom poglavlju se najpre daje detaljan prikaz izrade jednog od takvih modela, koji omogućava numeričku simulaciju neustaljenog strujanja u sistemu podužnih i poprečnih galerija. Zatim se ukratko opisuju još dva složena modela iz svetske prakse, sa ilustrativnim primerima njihove primene. Na kraju se objašnjavaju osnovni principi projektovanja tzv. „ekviinercijalnih" podeonih sistema.

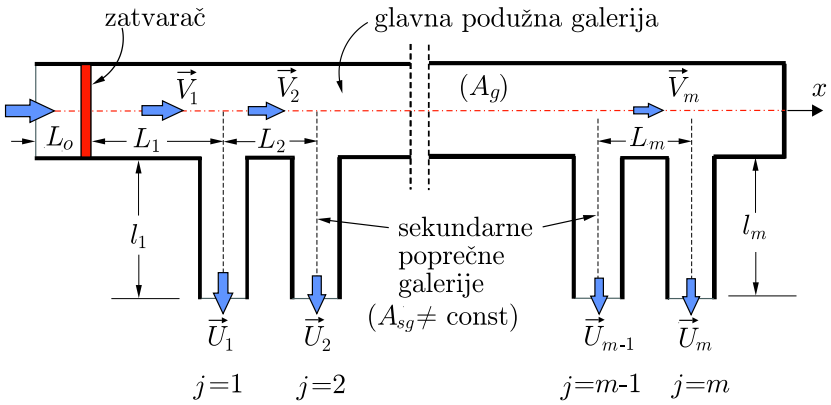
7.1 Modeliranje strujanja u galerijama

Razmatra se izrada numeričkog modela za standardni oblik složenog podeonog sistema, sa dve simetrične glavne (podužne) galerije, duž kojih se, pod 90°, odvaja niz sekundarnih (poprečnih) galerija sa otvorima. Numerička osnova ovog modela [13] treba da omogući da se on može lako prilagoditi i drugačijim konfiguracijama.

7.1.1 Osnovne jednačine

Na Slici 7.1 prikazana je shema polovine simetričnog podeonog sistema, koji se sastoji od glavne podužne galerije i m sekundarnih poprečnih galerija. Na uzvodnom kraju glavne galerije nalazi se zatvarač. Poprečni presek galerija može biti kružni ili pravougaoni. U modelu se pretpostavlja da je površina poprečnog preseka glavne podužne galerije (A_g) konstantna. Ukoliko to nije slučaj, umesto stvarne dužine segmenta glavne galerije sa promenljivim presekom $A(x)$ uvodi se računska – *ekvivalentna dužina* sa konstantnim presekom A_g. Na primer, ako se podužna galerija izdeli na segmente, kao što je prikazano na Slici 7.1 i ako segment između sekundarnih galerija 1 i 2 ima promenljiv poprečni presek, ekvivalentna dužina ovog segmenta L_2, dobiće se iz uslova jednakosti zapremina:

$$L_2\, A_g = \int_{x_1}^{x_2} A(x)\, \mathrm{d}x. \tag{7.1}$$



Slika 7.1: *Shematski prikaz polovine podeonog sistema, sa oznakama koje se koriste u računskom modelu.*

Podsetimo se da inercijalni članovi u dinamičkim jednačinama predstavljaju inercijalnu silu po jedinici težine fluida i da imaju opšti oblik $(L/g)\,\mathrm{d}V/\mathrm{d}t$. Kako je broj dinamičkih jednačina jednak broju segmenata, u računu će svaki segment glavne galerije imati „svoj" inercijalni član. Na primer, prema skici na Slici 7.1, inercijalni članovi nosiće oznake:

$$\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t},\quad \frac{L_2}{g}\frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t},\quad \dots\quad \frac{L_m}{g}\frac{\mathrm{d}V_m}{\mathrm{d}t},$$

gde su: L_1, $L_2, \dots$ stvarne ili ekvivalentne dužine računskih segmenata.

Sekundarne galerije su po pravilu konstantnog poprečnog preseka, s tim da površine poprečnog preseka pojedinih galerija A_{sg} , kao i njihove dužine, mogu biti različite.

Za sistem na Slici 7.1 se može napisati onoliko dinamičkih jednačina koliko je mogućih putanja fluidnih delića od uzvodnog prilaznog kanala do komore, a to znači da je ukupno m takvih jednačina:

j=1:

$$\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}+\frac{l_1}{g}\frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t}+\left[\xi_{ul}+\xi_z+(\xi_t)_1+(\xi_{31})_1\right]\frac{V_1^2}{2g}+(\xi_{sg})_1\frac{U_1^2}{2g}-H=0 \quad (7.2)$$

j=2:

$$\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}+\frac{L_2}{g}\frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t}+\frac{l_2}{g}\frac{\mathrm{d}U_2}{\mathrm{d}t}+\left[\xi_{ul}+\xi_z+(\xi_t)_1+(\xi_{32})_1\right]\frac{V_1^2}{2g}+$$
$$+\left[(\xi_t)_2+(\xi_{31})_2\right]\frac{V_2^2}{2g}+(\xi_{sg})_2\frac{U_2^2}{2g}-H=0 \quad (7.3)$$

$\vdots$

itd.

Opšti oblik dinamičkih jednačina je:

$$\sum_{i=1}^{j} \frac{L_i}{g}\frac{\mathrm{d}V_i}{\mathrm{d}t} + \frac{l_j}{g}\frac{\mathrm{d}U_j}{\mathrm{d}t} + (\xi_{ul}+\xi_z)\frac{V_1^2}{2g} + \sum_{i=1}^{j}(\xi_t)_i\frac{V_i^2}{2g} + \sum_{i=1}^{j-1}(\xi_{32})_i\frac{V_i^2}{2g} + (\xi_{31})_j\frac{V_j^2}{2g} + (\xi_{sg})_j\frac{U_j^2}{2g} - H = 0 \qquad (j=1,2,3,\ldots,m) \tag{7.4}$$

U jednačinama se koriste ove oznake: $V(t)$ – brzina u primarnoj (podužnoj) galeriji; $U(t)$ – brzina u sekundarnoj (poprečnoj) galeriji; $H(t)$ – denivelacija; L – dužina glavne galerije uzvodno od račve; l – dužina sekundarne galerije; ξ_{ul} – koeficijent lokalnog gubitka energije na ulazu, $\xi_t = \lambda\, L/D_g$ – koeficijent trenja, ξ_{31} – koeficijent lokalnog gubitka na račvi, na prelazu iz glavne u sekundarnu galeriju; ξ_{32} – koeficijent lokalnog gubitka na račvi, u glavnoj galeriji[1]; ξ_{sg} – sumarni koeficijent svih gubitaka, linijskih i lokalnih, u sekundarnoj galeriji.

Navedenim jednačinama se pridružuje m jednačina kontinuiteta koje opisuju usputnu promenu protoka $Q(t)$ u glavnoj galeriji, odnosno definišu protok $q(t)$ u sekundarnim galerijama:

$$q_j = Q_j - Q_{j+1} \qquad (j=1,2,\ldots,m-1) \tag{7.5}$$

$$q_m = Q_m. \tag{7.6}$$

Jednačine kontinuiteta se dalje mogu formulisati preko odgovarajućih brzina:

$$\begin{aligned} U_j &= (V_j - V_{j+1})/\omega_j \qquad (j=1,2,\ldots,m-1) \\ U_m &= V_m/\omega_m \end{aligned} \tag{7.7}$$

gde je: $\omega = A_{sg}/A_g$ – odnos površine preseka sekundarne i glavne galerije.

Sistem se zatvara jednačinom kontinuiteta za komoru:

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} + \frac{2A_g}{\Omega}V_1 = 0 \tag{7.8}$$

gde je Ω – površina komore u osnovi.

Sistem diferencijalnih i algebarskih jednačina (7.4)–(7.8) sadrži $2\,m{+}1$ nepoznatih: $V_1, V_2, \ldots, V_m, U_1, U_2, \ldots, U_m$ i H. Početnim uslovima se zadaju njihove vrednosti u trenutku $t{=}0$.

[1] Značenje koeficijenata ξ_{31} i ξ_{32} biće kasnije objašnjeno u tački 7.1.3.

Da bi se smanjio broj nepoznatih, izvršiće se transformacija sistema (7.4) na sledeći način. Prva jednačina ($j = 1$) ostaje nepromenjena. Nadalje, svaka jednačina za „j" zameniće se jednačinom koja nastaje oduzimanjem jednačina za „j" i „$j-1$":

$$\frac{L_j}{g}\frac{\mathrm{d}V_j}{\mathrm{d}t} + \frac{l_j}{g}\frac{\mathrm{d}U_j}{\mathrm{d}t} - \frac{l_{j-1}}{g}\frac{\mathrm{d}U_{j-1}}{\mathrm{d}t} + \left[(\xi_{32})_{j-1} - (\xi_{31})_{j-1}\right]\frac{V_{j-1}^2}{2g} + \\ + (\xi_{sg})_j\frac{U_j^2}{2g} - (\xi_{sg})_{j-1}\frac{U_{j-1}^2}{2g} = 0 \quad (j = 2, 3, \ldots, m). \tag{7.9}$$

Zatim se iz sistema (7.2) i (7.9) eliminišu brzine u sekundarnim galerijama U_j pomoću jednačina kontinuiteta (7.7). Rezultat ove transformacije je sistem u obliku:

$\underline{j = 1}$:

$$\left(L_1 + \frac{l_1}{\omega_1}\right)\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t} + \left(-\frac{l_1}{\omega_1}\right)\frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\left[\xi_{ul} + \xi_z + (\xi_t)_1 + (\xi_{31})_1\right]V_1^2 - \\ - \frac{(\xi_{sg})_1}{2\omega_1^2}(V_1 - V_2)^2 - g\,H = 0. \tag{7.10}$$

$\underline{j = 2, 3, \ldots, m-1}$:

$$\left(-\frac{l_{j-1}}{\omega_{j-1}}\right)\frac{\mathrm{d}V_{j-1}}{\mathrm{d}t} + \left(L_j + \frac{l_j}{\omega_j} + \frac{l_{j-1}}{\omega_{j-1}}\right)\frac{\mathrm{d}V_j}{\mathrm{d}t} + \left(-\frac{l_j}{\omega_j}\right)\frac{\mathrm{d}V_{j+1}}{\mathrm{d}t} = \\ - \frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_{j-1} - (\xi_{31})_{j-1}\right]V_{j-1}^2 - \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_j + (\xi_{31})_j\right]V_j^2 + \\ + \frac{(\xi_{sg})_{j-1}}{2\omega_{j-1}^2}(V_{j-1} - V_j)^2 - \frac{(\xi_{sg})_j}{2\omega_j^2}(V_j - V_{j+1})^2. \tag{7.11}$$

$\underline{j = m}$:

$$\left(-\frac{l_{m-1}}{\omega_{m-1}}\right)\frac{\mathrm{d}V_{m-1}}{\mathrm{d}t} + \left(L_m + \frac{l_m}{\omega_m} + \frac{l_{m-1}}{\omega_{m-1}}\right)\frac{\mathrm{d}V_m}{\mathrm{d}t} = \\ - \frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_{m-1} - (\xi_{31})_{m-1}\right]V_{m-1}^2 - \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_m + (\xi_{31})_m\right]V_m^2 + \\ + \frac{(\xi_{sg})_{m-1}}{2\omega_{m-1}^2}(V_{m-1} - V_m)^2 - \frac{(\xi_{sg})_m}{2\omega_m^2}V_m^2. \tag{7.12}$$

Sistem jednačina (7.10)–(7.12) zatvara jednačina kontinuiteta (7.8), tako da je ukupno $n = m + 1$ jednačina.

Složenost rešavanja navedenog sistema proizilazi iz nelinearnosti jednačina, jer u njima figurišu kvadrati nepoznatih brzina, a vrednosti koeficijenata lokalnih gubitaka na zatvaraču i na račvama takođe zavise od tih brzina. Problem se stoga mora rešavati iterativno, kao što će se kasnije pokazati.

■ **Primer 7.1.** Napisati izvorni i transformisani sistem jednačina za simetrični složeni podeoni sistem sa 4 sekundarne galerije po svakoj od glavnih galerija.

Rešenje:

$\underline{j=1}$:

$$\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}+\frac{l_1}{g}\frac{\mathrm{d}U_1}{\mathrm{d}t}+\left[\xi_{ul}+\xi_z+(\xi_t)_1+(\xi_{31})_1\right]\frac{V_1^2}{2g}+(\xi_{sg})_1\frac{U_1^2}{2g}-H=0. \quad (7.13)$$

$\underline{j=2}$:

$$\begin{aligned}\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}+\frac{L_2}{g}\frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t}+\frac{l_2}{g}\frac{\mathrm{d}U_2}{\mathrm{d}t}+\left[\xi_{ul}+\xi_z+(\xi_t)_1+(\xi_{32})_1\right]\frac{V_1^2}{2g}+\\ +\left[(\xi_t)_2+(\xi_{31})_2\right]\frac{V_2^2}{2g}+(\xi_{sg})_2\frac{U_2^2}{2g}-H=0.\end{aligned} \quad (7.14)$$

$\underline{j=3}$:

$$\begin{aligned}\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}+\frac{L_2}{g}\frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t}+\frac{L_3}{g}\frac{\mathrm{d}V_3}{\mathrm{d}t}+\frac{l_3}{g}\frac{\mathrm{d}U_3}{\mathrm{d}t}+\left[\xi_{ul}+\xi_z+(\xi_t)_1+(\xi_{32})_1\right]\frac{V_1^2}{2g}+\\ +\left[(\xi_t)_2+(\xi_{32})_2\right]\frac{V_2^2}{2g}+\left[(\xi_t)_3+(\xi_{31})_3\right]\frac{V_3^2}{2g}+(\xi_{sg})_3\frac{U_3^2}{2g}-H=0.\end{aligned} \quad (7.15)$$

$\underline{j=4}$:

$$\begin{aligned}\frac{L_1}{g}\frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t}+\frac{L_2}{g}\frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t}+\frac{L_3}{g}\frac{\mathrm{d}V_3}{\mathrm{d}t}+\frac{l_4}{g}\frac{\mathrm{d}U_4}{\mathrm{d}t}+\\ +\left[\xi_{ul}+\xi_z+(\xi_t)_1+(\xi_{32})_1\right]\frac{V_1^2}{2g}+\left[(\xi_t)_2+(\xi_{32})_2\right]\frac{V_2^2}{2g}+\\ +\left[(\xi_t)_3+(\xi_{32})_3\right]\frac{V_3^2}{2g}+\left[(\xi_t)_4+(\xi_{31})_4\right]\frac{V_4^2}{2g}+(\xi_{sg})_4\frac{U_4^2}{2g}-H=0.\end{aligned} \quad (7.16)$$

$$U_1 = (V_1 - V_2)/\omega_1 \tag{7.17}$$

$$U_2 = (V_2 - V_3)/\omega_2 \tag{7.18}$$

$$U_3 = (V_3 - V_4)/\omega_3 \tag{7.19}$$

$$U_4 = V_4/\omega_4. \tag{7.20}$$

Jednačina kontinuiteta:

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} + \frac{2A_g}{\Omega} V_1 = 0. \tag{7.21}$$

Nakon transformacije, ekvivalentni sistem je:

$\underline{j=1}$:

$$\left(L_1 \frac{l_1}{\omega_1}\right) \frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t} + \left(-\frac{l_1}{\omega_1}\right) \frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2}\left[\xi_{ul} + \xi_z + (\xi_t)_1 + (\xi_{31})_1\right] V_1^2 - \\ - \frac{(\xi_{sg})_1}{2\omega_1^2}(V_1 - V_2)^2 - gH = 0. \tag{7.22}$$

$\underline{j=2}$:

$$\left(-\frac{l_1}{\omega_1}\right) \frac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t} + \left(L_2 + \frac{l_2}{\omega_2} + \frac{l_1}{\omega_1}\right) \frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t} + \left(-\frac{l_2}{\omega_2}\right) \frac{\mathrm{d}V_3}{\mathrm{d}t} = \\ - \frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_1 - (\xi_{31})_1\right] V_1^2 - \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_2 + (\xi_{31})_2\right] V_2^2 + \\ + \frac{(\xi_{sg})_1}{2\omega_1^2}(V_1 - V_2)^2 - \frac{(\xi_{sg})_2}{2\omega_2^2}(V_2 - V_3)^2. \tag{7.23}$$

$\underline{j=3}$:

$$\left(-\frac{l_2}{\omega_2}\right) \frac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t} + \left(L_3 + \frac{l_3}{\omega_3} + \frac{l_2}{\omega_2}\right) \frac{\mathrm{d}V_3}{\mathrm{d}t} + \left(-\frac{l_3}{\omega_3}\right) \frac{\mathrm{d}V_4}{\mathrm{d}t} = \\ - \frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_2 - (\xi_{31})_2\right] V_2^2 - \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_3 + (\xi_{31})_3\right] V_3^2 + \\ + \frac{(\xi_{sg})_2}{2\omega_2^2}(V_2 - V_3)^2 - \frac{(\xi_{sg})_3}{2\omega_3^2}(V_3 - V_4)^2. \tag{7.24}$$

$\underline{j=4}$:

$$\left(-\frac{l_3}{\omega_3}\right) \frac{\mathrm{d}V_3}{\mathrm{d}t} + \left(L_4 + \frac{l_4}{\omega_4} + \frac{l_3}{\omega_3}\right) \frac{\mathrm{d}V_4}{\mathrm{d}t} = \\ - \frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_3 - (\xi_{31})_3\right] V_3^2 - \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_4 + (\xi_{31})_4\right] V_4^2 + \\ + \frac{(\xi_{sg})_3}{2\omega_3^2}(V_3 - V_4)^2 - \frac{(\xi_{sg})_4}{2\omega_4^2} V_4^2. \tag{7.25}$$

Sistem zatvara jednačina kontinuiteta (7.21).

7.1.2 Matrična formulacija problema

Sistem jednačina (7.10)–(7.12) i (7.8) može se napisati u matričnom obliku:

$$\boldsymbol{M}\,\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{K}(\boldsymbol{v})\cdot\boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}. \tag{7.26}$$

Oznake: $\boldsymbol{v}$=$[V_1, V_2, \ldots, V_n]$ – transponovani vektor nepoznatih (od kojih su V_1, $V_2, \ldots, V_m$ brzine po deonicama glavne galerije, a V_n denivelacija H); $\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ – vektor promene brzina po vremenu; $\boldsymbol{0}$ – nulti vektor; $\boldsymbol{M}$ – matrica koeficijenata uz izvode; $\boldsymbol{K}$ – matrica koeficijenata uz nepoznate.

Rešenje matrične jednačine (7.26) zahteva početne uslove $\boldsymbol{v}(t=0)$. Struktura navedenih vektora i matrica najbolje se može videti na sledećem primeru.

■ **Primer 7.2.** Definisati elemente vektora i matrica u jednačni (7.26) ako je broj nepoznatih $n = m + 1 = 5$ (4 sekundarne galerije).

Rešenje. Vektori imaju ovaj oblik (izostavljajući nulti vektor):

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ H \end{bmatrix} \qquad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} \dfrac{\mathrm{d}V_1}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}V_2}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}V_3}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}V_4}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}t} \end{bmatrix}. \tag{7.27}$$

Elementi matrice $\boldsymbol{M}$ su konstante. U konkretnom slučaju, ova matrica (koja se u mehanici čvrstih tala naziva „matrica mase") ima oblik:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} L_1 + \dfrac{l_1}{\omega_1} & -\dfrac{l_1}{\omega_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{l_1}{\omega_1} & L_2 + \dfrac{l_1}{\omega_1} + \dfrac{l_2}{\omega_2} & -\dfrac{l_2}{\omega_2} & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{l_2}{\omega_2} & L_3 + \dfrac{l_2}{\omega_2} + \dfrac{l_3}{\omega_3} & -\dfrac{l_3}{\omega_3} & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{l_3}{\omega_3} & L_4 + \dfrac{l_3}{\omega_3} + \dfrac{l_4}{\omega_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7.28}$$

Elementi matrice $\boldsymbol{K}$ su promenljivi jer zavise od nepoznatih: $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{v})$. To čini sistem običnih diferencijalnih jednačina (7.26) nelinearnim, što komplikuje način njihovog rešavanja. U konkretnom slučaju, za sistem od 4 sekundarne galerije, matrica $\boldsymbol{K}$ (u mehanici čvrstih tela „matrica krutosti") ima oblik (7.29).

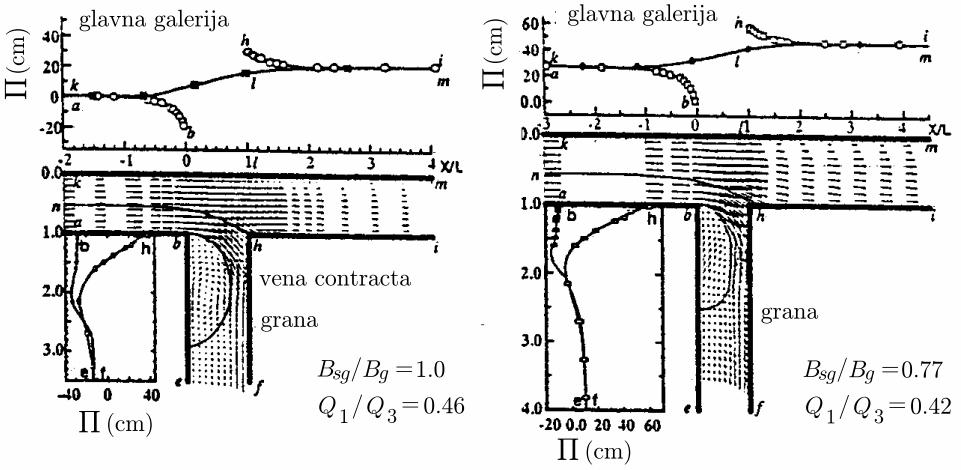
7.1.3 Linijski i lokalni gubici energije

Trenje. Kao što je i ranije navedeno, koeficijent linijskog gubitka energije u galerijama kružnog poprečnog preseka definisan je izrazom: $\xi_t = \lambda L/D_g$. Kod galerija pravougaonog poprečnog preseka, treba izvršiti zamenu: $D_g = 4\,R_g$, gde je R_g – odgovarajući hidraulički radijus. Vrednost koeficijenta trenja za beton može se smatrati konstantnom: $\lambda = 0,015 \div 0,02$ (videti Poglavlje 9).

Ulaz. U Poglavlju 3 je već navedena vrednost lokalnog gubitka na ulazu glavne galerije: $\xi_{ul} = 0{,}25 \div 0{,}50$, u zavisnosti da li je ulaz hidraulički oblikovan ili nije. Ovom gubitku se može pridodati i lokalni gubitak energije na rešetki.

Zatvarač. Vrednosti lokalnog gubitka energije na zatvaraču su prethodno definisane u zavisnosti od tipa zatvarača, pa se ovde neće ponavljati.

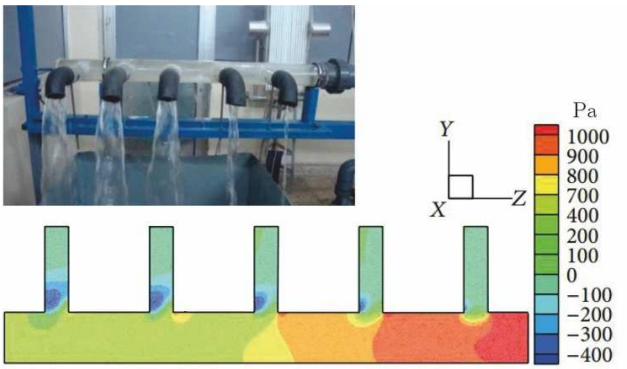
Račve. Definisanje lokalnih gubitaka energije na račvama – spojevima poprečnih sekundarnih galerija sa glavnom podužnom galerijom (Slike 7.2, 7.3, 7.4), predstavlja vrlo važan element u složenom modelu brodske prevodnice.



Slika 7.2: *Raspored brzine i pritiska u račvama pod* 90° *na provodnicima pod pritiskom, pravougaonog poprečnog preseka, dimenzija* 41,2 × 91,5 mm (*glavna cev*) *; brzine su merene pomoću laser-dopler uređaja* (LDV) *sa dvodimenzionim optičkim senzorom sa greškom merenja* < 1%*, a pritisci pomoću mernih traka raspoređenih duž zidova cevi, na najmanjem rastojanju od* 3 mm [81].

$$
\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix}
\frac{1}{2}\left[\xi_{ul} + \xi_z + (\xi_t)_1 + (\xi_{31})_1 - \frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}\right] V_1 + \frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2} V_2 & -\frac{1}{2}\frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2} V_2 & 0 & 0 & -g \\
\frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_1 - (\xi_{31})_1 - \frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}\right] V_1 + \frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2} V_2 & \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_2 + (\xi_{31})_2 - \frac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2} V_2 - \frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2} V_3\right] & \frac{1}{2}\frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2} V_3 & 0 & 0 \\
0 & \frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_2 - (\xi_{31})_2 - \frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}\right] V_2 + \frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2} V_3 & \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_3 + (\xi_{31})_3 \frac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2} + \frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}\right] V_3 - \frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2} V_4 & \frac{1}{2}\frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2} V_4 & 0 \\
0 & 0 & \frac{1}{2}\left[(\xi_{32})_3 - (\xi_{31})_3 - \frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}\right] V_3 + \frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2} V_4 & \frac{1}{2}\left[(\xi_t)_4 + (\xi_{31})_4 - \frac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2} + \frac{(\xi_{sg})_4}{\omega_4^2}\right] V_4 & 0 \\
\frac{2A_g}{\Omega} & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \tag{7.29}
$$

U literaturi [53] dat je prvi sintezni prikaz eksperimentalnih istraživanja u oblasti mehanike konvergentnih i divergentnih tokova – strujanja u cevima koje deluju kao sabirni, ili kao razvodni sistemi. Od tada je objavljeno mnoštvo radova iz ove oblasti. Oni sadrže rezultate merenja polja brzine i pritiska na mestima razdvajanja toka [81]. Postoje i pokušaji numeričke simulacije ovih tokova pomoću modela prostornog (3D) tečenja (Slika 7.3).

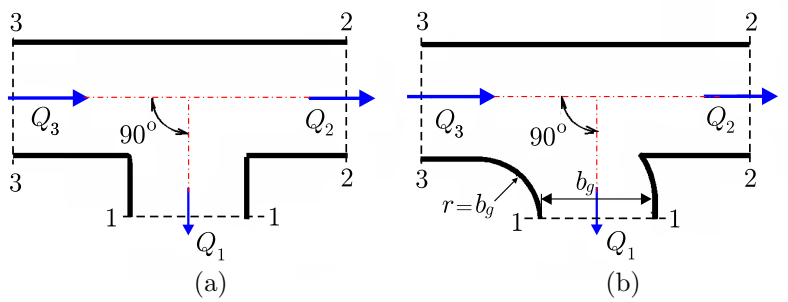


Slika 7.3: *Numerička simulacija polja pritiska na eksperimentalnom modelu razvodnog sistema cevi kružnog poprečnog preseka* (model FLUENT 3D) [26].

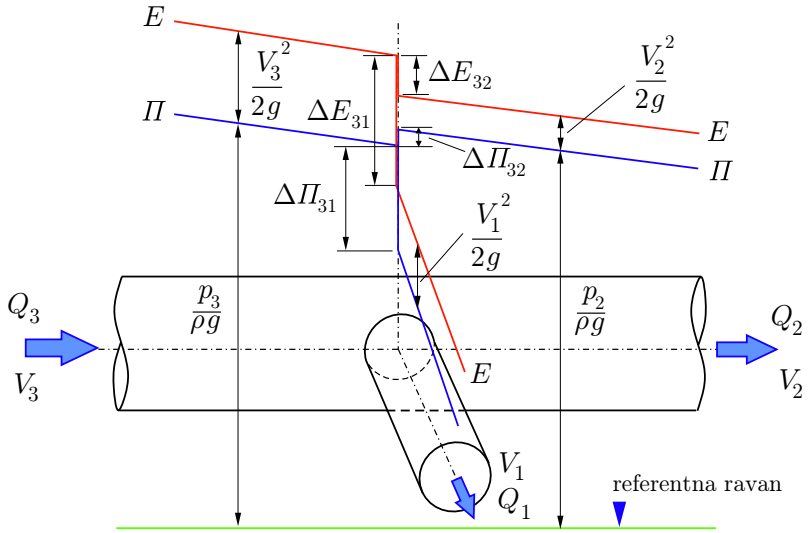
Ako se usvoji obeležavanje veličina na račvanju toka prema Slikama 7.4 i 7.5, koeficijenti lokalnog gubitka energije mogu se definisati na sledeći način:

$$\xi_{31} = \frac{E_3 - E_1}{\frac{V_3^2}{2g}}; \qquad \xi_{32} = \frac{E_3 - E_2}{\frac{V_3^2}{2g}}, \tag{7.30}$$

gde su E_1, E_2 i E_3 kote energije u posmatranim presecima, a V_3 – brzina u profilu uzvodno od posmatrane račve. Može se uočiti da se oba gubitka izražavaju u funkciji brzinske visine (kinetičke energije toka po jedinici težine) *uzvodnog* preseka.



Slika 7.4: *Račve na glavnoj (podužnoj) distributivnoj galeriji:* (a) – *kružni poprečni presek obe galerije;* (b) – *pravougaoni poprečni presek obe galerije sa hidraulički oblikovanim spojem.*



Slika 7.5: *Linije energije i pritiska na račvanju galerija*

Vrednosti koeficijenata ξ_{31} i ξ_{32} zavise od nekoliko faktora:

- oblika poprečnog preseka galerija (kružni, pravougaoni);
- odnosa površina poprečnog preseka sekundarne i primarne galerije (A_1/A_3);
- ugla pod kojim su spojenje galerije (ovde se razmatra isključivo ugao 90°);
- načina oblikovanja ulaza u sekundarnu galeriju (oštroivični, zaobljeni);
- trenutnog odnosa protoka u sekundarnoj i primarnoj galeriji (Q_1/Q_3).

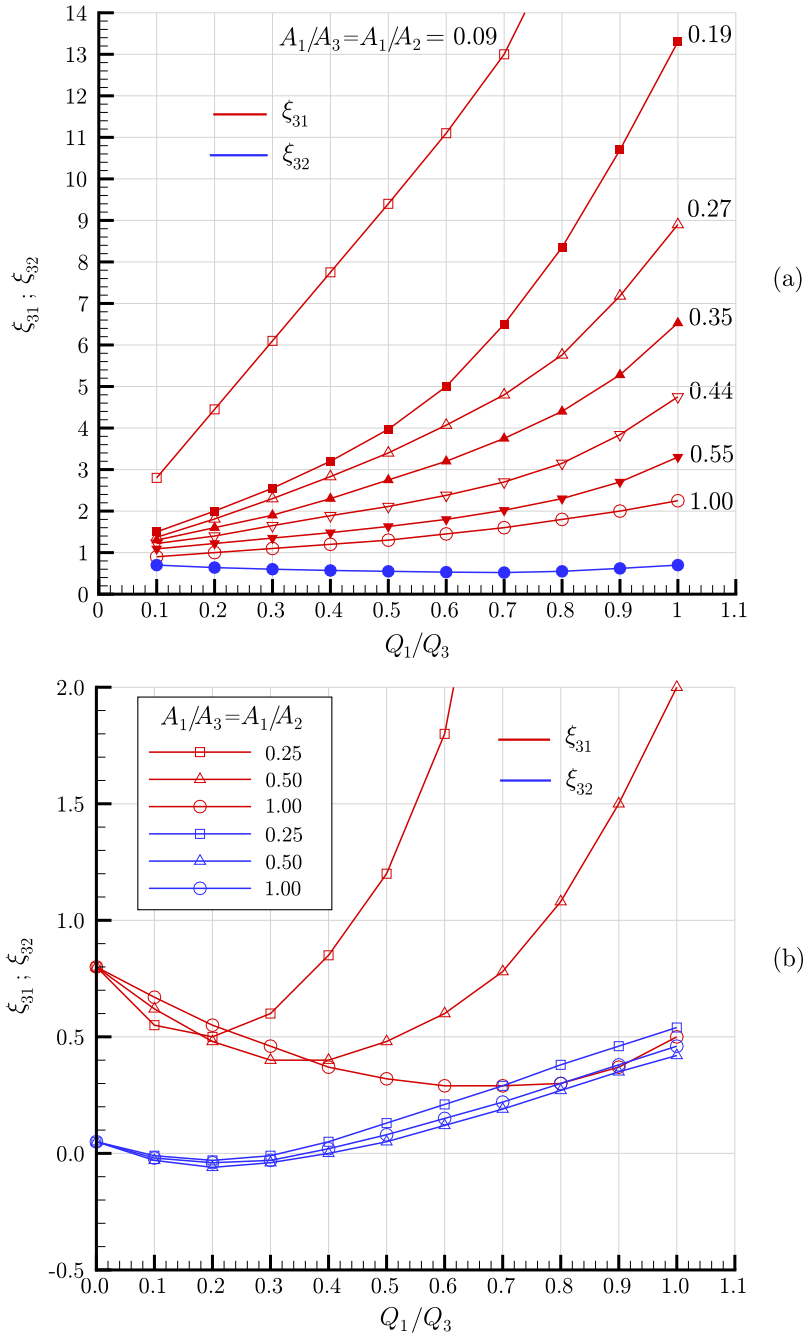
Dodatni empirijski podaci su dati u literaturi [32] i [58]. Na osnovu ovih podataka konstruisani su dijagrami na Slici 7.6. Prikazane su funkcije koeficijenata gubitaka energije na T-račvama za galerije kružnog i pravougaonog poprečnog preseka.

Tablične vrednosti ovih koeficijenata mogu se „ugraditi" u odgovarajući računski program[2] da bi se obavljala linearna i bilinearna interpolacija vrednosti ξ_{31} i ξ_{32} pri bilo kom trenutnom odnosu odnosu protoka Q_1/Q_3 (a za dati oblik poprečnog preseka glavnih i sekundarnih galerija i odnos površina tih preseka).

Napomena 1. Korišćenje vrednosti ξ_{31} i ξ_{32} u proračunima brodskih prevodnica zasnovano je na pretpostavci da te vrednosti, eksperimentalno utvrđene u ustaljenom režimu tečenja, važe i u neustaljenom režimu tečenja.

Napomena 2. Vrednosti ξ_{31} i ξ_{32} za jednu T-račvu, mogu se koristiti za niz T-račvi, samo ako je njihov razmak veći od 3 prečnika cevi, ili 3 širine galerije [58].

[2] Softver PSI



Slika 7.6: *Regresione funkcije koeficijenata gubitka energije na račvama galerija* (a) *kružnog i* (b) *pravougaonog poprečnog preseka* (prema [32]).

■ **Primer 7.3.** Odrediti vrednosti koeficijenata lokalnog gubitka ξ_{31} i ξ_{32}:

(a) kružni poprečni presek

A_1/A_3	0,30	0,40	0,50
Q_1/Q_3	0,45	0,65	0,85

(b) pravougaoni poprečni presek

A_1/A_3	0,30	0,40	0,55
Q_1/Q_3	0,45	0,50	0,75

Rešenje. Sve vrednosti koeficijenata određene su bilinearnom interpolacijom, osim vrednosti ξ_{32} za kružni presek, za koje je korišćena linearna interpolacija.

(a) kružni poprečni presek

ξ_{31}	2,89	2,96	2,95
ξ_{32}	0,56	0,52	0,58

(b) pravougaoni poprečni presek

ξ_{31}	0,91	0,77	0,87
ξ_{32}	0,08	0,08	0,23

7.1.4 Numeričko rešenje problema

Iako je rešavanje neustaljenih i nelinearnih problema u vezi sa numeričkim modelima prevodnica ranije već razmatrano, ovoj temi se sada ponovo posvećuje pažnja u kontekstu složenih modela koji zahtevaju matrični pristup i rešavanje *sistema* nelinearnih jednačina. Neka je problem definisan matričnom jednačinom:

$$\boldsymbol{M}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{K}(\boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{v} = \boldsymbol{f} \tag{7.31}$$

i neka u opštem slučaju vektor slobodnih članova $\boldsymbol{f}$ nije nulti vektor. Sistem diferencijalnih jednačina (7.31) se rešava sa početnim uslovom $\boldsymbol{v}(t = 0)$. Nelinearnost sistema proizilazi iz činjenice da elementi matrice $\boldsymbol{K}$ zavise od vektora nepoznatih $\boldsymbol{v}$ koji se tokom proračuna menja. Ranije smo videli da su elementi ovog vektora brzine po deonicama glavne galerije: $V_1, V_2, \ldots, V_m$ i denivelacija H.

Radi lakšeg objašnjenja, pretpostavimo najpre da je proces *ustaljen*: $\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t = \boldsymbol{0}$:

$$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{v} = \boldsymbol{f}. \tag{7.32}$$

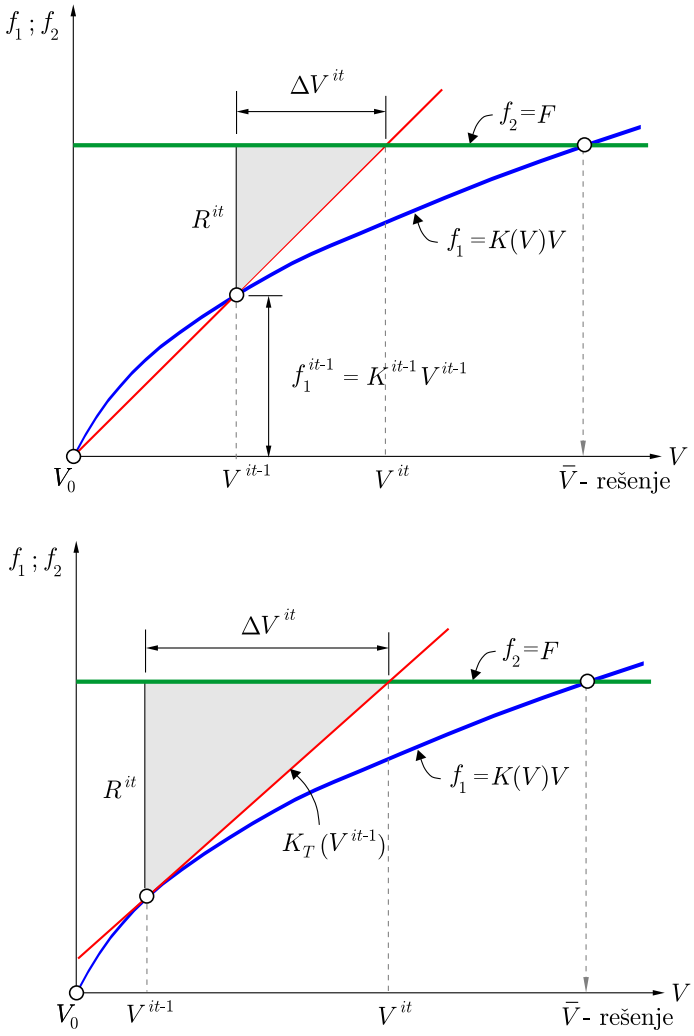
Za rešavanje matrične jednačine (7.32) standardno se koriste Metoda zamene ili Njutn-Rafsonova (Newton-Raphson) metoda [2, 75, 77].

Metoda zamene. Ova metoda, već opisana u prethodnom poglavlju, ovde se razmatra u kontekstu rešavanja matričnih jednačina i poređenja sa efikasnijom metodom Njutn-Rafsona. Ona se može grafički interpretirati jedino pomoću jednačine sa jednom nepoznatom V:

$$K(V) \cdot V = F, \tag{7.33}$$

čije se rešenje $\bar{V}$ nalazi u preseku funkcija $f_1 = K(V) \cdot V$ i $f_2 = F$, kao što je prikazano na Slici 7.7.

Do rešenja $\bar{V}$ se dolazi *iterativno*, počev od neke početne – pretpostavljene vrednosti V_0. Za poznatu vrednost V^{it-1}, gde „$it - 1$" označava broj prethodne iteracije,



Slika 7.7: *Grafička interpretacija iterativnog rešavanje nelinearne jednačine; gore: metoda zamene; dole: metoda Njutn-Rafson.*

može se sračunati nagib *sečice* $K(V^{it-1}) = K^{it-1}$. Vrednost funkcije f_1 u toj iteraciji je: $f_1^{it-1} = K^{it-1} \cdot V^{it-1}$. Iz Slike 7.7 se vidi da je u tekućoj iteraciji „*it*", greška ili „rezidual" (ostatak, ili dopuna do tačnog rešenja):

$$R^{it} = F - K^{it-1}\, V^{it-1}. \tag{7.34}$$

Iz sličnosti trouglova na Slici 7.7 proizilazi: $f_1^{it-1}/V_{it-1} = R^{it}/\Delta V_{it}$, gde je ΔV_{it} – inkrement ili „popravka" rešenja u tekućoj iteraciji. Ova popravka se dobija rešavanjem linearne jednačine:

$$K^{it-1}\, \Delta V^{it} = \underbrace{F - K^{it-1}\, V^{it-1}}_{R^{it}}, \tag{7.35}$$

pa sledi poboljšana vrednost zavisno promenljive u tekućoj iteraciji:

$$V^{it} = V^{it-1} + \Delta V^{it}. \tag{7.36}$$

Na brzinu iteracionog procesa se može uticati uvođenjem empirijskog faktora ω:

$$V^{it} = V^{it-1} + \omega\, \Delta V^{it}. \tag{7.37}$$

Reč je o faktoru *nadrelaksacije* ako je: $1 < \omega < 2$, a faktoru *podrelaksacije* ako je: $0 < \omega < 1$. U prvom slučaju se ubrzava konvergencija, a u drugom slučaju se ona usporava u cilju veće numeričke stabilnosti.

U višedimenzionim problemima, izraz (7.35) postaje *matrična* jednačina:

$$\boxed{\boldsymbol{K}^{it-1} \cdot \Delta \boldsymbol{v}^{it} = \underbrace{\boldsymbol{f} - \boldsymbol{K}^{it-1}\, \boldsymbol{v}^{it-1}}_{\boldsymbol{R}^{it}},} \tag{7.38}$$

što znači da se radi o *sistemu linearnih* algebarskih jednačina. One se rešavaju metodom Gausove (Gauss) eliminacije [77] po vektoru korekcija $\Delta \boldsymbol{v}^{it}$, da bi se došlo do vektora zavisno promenljivih u tekućoj iteraciji $\boldsymbol{v}^{it}$ na način kao što pokazuju skalarni izrazi (7.36), odnosno (7.37).

Kriterijum konvergencije iteracionog postupka je:

$$||\mathcal{N}|| < \varepsilon, \tag{7.39}$$

gde je ε - zadati mali broj, a norma:

$$||\mathcal{N}|| = \max \left| \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v}} \right| \quad \text{ili} \quad \max \sqrt{\frac{\Delta \boldsymbol{v}^2}{\boldsymbol{v}^2}}. \tag{7.40}$$

Metoda Njutn-Rafson. Kod ove metode, potrebno je da matrična jednačina (7.32) bude napisana u obliku:

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{v} - \boldsymbol{f} = \boldsymbol{0}, \tag{7.41}$$

gde vektor funkcija $\boldsymbol{\mathcal{F}}$ sadrži n komponentnih funkcija:

$$\mathcal{F}_i(V_1, V_2, \ldots, V_n) = 0. \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{7.42}$$

U blizini rešenja $\bar{\boldsymbol{v}}$, svaka funkcija $\mathcal{F}_i$ se može razviti u Tejlorov (Taylor) red:

$$\mathcal{F}_i(\bar{\boldsymbol{v}}) = \mathcal{F}_i(\boldsymbol{v}) + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial V_j} \Delta V_j + O(\Delta \bar{\boldsymbol{v}}^2) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{7.43}$$

Matrica parcijalnih izvoda u (7.43) je Jakobijan matrica:

$$\boldsymbol{J} = \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{F}}}{\partial \boldsymbol{v}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial V_1} & \dfrac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial V_2} & \cdots & \dfrac{\partial \mathcal{F}_1}{\partial V_n} \\ \dfrac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial V_1} & \dfrac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial V_2} & \cdots & \dfrac{\partial \mathcal{F}_2}{\partial V_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dfrac{\partial \mathcal{F}_n}{\partial V_1} & \dfrac{\partial \mathcal{F}_n}{\partial V_2} & \cdots & \dfrac{\partial \mathcal{F}_n}{\partial V_n} \end{bmatrix}, \tag{7.44}$$

pa se izraz (7.43) može iskazati u matričnom obliku:

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}(\bar{\boldsymbol{v}}) = \boldsymbol{\mathcal{F}}(\boldsymbol{v}) + \boldsymbol{J} \cdot \Delta \boldsymbol{v} + O(\Delta \bar{\boldsymbol{v}}^2). \tag{7.45}$$

Zanemarujući članove višeg reda (ostatak $O(\Delta \bar{\boldsymbol{v}}^2)$) i razmatrajući (7.45) u kontekstu iteracionog postupka:

$$\boldsymbol{0} = \boldsymbol{\mathcal{F}}(\boldsymbol{v}^{it-1}) + \boldsymbol{J}^{it-1} \cdot \Delta \boldsymbol{v}^{it}, \tag{7.46}$$

dolazi se do uobičajenog izraza za Njutn-Rafsonovu metodu:

$$\Delta \boldsymbol{v}^{it} = -\frac{\boldsymbol{\mathcal{F}}(\boldsymbol{v}^{it-1})}{\boldsymbol{J}^{it-1}} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v}^{it} = \boldsymbol{v}^{it-1} - \frac{\boldsymbol{\mathcal{F}}(\boldsymbol{v}^{it-1})}{\boldsymbol{J}^{it-1}}. \tag{7.47}$$

Međutim, ova formulacija je pogodna samo za jednu nelinearnu jednačinu sa jednom nepoznatom, a ne za sitem nelinearnih jednačina, gde se izbegava invertovanje Jakobijeve matrice. Tada je bolje koristiti tzv. „inkrementalnu" formulaciju:

$$\boxed{\boldsymbol{J}^{it-1} \cdot \Delta \boldsymbol{v}^{it} = -\boldsymbol{\mathcal{F}}(\boldsymbol{v}^{it-1}),} \tag{7.48}$$

sa rešavanjem sistema linearnih algebarskih jednačina po inkrementima $\Delta \boldsymbol{v}^{it}$. Sa poznatim vrednostima $\Delta \boldsymbol{v}^{it}$, korigovano rešenje u svakoj interaciji je:

$$\boldsymbol{v}^{it} = \boldsymbol{v}^{it-1} + \omega \cdot \Delta \boldsymbol{v}^{it}. \tag{7.49}$$

Kriterijum konvergencije je dat izrazima (7.39) i (7.40).

Objedinjavanje metoda. Osnovna jednačina (7.48) može se modifikovati tako da bude slična jednačini (7.35), čime bi se metode zamene i Njutn-Rafsona algoritamski povezale. To se postiže modifikacijom Jakobijeve matrice:

$$\boldsymbol{J} = \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{F}}}{\partial \boldsymbol{v}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{v}} \left(\boldsymbol{K}(\boldsymbol{v}) - \boldsymbol{f} \right) = \boldsymbol{K} + \frac{\partial \boldsymbol{K}}{\partial \boldsymbol{v}} \, \boldsymbol{v} = \boldsymbol{K}_T. \tag{7.50}$$

Matrica $\boldsymbol{K_T}$ se zove „*tangentna matrica*", a njeni elementi se računaju pomoću obrasca:

$$(\boldsymbol{K}_T)_{ij} = \boldsymbol{K}_{ij} + \sum_{\ell=1}^{n} \frac{\partial \boldsymbol{K}_{i\ell}}{\partial \boldsymbol{v}_j} \, \boldsymbol{v}_\ell, \tag{7.51}$$

gde su $i = 1, 2, \ldots, n$ i $j = 1, 2, \ldots, n$ indeksi redova i kolona matrice, a $\ell = 1, 2, \ldots, n$ je indeks sumiranja.

Uvođenje tangentne matrice omogućava da se izraz (7.48) dovede na oblik koji je sličan izrazu (7.38):

$$\boxed{\boldsymbol{K}_T^{it-1} \, \Delta \boldsymbol{v}^{it} = \underbrace{\boldsymbol{f} - \boldsymbol{K}^{it-1} \, \boldsymbol{v}^{it-1}}_{\boldsymbol{R}^{it}}.} \tag{7.52}$$

Tangentna matrica na levoj strani jednačine (7.52) definiše nagib tangentne ravni (odnosno prave u slučaju samo jedne jednačine, kao što je prikazano na Slici 7.7), a vektor na desnoj strani jednačine (7.52) predstavlja vektor ostatka, odnosno veličinu R_{it} na Slici 7.7 (donji dijagram).

Izrazi (7.38) i (7.52) pokazuju da su iteracioni izrazi metode zamene i metode Njutn-Rafson dovedeni na isti oblik, s tim što se u jednom slučaju koristi matrica $\boldsymbol{K}$, a u drugom slučaju, matrica $\boldsymbol{K}_T$. Ovakav pristup omogućava da se obe metode obuhvate istim algoritmom, a da se po želji koristi jedna, ili druga metoda.

Kod izrazito nelinearnih problema, tangentna matrica se mora računati u svakoj iteraciji. Kod umereno nelinearnih problema, proračun tangentne matrice se ne mora obavljati u svakoj iteraciji, već nakon određenog broja iteracionih koraka. U tom slučaju konvergencija je sporija, ali se štedi na vremenu proračuna i utrošku računarskih resursa.

■ **Primer 7.4.** Napisati izraze za elemente tangentne matrice u slučaju prevodnice sa 4 sekundarne galerije.

Rešenje. Imajući u vidu ranije definisane elemente k_{ij} matrice $\boldsymbol{K}(\boldsymbol{v})$, elementi $(k_T)_{ij}$ tangentne matrice $\mathbf{K}_T$ mogu se odrediti na osnovu (7.51). Rezultat je dat u Tabeli 7.1.

Tabela 7.1: *Primer* 7.4: *elementi tangentne matrice.*

$$
\begin{aligned}
(k_T)_{11} &= k_{11} + \tfrac{1}{2}\left[\xi_{ul} + \xi_z + (\xi_t)_1 + (\xi_{31})_1 - \tfrac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}\right] V_1 \\
(k_T)_{12} &= k_{12} + \tfrac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2} V_1 - \tfrac{1}{2} \tfrac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2} V_2 \\
(k_T)_{13} &= k_{13} \\
(k_T)_{14} &= k_{14} \\
(k_T)_{15} &= k_{15}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(k_T)_{21} &= k_{21} + \tfrac{1}{2}\left[(\xi_{32})_1 - (\xi_{31})_1 - \tfrac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2}\right] V_1 \\
(k_T)_{22} &= k_{22} + \tfrac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2} V_1 + \tfrac{1}{2}\left[(\xi_t)_2 + (\xi_{31})_2 - \tfrac{(\xi_{sg})_1}{\omega_1^2} + \tfrac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}\right] V_2 \\
(k_T)_{23} &= k_{23} - \tfrac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2} V_2 + \tfrac{1}{2} \tfrac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2} V_3 \\
(k_T)_{24} &= k_{24} \\
(k_T)_{25} &= k_{25}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(k_T)_{31} &= k_{31} \\
(k_T)_{32} &= k_{32} + \tfrac{1}{2}\left[(\xi_{32})_2 - (\xi_{31})_2 - \tfrac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2}\right] V_2 \\
(k_T)_{33} &= k_{33} + \tfrac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2} V_2 + \tfrac{1}{2}\left[(\xi_t)_3 + (\xi_{31})_3 - \tfrac{(\xi_{sg})_2}{\omega_2^2} + \tfrac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}\right] V_3 \\
(k_T)_{34} &= k_{34} - \tfrac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2} V_3 + \tfrac{1}{2} \tfrac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2} V_4 \\
(k_T)_{35} &= k_{35}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(k_T)_{41} &= k_{41} \\
(k_T)_{42} &= k_{42} \\
(k_T)_{43} &= k_{43} + \tfrac{1}{2}\left[(\xi_{32})_3 - (\xi_{31})_3 - \tfrac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2}\right] V_3 \\
(k_T)_{44} &= k_{44} + \tfrac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2} V_3 + \tfrac{1}{2}\left[(\xi_t)_4 + (\xi_{31})_4 - \tfrac{(\xi_{sg})_3}{\omega_3^2} + \tfrac{(\xi_{sg})_4}{\omega_4^2}\right] V_4 \\
(k_T)_{45} &= k_{45}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(k_T)_{51} &= k_{51} \\
(k_T)_{52} &= k_{52} \\
(k_T)_{53} &= k_{53} \\
(k_T)_{54} &= k_{54} \\
(k_T)_{55} &= k_{55}
\end{aligned}
$$

Neustaljeni nelinarni procesi. Razmotrimo najpre modeliranje *neustaljenog, linearanog* procesa, što znači da elementi matrice $\boldsymbol{K}$ u jednačini (7.31) ne zavise od promenljivih $\boldsymbol{v}$:

$$\boldsymbol{M}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} + \boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{v} = \boldsymbol{f}. \tag{7.53}$$

Ovu matričnu jednačinu treba rešiti uz odgovarajući početni uslov.

Ako se vremenski izvod u (7.53) zameni razlikom unapred:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \approx \frac{\boldsymbol{v}_{i+1} - \boldsymbol{v}_i}{\Delta t}, \tag{7.54}$$

gde je simboli „i" i „$i+1$" označavaju vremenske nivoe „t" i „$t+\Delta t$", dobija se:

$$\boldsymbol{M}\,(\boldsymbol{v}_{i+1} - \boldsymbol{v}_i) = \Delta t\,(\boldsymbol{f} - \boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{v}). \tag{7.55}$$

U zavisnosti od toga sa kojim vrednostima vektora $\boldsymbol{f}$ i $\boldsymbol{v}$ se izrazi desna strana jednačine (7.55), dobija se različiti karakter računskog postupka; ako se koriste vrednosti sa „poznatog" vremenskog nivoa „i" ($\boldsymbol{f}_i$ i $\boldsymbol{v}_i$), računska shema biće *eksplicitna* po vremenu, a ako se koriste vrednosti sa „nepoznatog" vremenskog nivoa "$i+1$"($\boldsymbol{f}_{i+1}$ i $\boldsymbol{v}_{i+1}$), shema će biti *implicitna*.

Uopštavanjem, vremenski nivo se može definisati u obliku: $t + \theta\Delta t$, u funkciji težinskog faktora $0 \leq \theta \leq 1$. Uvođenjem vektora:

$$\theta\,\boldsymbol{f}_{i+1} + (1-\theta)\,\boldsymbol{f}_i; \qquad \theta\,\boldsymbol{v}_{i+1} + (1-\theta)\,\boldsymbol{v}_i \tag{7.56}$$

u jednačinu (7.55), dobija se opšta algebarska jednačina neustaljenog linearnog problema:

$$(\boldsymbol{M} + \theta\,\Delta t\,\boldsymbol{K})\,\boldsymbol{v}_{i+1} = \boldsymbol{M}\,\boldsymbol{v}_i + \Delta t\left[\theta\,\boldsymbol{f}_{i+1} + (1-\theta)\,\boldsymbol{f}_i - (1-\theta)\,\boldsymbol{K}\,\boldsymbol{v}_i\right]. \tag{7.57}$$

U zavisnosti od vrednosti faktora θ, postoje sledeće mogućnosti:

(a) Eksplicitna Ojlerova (Euler) shema, θ=0:

$$\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{v}_{i+1} = (\boldsymbol{M} - \Delta t\cdot\boldsymbol{K}_i)\,\boldsymbol{v}_i + \Delta t\cdot\boldsymbol{f}_i. \tag{7.58}$$

(b) Poluimplicitna Krank-Nikolson (Crank-Nicolson) shema, θ=1/2:

$$\left(\boldsymbol{M} + \frac{\Delta t}{2}\,\boldsymbol{K}_{i,i+1}\right)\boldsymbol{v}_{i+1} = \left(\boldsymbol{M} - \frac{\Delta t}{2}\,\boldsymbol{K}_{i,i+1}\right)\boldsymbol{v}_i + \frac{\Delta t}{2}\,\left(\boldsymbol{f}_i + \boldsymbol{f}_{i+1}\right). \tag{7.59}$$

(c) Puna implicitna Ojlerova shema, θ=1:

$$(\boldsymbol{M} + \Delta t\,\boldsymbol{K}_{i+1})\,\boldsymbol{v}_{i+1} = \boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{v}_i + \Delta t\cdot\boldsymbol{f}_{i+1}. \tag{7.60}$$

Navedene sheme po vremenu (najčešće korišćene, ali ne i jedine), mogu se prikazati opštom matričnom jednačinom:

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{v}_{i+1} = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{v}_i + \boldsymbol{c}, \tag{7.61}$$

gde su matrice $\boldsymbol{A}$ i $\boldsymbol{B}$ rezultat kombinacije matrica $\boldsymbol{M}$ i $\boldsymbol{K}$ (Tabela 7.2).

Tabela 7.2: *Definicija matrica u nekim shemama vremenske diskretizacije.*

Shema \ Matrica	$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{c}$
Eksplicitna Ojlerova	$\boldsymbol{M}$	$\boldsymbol{M} - \Delta t\, \boldsymbol{K}_i$	$\Delta t\, \boldsymbol{f}_i$
Krank-Nikolsonova	$\boldsymbol{M} + \frac{\Delta t}{2}\, \boldsymbol{K}_{i,i+1}$	$\boldsymbol{M} - \frac{\Delta t}{2}\, \boldsymbol{K}_{i,i+1}$	$\frac{\Delta t}{2}\, (\boldsymbol{f}_i + \boldsymbol{f}_{i+1})$
Implicitna Ojlerova	$\boldsymbol{M} + \Delta t\, \boldsymbol{K}_{i+1}$	$\boldsymbol{M}$	$\Delta t\, \boldsymbol{f}_{i+1}$

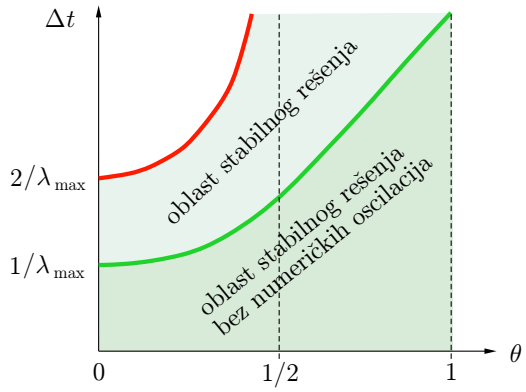
Eksplicitna shema ima ograničenje po vremenskom koraku [17]:

$$\Delta t \leq \frac{1}{\lambda_{\max}}, \tag{7.62}$$

gde je $\lambda_{\max}$ – najveća sopstvena vrednost pozitivno definitne matrice $\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K}$.

Poluimplicitna shema Krank-Nikolsona daje stabilno rešenje ako je (Slika 7.8):

$$\Delta t \leq \begin{cases} \dfrac{2}{(1-2\,\theta)\,\lambda_{\max}} \\ \dfrac{1}{(1-\theta)\,\lambda_{\max}} \end{cases} \tag{7.63}$$



Slika 7.8: *Stabilnost numeričkog rešenja* [17]; *eksplicitna Ojlerova shema:* $\theta = 0$*; poluimplicitna shema Krank-Nikolson:* $\theta = 1/2$*; implicitna Ojlerova shema:* $\theta = 1$.

Implicitna shema teorijski nema ograničenje vremenskog koraka.

Razmotrimo sada *neustaljeni, nelinearni* proces, koji je definisan polaznom jednačinom (7.31). Primeniće se implicitna metoda, koja ima prednost zbog slobode izbora veličine računskog koraka po vremenu. Problem je nelinearan, pa se matrična jednačina (7.60) rešava iterativno. Kako je: $\boldsymbol{v}_{i+1} = \boldsymbol{v}_{i+1}^{it-1} + \Delta\boldsymbol{v}_{i+1}^{it}$, jednačina (7.60) se može napisati u obliku:

$$\left(\boldsymbol{M} + \Delta t \cdot \boldsymbol{K}_{i+1}^{it-1}\right)\left(\boldsymbol{v}_{i+1}^{it-1} + \Delta\boldsymbol{v}_{i+1}^{it}\right) = \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{v}_i + \Delta t \cdot \boldsymbol{f}_{i+1}, \tag{7.64}$$

odnosno, nakon sređivanja:

$$\boldsymbol{A}_{i+1}^{it-1} \cdot \Delta\boldsymbol{v}_{i+1}^{it} = \boldsymbol{f}_{i+1}^{it-1}, \tag{7.65}$$

gde je:

$$\boldsymbol{f}_{i+1}^{it-1} = -\left(\boldsymbol{M} + \Delta t\ \boldsymbol{K}_{i+1}^{it-1}\right)\ \boldsymbol{v}_{i+1}^{it-1} + \boldsymbol{M}\ \boldsymbol{v}_i + \Delta t\ \boldsymbol{f}_{i+1}, \tag{7.66}$$

a matrica $\boldsymbol{A}_{i+1}^{it-1}$ se, u zavisnosti od izbora iterativne metode, različito definiše:

$$\boldsymbol{A}_{i+1}^{it-1} = \begin{cases} \boldsymbol{M} + \Delta t \cdot \boldsymbol{K}_{i+1}^{it-1} & \text{– metoda zamene} \\ \boldsymbol{M} + \Delta t \cdot \boldsymbol{K}_{T\,i+1}^{it-1} & \text{– metoda Njutn-Rafson.} \end{cases} \tag{7.67}$$

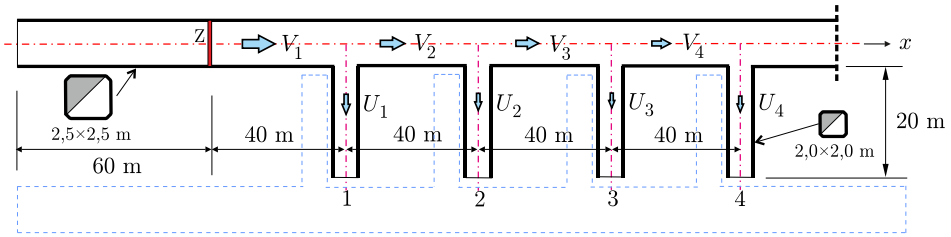
U nastavku je definisan računski algoritam[3].

1. Učitati matricu $\boldsymbol{M}$ i parametre proračuna: $\Delta t, \omega, \varepsilon, it_{\max}$.
2. Učitati početni uslov: $\boldsymbol{v}(t{=}0)$.
3. Ciklus po vremenu, $t = t + \Delta t$, $i = i + 1$:
   (a) Učitati vektor $\boldsymbol{f}_{i+1}$ (ako je različit od nultog vektora).
   (b) Pretpostaviti početnu vrednost rešenja, $it{=}0$: $\boldsymbol{v}_{i+1}^{o} = \boldsymbol{v}_i$.
   (c) Iteracioni ciklus, $it = it + 1$:
      i. ako je $it > it_{\max} \Rightarrow$ kraj "Premašen dozvoljen broj iteracija".
      ii. sračunati matrice $\boldsymbol{K}$ i $\boldsymbol{K}_T$ koje zavise od $\boldsymbol{v}_{i+1}^{it-1}$.
      iii. Obaviti operacije matričnog množenja, sabiranja i oduzimanja, neophodne da se osnovna jednačina (7.64) dovede na oblik (7.65).
      iv. Rešiti sistem linearnih algebarskih jednačina (7.65) Gausovom eliminacijom po vektoru korekcija $\Delta\boldsymbol{v}^{it}$.
      v. Korigovati vrednosti nepoznatih $\boldsymbol{v}_{i+1}^{it}$ shodno (7.49).
      vi. Sračunati normu pomoću izraza (7.40).
      vii. Proveriti konvergenciju rešenja; ako je $||\mathcal{N}|| < \varepsilon$, staviti $\boldsymbol{v}_i \Leftarrow \boldsymbol{v}_{i+1}$ i preći na sledeći vremenski nivo (korak 3); ako to nije slučaj, štampati (po potrebi) „međurezultate" i nastaviti iteracioni ciklus.

[3] Softver PSI

Ograničenja modela. Kada se razmatra hidraulički režim u celini, vidi se da je osnovno ograničenje opisanog modela u tome što on dobro definiše hidraulička svojstva distributivnog sistema i daje osnovne pokazatelje punjenja komore (trajanje, hidrogram, nivogram, brzina), ali ne opisuje neustaljeno strujanje u komori, jer to (zbog složene interakcije mlazeva) i nije moguće na nivou 1D modela. Međutim, ovaj model može korisno poslužiti za definisanje ulaznih hidrograma koji bi se koristili u višedimenzionim (2D i 3D) modelima strujanja u komori.

■ **Primer 7.5.** Razmatra se punjenje prevodnice visokog pritiska kojom se savlađuje denivelacija $H_p = 12$ m, pri čemu je kota gornje vode 112 mnm, a kota donje vode, 100 mnm. Dimenzije komore su: $L_k/B_k/H_k = 200/25/4$ m. Dimenzije plovila nosivosti $G_{pl} = 1200$ t su: $L_{pl}/B_{pl}/h_g = 70/12/2{,}5$ m. Zbog velike denivelacije, prevodnica je snabdevena podeonim sistemom punjenja, sa dve identične glavne (podužne) galerije i 4 identične sekundarne (poprečne) galerije (Slika 7.9).



Slika 7.9: *Primer* 7.5: *konfiguracija podeonog sistema za punjenje komore.*

Glavne galerije. Dužina galerije od ulaza do prve sekundarne galerije iznosi: $L_o + L_1 = 20 + 40 = 60$ m. Kako je razmak sekundarnih galerija: $L_2 = L_3 = L_4 = 40$ m, ukupna računska dužina glavne galerije iznosi: 60+3·40=180 m. Galerija je podeljena na 4 računske deonice, sa odgovarajućim brzinama V_1 do V_4 (Slika 7.9).

Poprečni presek glavne galerije je kvadratni $B_g \times H_g = 2{,}5{\times}2{,}5$ m ($A_g \equiv A_3 = 6{,}25$ m^2). Vrednost koeficijenta na ulazu iznosi $\xi_{ul} = 0{,}2$, a koeficijenta trenja $\lambda = 0{,}02$ (beton). Vrednosti koeficijenata lokalnog gubitka na T-račvama ξ_{32} određuju se na osnovu empirijskih podataka na Slici 7.6. Zatvarač je obrnuti segmentni.

Sekundarne galerije. Dužina sekundarnih galerija iznosi: $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 20$ m. Poprečni presek im je kvadratni $B_{sg} \times H_{sg} = 2{,}0{\times}2{,}0$ m ($A_{sg} \equiv A_1 = 4{,}0$ m^2; $\omega = A_{sg}/A_g \equiv A_1/A_3 = 0{,}64$). Sekundarne galerije su od betona ($\lambda = 0{,}02$). Vrednosti koeficijenta lokalnog gubitka na T-račvama ξ_{31} određuju se na osnovu podataka na Slici 7.6. Ukupna površina otvora na svakoj sekundarnog geleriji iznosi: $A_o = 10$ m^2. Obaviti hidraulički proračun punjenja ove prevodnice i komentarisati rezultate.

Rešenje. Računski parametri: (a) trajanje linearnog otvaranja zatvarača: $t_z = 600$ s (10 min); (b) računska shema: implicitna Ojlerova ($\theta = 1$) sa metodom zamene; (c) računski korak: $\Delta t = 10$ s; (d) zahtevana tačnost: $\varepsilon = 0{,}001$.

Dobijeni rezultati prikazani su na Slikama 7.10–7.13. Raspored brzine po segmentima glavne galerije na Slici 7.10 pokazuje usputno smanjenje brzine duž galerije, kao posledice odvajanja dela protoka ka sekundarnim galerijama.

Dijagram inercijalnih uticaja (na istoj slici) pokazuje da su ovi uticaji izraženi u glavnoj geleriji, te da su za red veličine veći od onih u sekundarnim galerijama. To opravdava da se pri poređenju inercijalnih uticaja sa ostalim uticajima (zatvarača, gubitaka u sistemu) može uzeti u obzir samo inercija u glavnim galerijama, a da se inercija u sekundarnim galerima u ovom slučaju može zanemariti.

Na Slikama 7.11 i 7.12 (gore) prikazan je raspored protoka po deonicama glavne galerija i po sekundarnim galerijama. Od posebnog interesa je protok na prvoj deonici glavne galerije Q_1 ne samo zato što je najveći, već i stoga što je vrednost $2\,Q_1$ – trenutni dotok u komoru tokom njenog punjenja.

Za ocenu stabilnosti plovila u komori važni su rezultati prikazani na Slici 7.12. To su: brzina promene dotoka – izvod $\mathrm{d}(2\,Q_1)/\mathrm{d}t$ i brzina promene nivoa/dubine u komori – izvod $\mathrm{d}h/\mathrm{d}t$. Maksimalna brzina podizanja nivoa u komori mora biti ispod prihvatljive granične vrednosti: $\mathrm{d}h/\mathrm{d}t < 1$ m/min [117].

Na Slici 7.13 prikazan je vremenski raspored denivelacije i dubine u komori, kao i kota nivoa u komori i u zatvaračkom šahtu. Može se primetiti da je uticaj inercije mali u odnosu na uticaje zatvarača i drugih gubitaka u sistemu, što je posledica relativno dugotrajnog otvaranja zatvarača ($t_z = 10$ min, oko 76% trajanja punjenja komore).

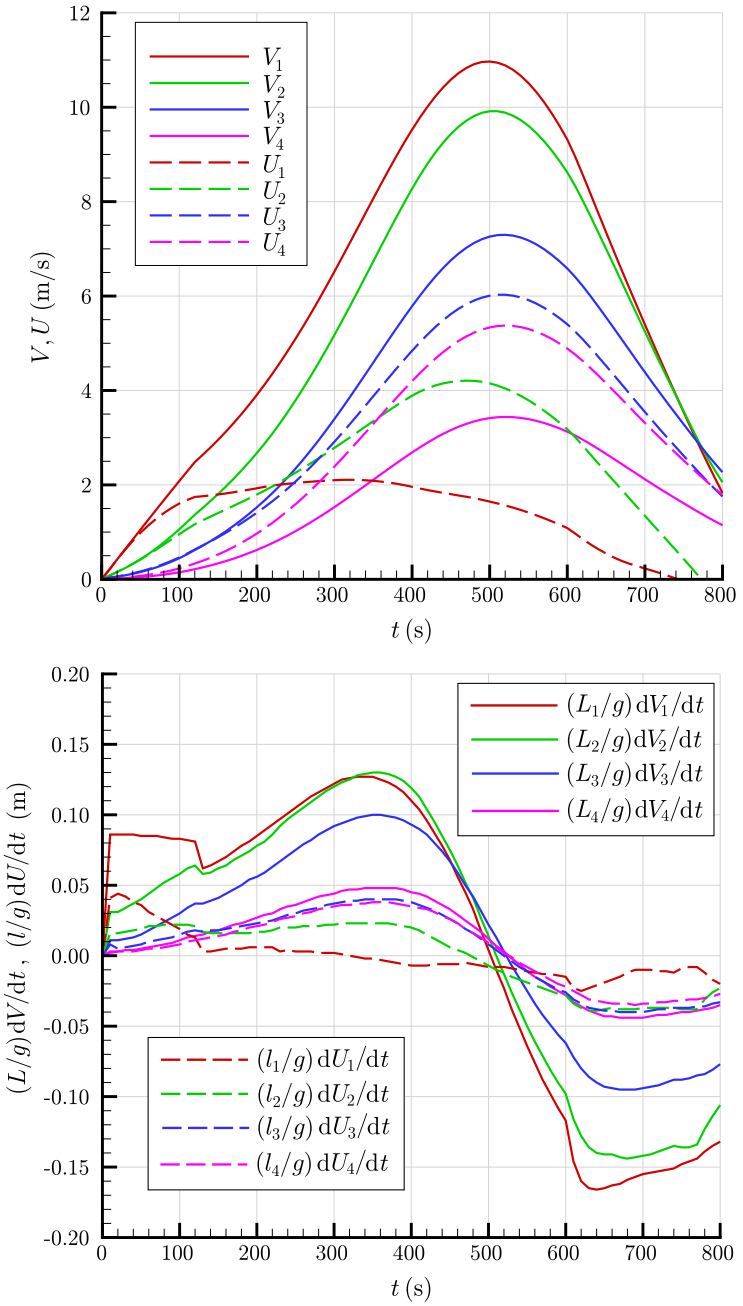
7.2 Postojeći softver

Primer prvi. Najpoznatiji sofverski alat za simulaciju hidraulički podeonih sistema, LOCKSIM, razvijen je u Americi[4] (TVA – Tennessee Valley Authority, Engineering Laboratory) [86]. Prevodnica je u programu predstavljena kao *mreža* čvorova i provodnika duž kojih se interpoluju računski profili. Zatvoreni provodnici su galerije, a otvoreni provodnik je sa slobodnom površinom – komora (Slika 7.14).

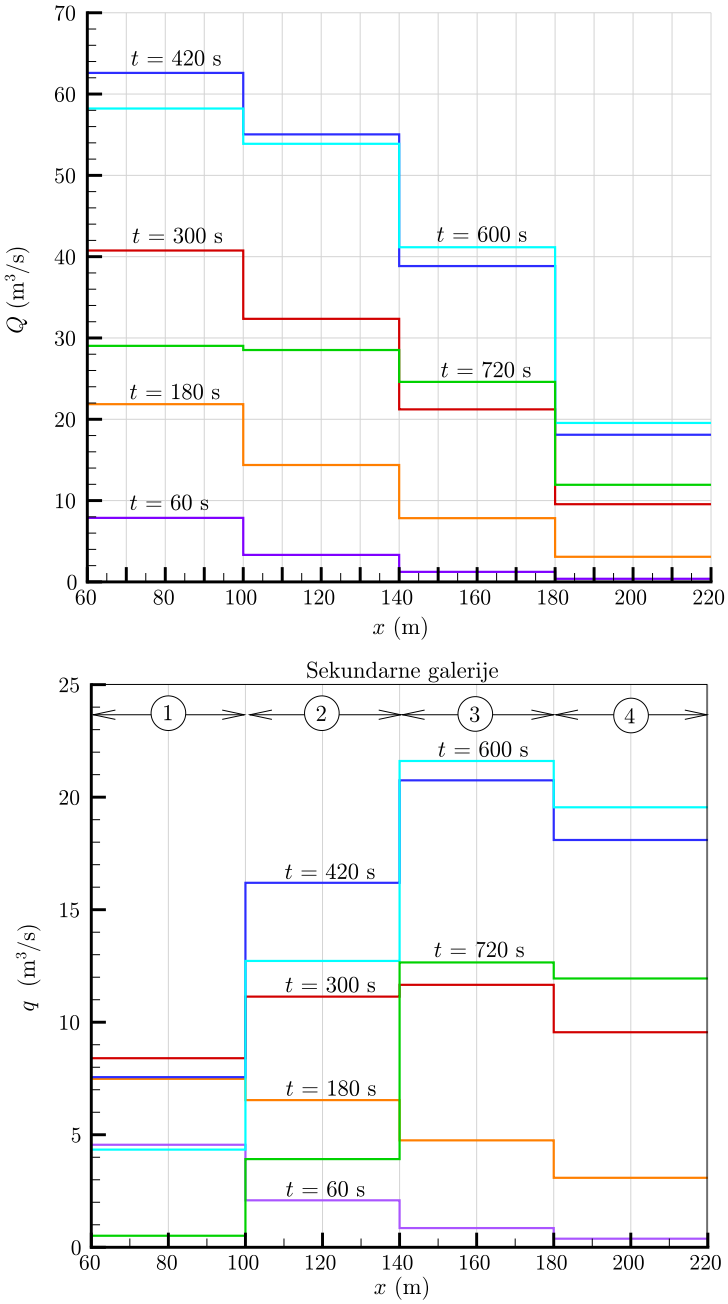
Svaka komponenta mreže je geometrijski i hidraulički definisana i za svaku se zadaju konturni (granični i početni uslovi). Modelom su obuhvaćeni praktično svi mogući tipovi račvanja i spajanja cevi. Ovako fleksibilna shematizacija omogućava razmatranje prevodnica sa podeonim sistemima najrazličitije konfiguracije (Slika 7.15), uključujući prilazne kanale i bazene za uštedu vode.

Numerički model je zasnovan na punim jednačinama linijskog neustaljenog tečenja. Za rešavanje ovih jednačina u dovodnim galerijama (gde je tečenje pod pritiskom) koristi se metoda karakteristika.

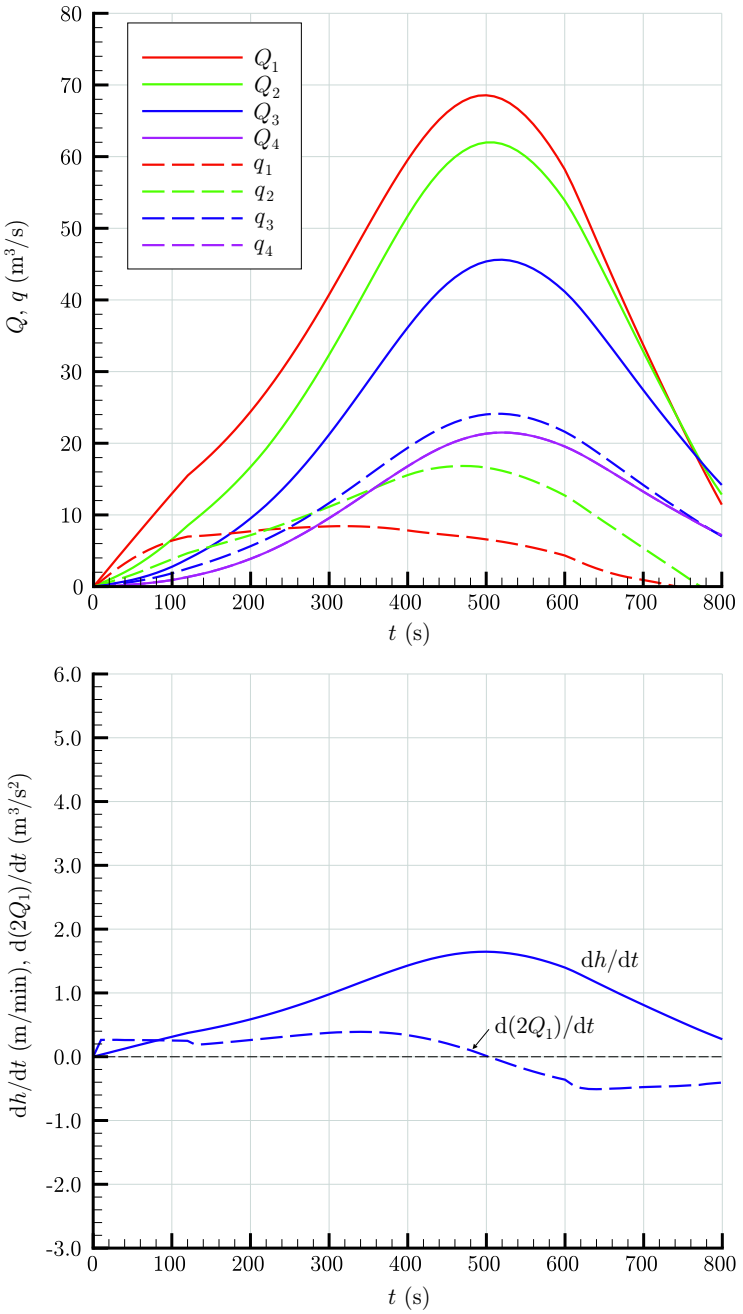
[4]Program, koji potiče is sredine 1980-ih (Gerald A. Schohl) prvobitno je bio namenjen za simulaciju vodnog udara u cevovodima. Nadograđen 1989. pod imenom TFSIM, poslužio je najpre za ispitivanje prelaznih režima u prevodnici Viler (Wheeler Main Lock), a od tada je korišćen za unapređenje rada mnogih postojećih prevodnica.



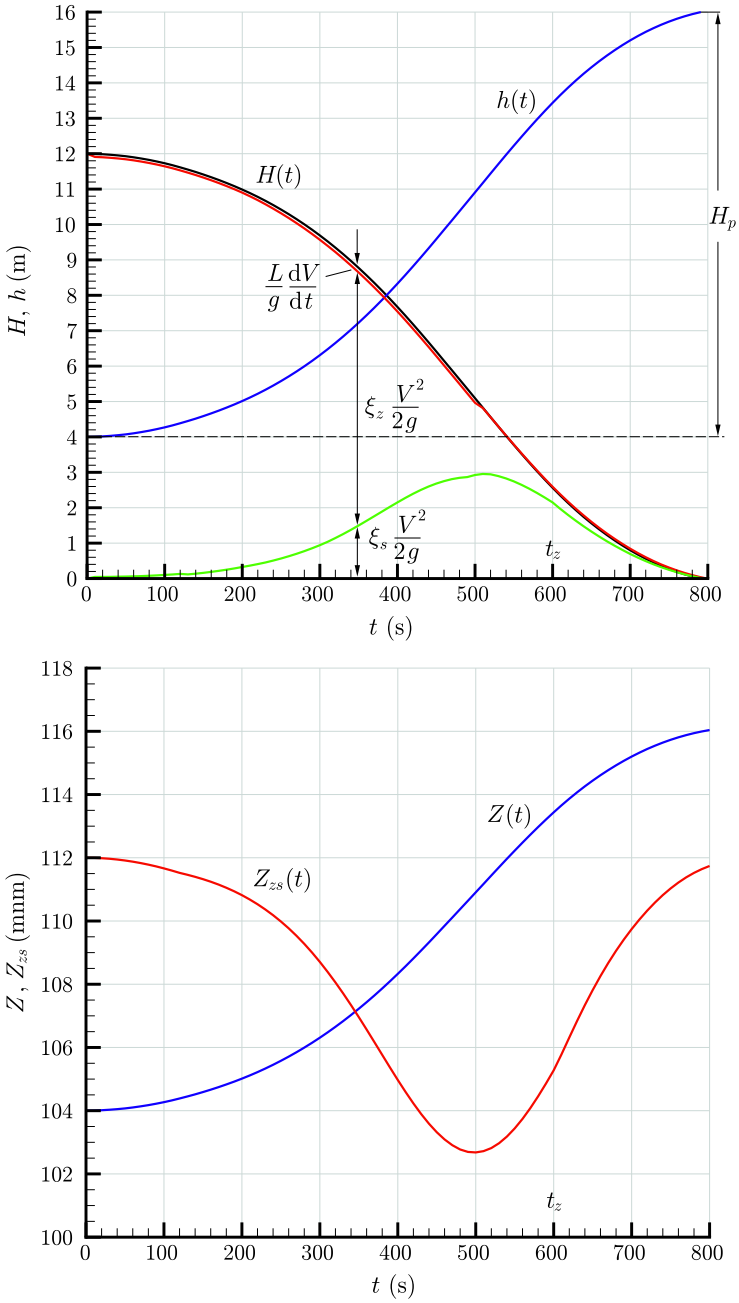
Slika 7.10: *Primer* 7.5*; gore: brzine po deonicama glavne galerije* (V) *i brzine u sekundarnim galerijama* (U) *tokom punjenja komore; dole: veličina inercijalnih članova po deonicama glavne galerije i po sekundarnim galerijama.*



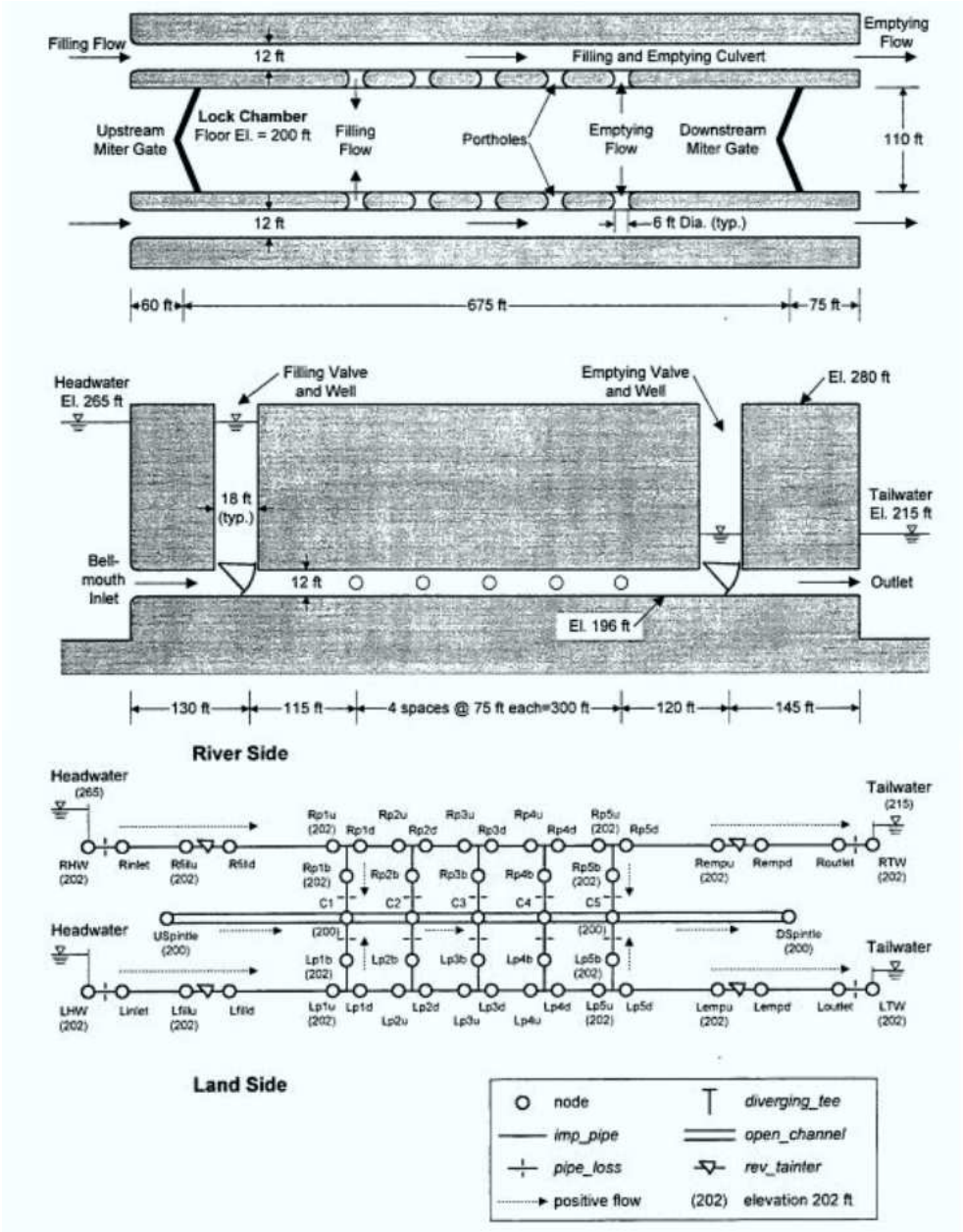
Slika 7.11: *Primer* 7.5*; gore: raspored protoka po deonicama glavne galerije u pojedinim trenucima, tokom punjenja komore; dole: raspored protoka u sekundarnim galerijama tokom punjenja komore.*



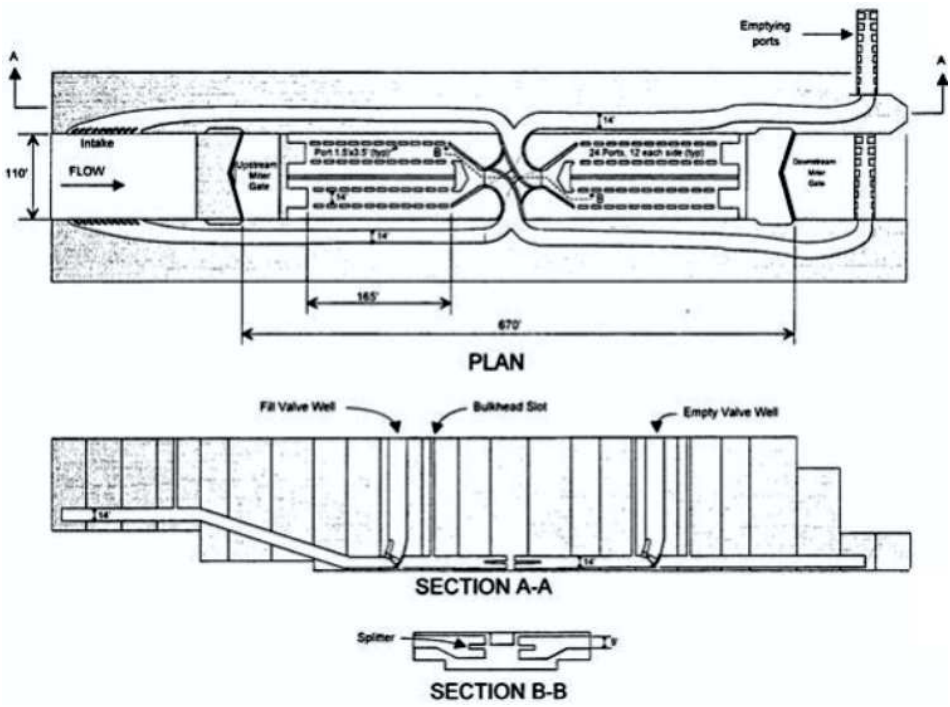
Slika 7.12: *Primer* 7.5*; gore: hidrogrami po deonicama glavne galerije i po sekundarnim galerijama; dole: brzina promene dotoka u komoru* $(2\,Q_1)$ *i brzina promene dubine* (h) *tokom punjenja komore.*



Slika 7.13: *Primer* 7.5*; gore: promena denivelacije* (H) *i dubine* (h) *u komori tokom njenog punjenja; dole: promena kote nivoa u komori* (Z) *i kote nivoa u zatvaračkom šahtu* (Z_{zs}).



Slika 7.14: *Shematizacija računske oblasti u programu* LOCKSIM*; gore: prikaz prevodnice Vanabe (Wannabe Main Lock) u SAD* ($L_{kp} = 205{,}7$ m, $B_{kp} = 33{,}5$ m, $H_p = 15{,}25$ m)*; dole: računska shema* [86].



Slika 7.15: *Primer složenog podeonog sistema modeliranog u programu* LOCKSIM (*Bay Springs Lock*) [86].

U komori, gde je tečenje sa slobodnom površinom, koristi se implicitna Prajsmanova shema. U nedostatku podataka, predviđeno je da model koristi vrednosti lokalnih gubitaka na račvama i segmentnim zatvaračima koje su ranije utvrđene ispitivanjem na fizičkim modelima američkih prevodnica.

Model LOCKSIM daje ne samo rezultate neustaljenog tečenja u celom sistemu, već i mnoštvo drugih, za projektante veoma korisnih rezultata, kao što su: intenzitet podužne sile na brod (samo usled talasa, bez simulacije prisustva broda), sve vrednosti linijskih i lokalnih gubitaka, najmanje vrednosti pritiska nizvodno od zatvarača sa procenom kavitacionog indeksa (videti Poglavlje 9), promene brzine i nivoa u prilaznim kanalima itd.

Ovako sveobuhvatan pristup čini model LOCKSIM superiornim u pogledu hidrauličke složenosti i pouzdanosti. Pa ipak, kao što autor navodi, LOCKSIM je samo pomoćni alat, nikako zamena za tradicionalna modelska ispitivanja u laboratoriji. On samo omogućava da se smanje troškovi i skrati vreme modelskih ispitivanja dok se ne ustanove konačne karakteristike fizičkog modela na kome će se ispitivati fizičke pojave koje se linijskim modelom ne mogu numerički simulirati (vrtloženje, vibracije i dr.).

Primer drugi. Prethodno je ilustrovana primena umreženog linijskog modela. Za sada su retki primeri primene pravih višedimenzionih (2D i 3D) modela u hidraulici brodskih prevodnica, naročito kada je u pitanju modeliranje tečenja sa prisustvom broda. Jedan od takvih modela je primenjen za novu prevodnicu na Panamskom kanalu (Slika 7.16). Primenu 3D numeričkog modela nametao je značaj ovog 80 km dugačkog međunarodnog plovnog koridora, na koga otpada 4% globalnog prometa, sa više od 14000 brodova/god.

Dimenzije novih komora su značajno povećane (sa $L_{kp}/B_{kp}/H_{kp} = 304{,}8/33{,}53/12$, na 458/55/18,3 m) u cilju povećanja propusne moći za najveće prekookeanske brodove-nosače kontejnera (Slika 7.16).

Numeričkim simulacijama pomoću softvera Telemac3D, zasnovanog na metodi konačnih elemenata [28, 92], provereno je prevođenje broda kroz prost podeoni sistem sa 2×10 otvora dimenzija 2 m×2 m duž svakog zida komore. Proračun je obavljen sa 11 slojeva (po vertikali) i 24800 elemenata u svakom sloju [9]. Rezultati proračuna prikazani su na Slikama 7.17 i 7.18.

Primer treći. Ispitivana je prevodnica složene konfiguracije, slična prevodnicama na plovnom kanalu Majna-Dunav u Nemačkoj [93]. Na denivelaciji od 18,3 m, ova prevodnica je projektovana tako da optimizuje: trajanje prevođenja, intenzitet sile na brod i troškove (gradnje i održavanja). Hidraulički sistem, prikazan na Slici 7.19, obuhvata glavnu komoru dimenzija 1200/12,5/4 m, pomoćnu komoru za ujednačenje pritiska dimenzija 200/9,5/2,5 m ispod glavne komore, 3 bočna bazena za uštedu vode (videti naredno poglavlje) i dovodne galerije pravougaonog poprečnog preseka površine 7 m^2, sa tablastim zatvaračima.

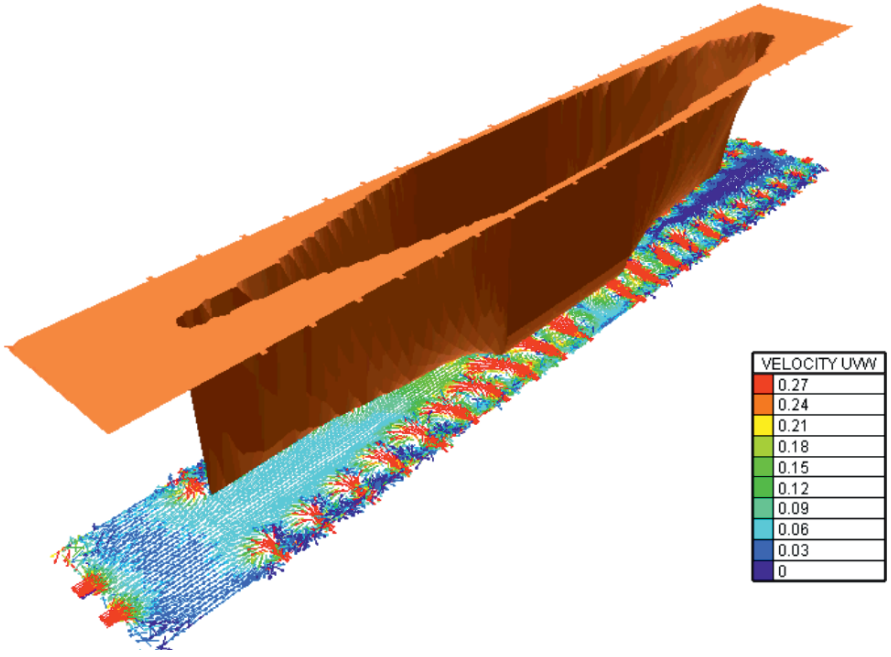
Glavna i pomoćna galerija su povezane sa 312 cevi – „mlaznica", dužine 1,8 m, prečnika 0,30 m, na razmaku od 1,74 m. One su postavljene u redovima, sa po 6 mlaznica simetrično raspoređenih po širini komore (Slike 7.19 i 7.22).

Punjenje komore se obavlja sukscesivnim pražnjenjem bazena za uštedu vode, počevši od najnižeg bazena. Otvaranjem zatvarača, usled visinske razlike (11,3 m u odnosu na dno komore), voda se gravitaciono upušta kroz dovodne galerije najpre u pomoćnu komoru za izjednačenje pritiska, a zatim kroz mlaznice, u glavnu komoru. Svaki od bazena ima približno 20% zapremine glavne komore, tako da se oko 60% zapremine potrebne za punjenje komore podmiruje iz bazena, a preostalih 40%, iz uzvodnog prilaznog kanala, kroz dodatne priključke. Numeričkim simulacijama obuhvaćeno je samo punjenje iz najnižeg bezena, dok su gornja dva bazena izostavljena.

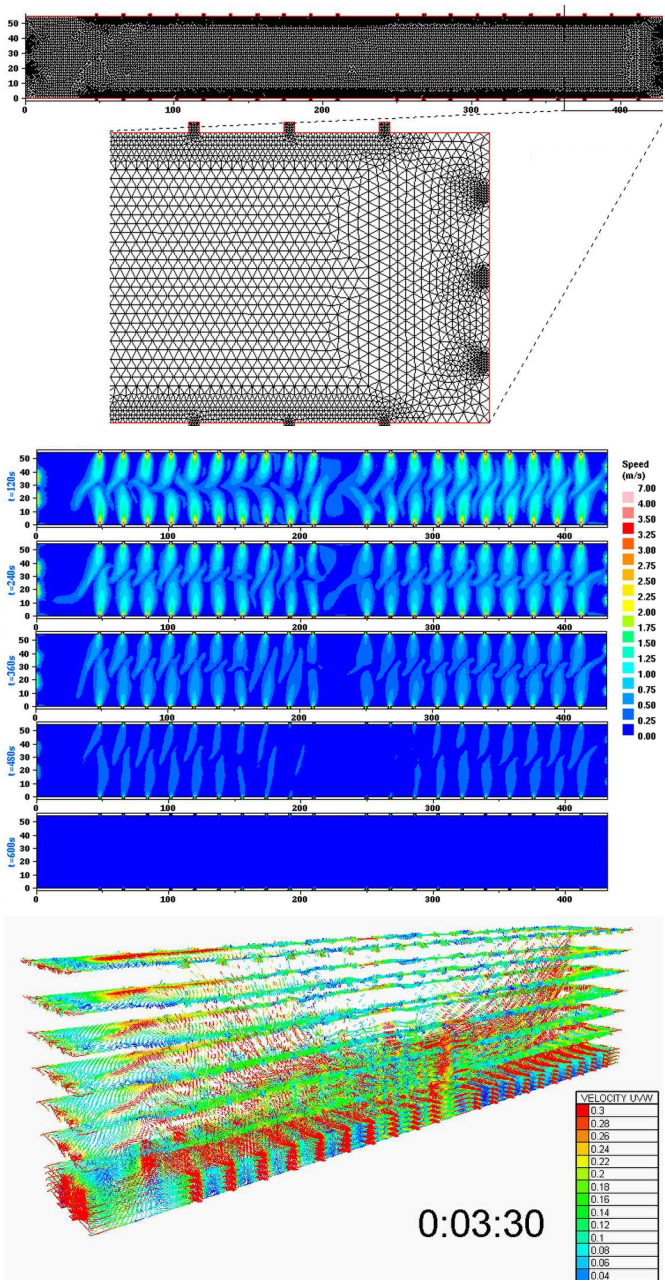
Imajući u vidu način punjenja komore kroz mlaznice, konvencionalni način proračuna sile na brod nije moguć, pa se rešenje moralo tražiti pomoću 3D modela. Korišćen je softverski paket OpenFOAM®. Za kalibraciju modela je izgrađen fizički model prototip-prevodnice u razmeri 1:25 (Slika 7.20).



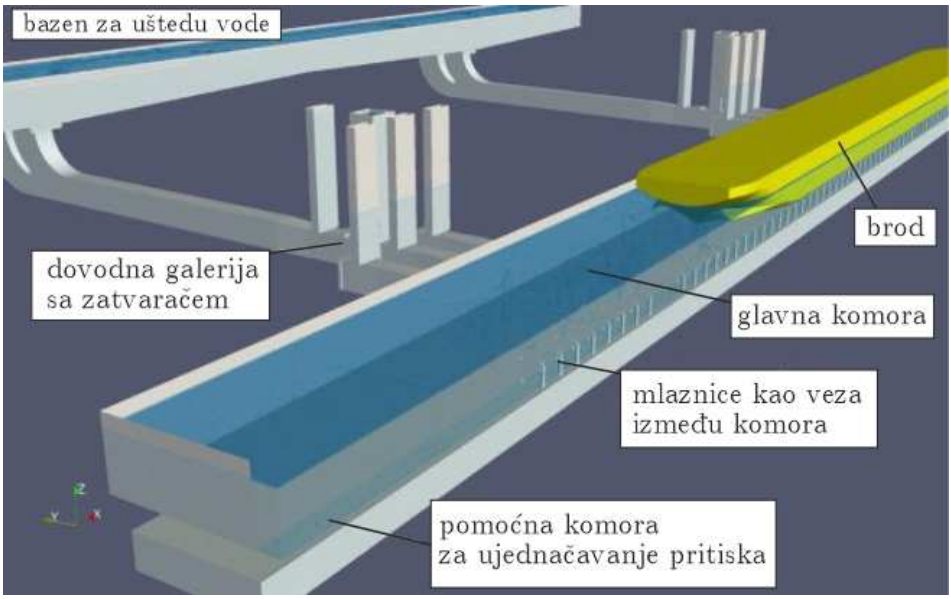
Slika 7.16: *Prevodnice na Panamskom kanalu; gore: stare prevodnice; dole: nove prevodnice sa bazenima za uštedu vode i brod za prevoz kontejnera* [118].



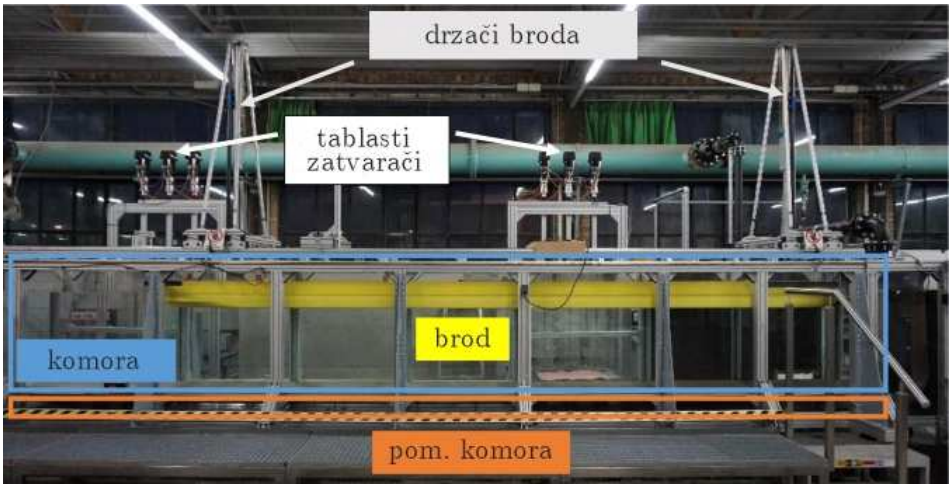
Slika 7.17: *Numerički model punjenja nove prevodnice na Panamskom kanalu* [9]; *model* Telemac3D *modelira prisustvo broda zadatim rasporedom pritiska na površini vode.*



Slika 7.18: *Numerička simulacija punjenja prevodnice Panamskog kanala; gore: računska mreža; u sredini: brzina isticajnih mlazeva kroz bočne otvore prostog podeonog sistema; dole: raspred brzine po dubini komore* 3,5 min *nakon početka punjenja* [9, 28].

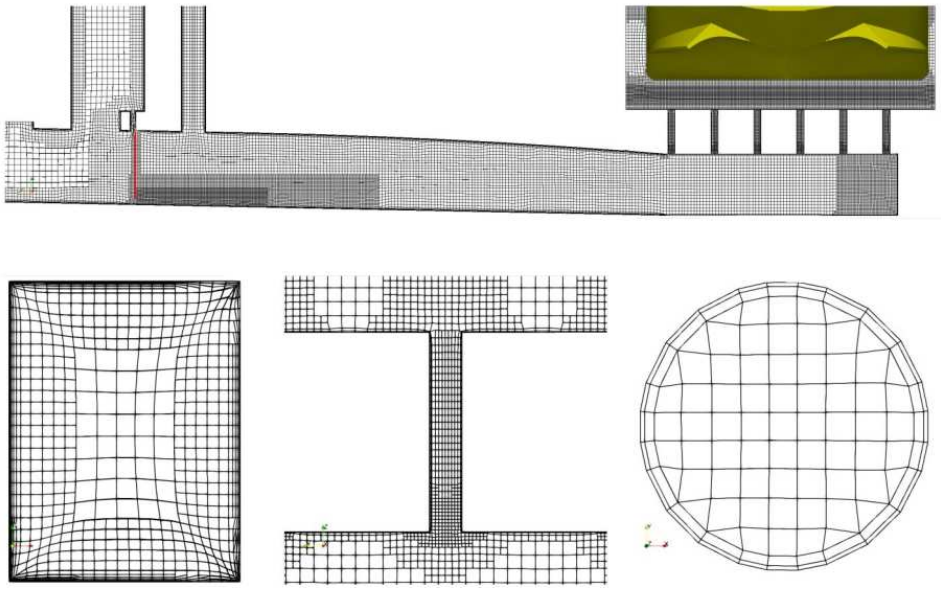


Slika 7.19: *Konfiguracija prevodnice sa bazenom za uštedu vode* [93].



Slika 7.20: *Fizički model prevodnice dimenzija* 8,2 m × 0,5 m*, koji je izgrađen za potrebe kalibracije numeričkog* 3D *modela* [93]; *model broda reprezentuje prototip samohodnog plovila dimenzija* $135 \times 11{,}4 \times 2{,}8$ m (*opis merne tehnike kod ovakvih fizičkih modela dat je u desetom poglavlju*) .

Numerički 3D model je zasnovan na na metodi konačnih zapremina [93]. Na Slici 7.21 prikazani su delovi računske mreže od skoro 28 miliona konačnih (pretežno kockastih, deformabilnih) zapremina.



Slika 7.21: *Računska mreža; gore: vertikalni presek kroz jednu od dovodnih galerija sa zatvaračem* (*crvena prava*)*, mlaznicama i galerijama* (*žuti su delovi broda*)*; dole, sleva udesno: poprečni presek galerije, vertikalni i horizontalni preseci kroz mlaznicu* [93].

Gustina mreže je povećana: (i) duž čvrstih granica; (ii) u zonama izraženih gradijenata strujnog polja (iza zatvarača, oko mlaznica, naglih proširenja) i (iii) oko pomerljivog brodskog trupa. Ovo je jedan od primera gde je računska rezolucija bila ograničena računarskim resursima i vremenom proračuna.

Za prostornu diskretizaciju primenjena je shema višeg reda, a za vremensku diskretizaciju, implicitna shema sa promenljivim vremenskim korakom iz uslova: Cr <4. Rešavane su Navie-Stoksove (Navier-Stokes) jednačine prostornog neustaljenog tečenja, uz dve transportne jednačine za kinetičku energiju turublencije i njenu disipaciju (tzv. k-ω-SST model turbulencije) [93].

Numeričke simulacije su obavljane sa ulaznim podacima objekta u prirodi. Kalibracija računskog modela obavljena je tako što su rezultati merenja na fizičkom modelu preračunati (shodno Frudovoj sličnosti) na prototip u prirodi. Upoređeni su rezultati numeričkog i laboratorijskog eksperimenta punjenja komore pri linearnom otvaranju zatvarača u toku 30 s i njihovom linearnom zatvaranju u toku 126÷166 s.

Numerički model je dao mnogo veći fond rezultata od fizičkog modela. Razlog je što se informacije o vremenskom i prostornom rasporedu protoka, brzine, pritiska i nivoa mogu dobiti u bilo kojoj tački računskog modela, što je nemoguće kod fizičkog modela. Nakon velikog broja ponovljenih proračuna[5], stvoreni su uslovi za kvalitativnu i kvantitativnu analizu hidrauličkog režima u datom složenom sistemu (Slika 7.22).

Jedan od primarnih ciljeva sprovedenog istraživanja je određivanje sile na brod. Za analizu 6 stepeni slobode pomeranja broda, tj. za proračun njegovih translatornih i rotacionih pomeranja u strujnom polju, korišćena je posebna metoda iz biblioteke softvera OpenFOAM®. Interakcija krutog tela i fluida modelirana je pomoću sekvencijalno-iterativnog postupka koji objedinjuje dva nezavisna algoritma – jednog za simulaciju strujnog polja i drugog, za simulaciju pomeranja broda.

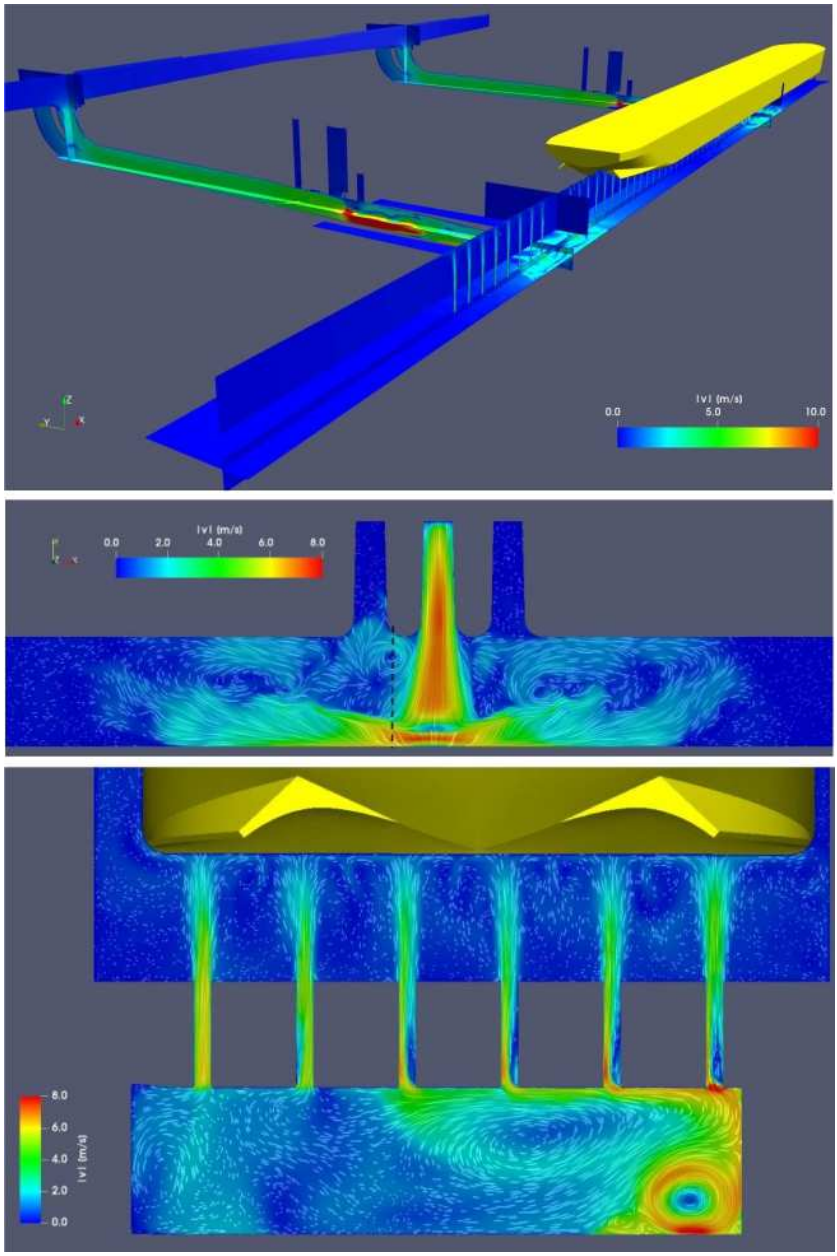
Rešenje jednačina pomeranja broda podrazumeva proračun sila i momenata na brodski trup. Sile se dobijaju kao numerička aproksimacija površinskog integrala proizvoda površine trupa i pritiska fluida, a momenti koji daju rotaciona pomeranja broda, kao numerička aproksimacija integrala proizvoda sila i odstojanja do centra rotacije. Silama i momentima usled hidrodinamičke pobude dodaje se uticaj gravitacije (težina broda), a zatim se primenom II Njutnovog zakona dolazi do linearnih i rotacionih ubrzanja (slično kao u tački 5.1.2 „Model krutog broda"). Pomeranje broda (čvrste granice) zahteva prilagođavanje računske mreže u svakoj iteraciji unutar Δt koraka, što se obavlja posebnim postupkom zasnovanim na rešavanju Laplasove (Laplace) jednačine [93].

Na Slici 7.23 prikazana je promena sile na brod tokom punjenja komore. Modeliranje prostornog strujanja omogućilo je proračun podužne i poprečne komponente ove sile. Može se uočiti dobro slaganje rezultata proračuna i merenja na fizičkom modelu, naročito u prvih 50 s, kada se javlja najveća (merodavna) amplituda sile.

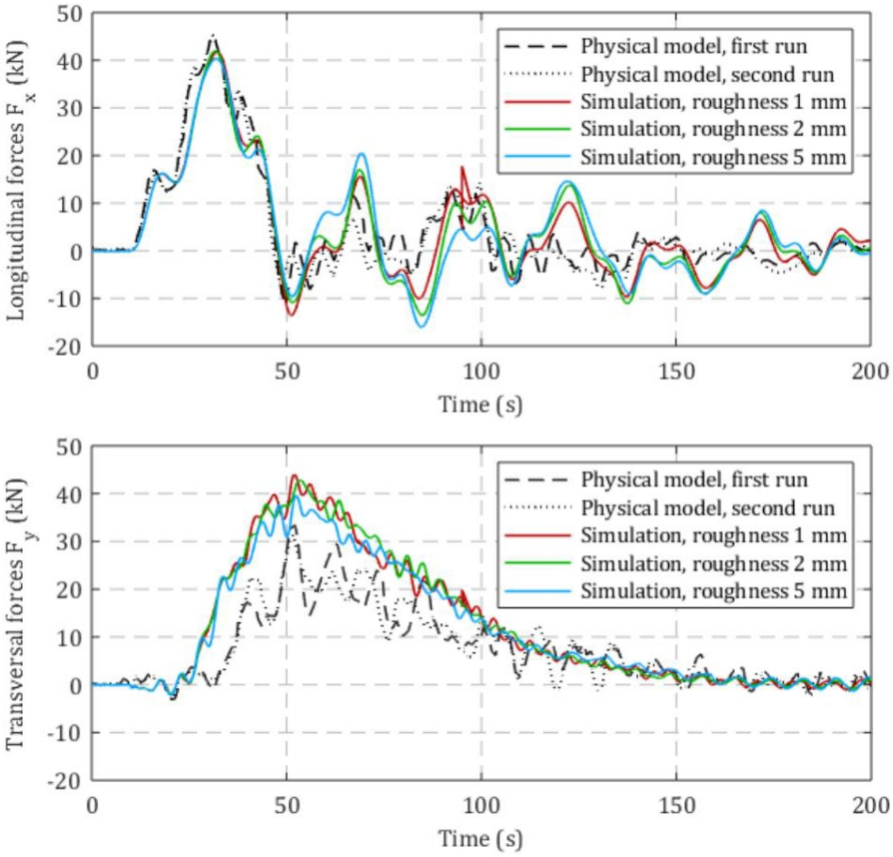
Takođe se zapaža da eksperimenti na fizičkom modelu nisu sasvim ponovljivi, kao i to da rapavost ne utiče bitno na rezultata proračuna. Odstupanja tih rezultata od rezultata merenja mogu se (između ostalog) pripisati i razlici u vezivanju broda (u numeričkom modelu veze su predstavljene u vidu prostih opruga).

Kod poprečne komponente sile na brod, uočljiva je veća razlika u intentzitetu sile između rezultata proračuna i merenja. U saglasnosti su oblik dijagrama i vreme pojave najveće amplitude. Treba imati u vidu da je modeliranje poprečne sile otežano time što je u ovom slučaju površina broda mnogo veća (od one kod podužne sile) i da male razlike pritiska više utiču na konačan rezultat proračuna.

[5] Realizacija ovako zahtevnih numeričkih simulacija danas se ne može zamisliti bez *paralelnog procesiranja*. Ono se zasniva na dekompoziciji računskog domena, zasnovanog na tzv. MPI („Message-Passing-Interface") principu i alociranju računskih komponenti različitim procesorskim jezgrima. Paralelno procesiranje značajno ubrzava proračun i skraćuje trajanje numeričkih simulacija.



Slika 7.22: *Rezultati proračuna; gore: polje brzine u više ravanskih preseka, u trenutku* $t = 30$ s*; u sredini: horizontalni presek pomoćne komore* (0,2 m *iznad dna*) *, sa poljem brzine usled dotoka vode iz bazena u trenutku* $t = 50$ s*; dole: vertikalni presek pomoćne komore sa isticanjem kroz mlaznice i poljem brzine u trenutku* $t = 50$ s [93].



Slika 7.23: *Poređenje sračunate i izmerene sile na brod; gore: podužna komponenta; dole: poprečna komponenta (znak podužne sile je definisan trenutnim protokom, a ne trenutnim nagibom nivoa, dok pozitivan znak poprečne sile upućuje na udaljenje broda od zida komore); rezultati obuhvataju dva eksperimenta na fizičkom modelu i tri proračuna sa različitom apsolutnom rapavošću; rezultati pokazuju da je apsolutna rapavost ne utiče bitno na rezultate proračuna* [93].

Opisani primer navodi na važan zaključak. Kako 3D modeli sve više ulaze u primenu, raste i mogućnost njihovog kombinovanja sa konvencionalnim 1D modelima. Naime, 1D modeli se mogu iskoristiti za određivanje hidrauličkog režima u prevodnici, da bi se zatim sračunati protoci i nivoi koristili u 3D modelima kao početni i granični uslovi (kao što je urađeno u Primeru 4.6).

Kombinovanje različitih numeričkih modela sa fizičkim modelima predstavlja suštinu „kompozitnog" ili „hibridnog modeliranja", kao optimalnog pristupa u praksi. O tome će još biti reči u Poglavju 10.

7.3 Hidrodinamički uravnoteženi sistemi

Idealna brodska prevodnica je ona kod koje se dotok vode ravnomerno raspoređen u relativno kratkom vremenu, a višak kinetičke energije u potpunosti disipiran, bez uticaja na brod. Koncept *hidrodinamički uravnoteženih* podeonih sistema, koji je ostvaren na većem broju prevodnica u Evropi, Rusiji i Severnoj Americi, podrazumeva i nastojanje da se izbegnu niski pritisci u dovodnim galerijama, koji su izrok kavitacije i uvlačenja vazdušnih džepova u komoru.

Osmišljavanjem „hidraulički idealne" prevodnice bavili su se mnogi istraživači. U ranijim (predkompjuterskim) vremenima, eksperimentisanje na fizičkim modelima dovelo je do opštih analitičkin smernica u projektovanju [1, 66]. Danas znamo da kompjuterskim simulacijama možemo optimizovati svako partikularno rešenje, ali to ne znači da treba ispustiti iz vida nekadašnje preporuke.

(1) Da bi se tokom prevođenja višak kinetičke energije neutralisao, potrebno je da se dotok „raspodeli" po što većoj površini komore. Zato su podeoni sistemi sa galerijama u dnu komore hidraulički efikasniji (ali i skuplji) od podeonih sistema sa bočnim punjenjem kroz zidove komore. Neutralisanje viška energije se efikasnije postiže kroz *veći broj malih isticajnih otvora*. Tome pogoduje i veća potopljenost mlazeva. Eksperimentalno je dokazano da se relativno visoke brzine punjenja (0,06÷0,10 m/s) mogu ostvariti (uz punu bezbednost plovila) na komorama sa perforiranim pločama na dnu [66].

(2) Podeoni sistemi sa konstantnom površinom poprečnog preseka galerija i otvora nisu idealno rešenje iz dva razloga: (i) usled različitog stepena inercije (odnosno ubrzanja) vodene mase u pojedinim delovima sistema, uzvodni otvori se „aktiviraju" pre nizvodnih; (ii) nakon početnog perioda, svi otvori postaju „aktivni", ali je, usled razlike u pijezometarskim kotama, protok na nizvodnom kraju komore veći od onog na uzvodnom kraju (videti rezultate proračuna na Slikama 7.11 i 7.12). Obe pojave odražavaju neravnomernost strujanja koja se želi izbeći.

Zato, za projektante mogu biti od koristi sledeća dva kriterijuma:

Kriterijum broja i veličine otvora. Analiza složenog podeonog sistema u ustaljenom režimu strujanja (koji odgovara kratkom periodu maksimalnog dotoka u komoru), pokazuje da isticajni protok *opada* od nizvodnog kraja komore, uzvodno. To znači da postoji mogućnost da se u nekoj od sekundarnih razvodnih galerija javi nulti ili negativni protok, tako da se voda iz komore vraća u galerije, što se ne sme dozvoliti. Da bi sve sekundarne galerije jednovremeno bile u funkciji sa kolikotoliko uravnoteženim protocima (a punjenje komore ravnomerno), neophodno je da ukupna površina *svih* otvora ($\sum A_o$) jedne galerije bude bar 1,5 puta veća od površine preseka te galerije (A_g) [66]:

$$\boxed{\frac{\sum A_o}{A_g} \leq 1{,}5.} \tag{7.68}$$

Kriterijum hidrodinamičke uravnoteženosti sastoji se od dva uslova. Prvi je uslov *„ekviinercijalnosti"* sistema, koji se, shodno oznakama na Slici 7.1, može napisati u obliku [1, 66]:

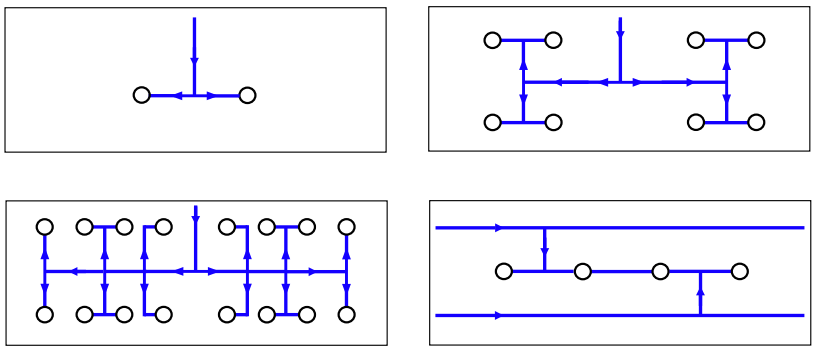
$$\boxed{\sum L_j V_j = \text{const.} \quad (j = 1, 2, \ldots, m).} \tag{7.69}$$

Drugi uslov, izveden za ustaljeno tečenje, ima ovakav oblik [66]:

$$\boxed{\sum \Delta E_j = \text{const.}} \tag{7.70}$$

gde je ΔE – parcijalni gubitak energije duž glavne dovodne galerije.

Nekoliko konfiguracija koje teže da ispune navedene uslove prikazano ja na Slici 7.24.



Slika 7.24: *Shematski prikaz razih tipova hidrodinamički uravnoteženih (ekviinercijalnih) podeonih sistema* [5, 66, 96].

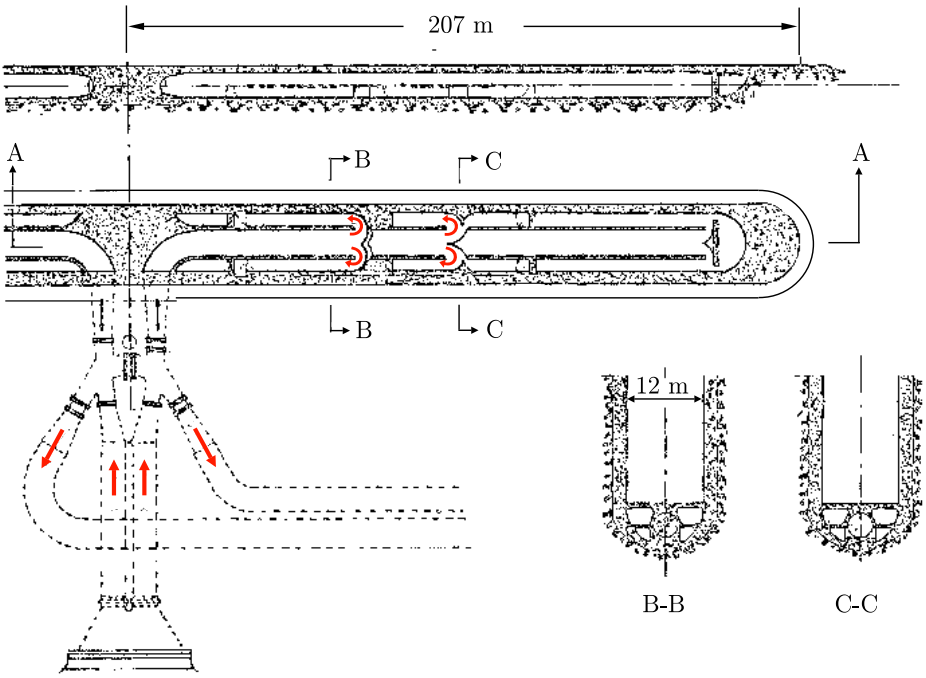
Jedna od najpoznatijih prevodnica sa uravnoteženim podeonim sistemom izgrađena je 1952. godine u Francuskoj na lateralnom plovnom kanalu Donzer-Mondragon (Donzére-Mondragon) duž reke Rone (Rhône). Prevodinca pod imenom Bollène Ecluse[6] (Slika 7.25), dimenzija je 207/12/2,6 m, spada u kategoriju prevodnica visokog pada ($H_p = 23$ m) sa ekviinercijalnim podeonim sistemom koji zadovoljava uslov (7.69) (Slika 7.26).

Voda dospeva u komoru ove prevodnice kroz perforiranu ploču na dnu, tako da se energija mlazeva efikasno rasipa i samo 2% kinetičke energije dospeva u komoru. Brzina podizanja nivoa iznosi 9,3 m/min (što prevazilazi preporučeno ograničenje).

[6] Nalazi se u sklopu hidročvora koga čine brana visine 58 m, dužine 5,8 km i HE snage 450 MW. Objekti ovog hidročvora su prograšeni su za nacionalni spomenik Francuske 1992. godine.



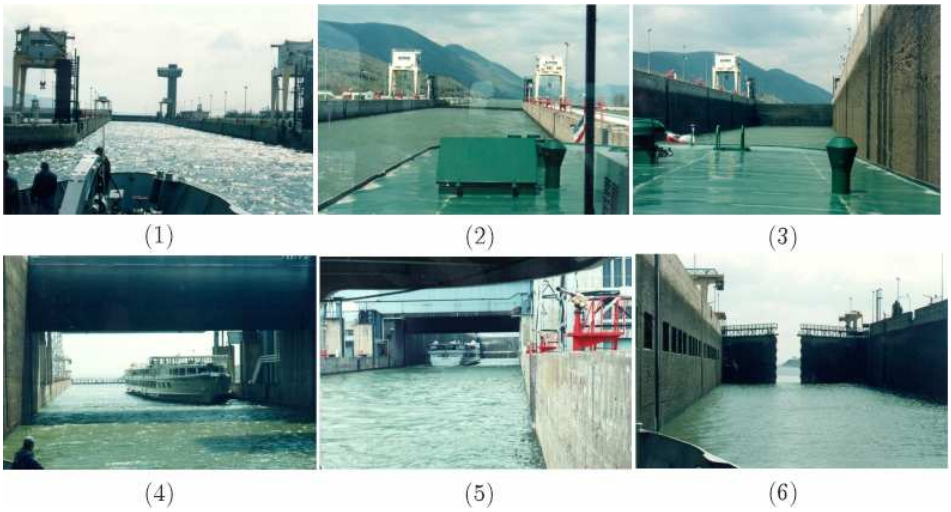
Slika 7.25: *Čuvena prevodnica Bollène Ecluse na plovnom kanalu Donzer-Mondragon u Francuskoj, pomoću koje se savlađuje denivelacija od* 23 m [103, 104].



Slika 7.26: *Shematski prikaz ekviinercijalnog podeonog sitema prevodnice Bollène na kanalu Donzer-Mondragon* [66].

U normalnim uslovima eksploatacije vreme podizanja zatvarača iznosi $t_z = 4$ min, trajanje punjenja 7÷20 min, a trajanje praženjenja komore 8 min. Najveća sila u pričvrsnim užadima ne prelazi 0,3‰ deplasmana sastava. Najveći protok u toku punjenja iznosi 380 m^3/s. Pri brzom punjenju ($t_z = 1$ min), punjenje i pražnjenje se skraćuju na 5,7 min, odnosno 6,5 min, pri čemu najveća sila u uždima ostaje i dalje u granicama dozvoljenih sila (0,6‰ deplasmana sastava).

Evidentno je da ovakvi, dinamički uravnoteženi sistemi daju relativno male intenzitete zatezanja pričvrsnih užadi. U tom kontekstu se može spomenuti dvostepena prevodnica HE „Đerdap I", kojom se savlađuje denivelacija od 17,5+17 = 34,5 m. Komore, dimenzija 310/34/4,5 m, snabdevene su podeonim sistemima sa po 4 dovodne galerije u dnu [39]. Trajanje prevođenja od 90 min (Slika 7.27), omogućava potpunu stabilnost plovila u komori, što je važno imajući u vidu veličinu dunavskih sastava (do 9 plovila nosivosti 17000 t).



Slika 7.27: *Faze prolaska kroz prevodnicu* HE „Đerdap I"*:* 1 – *prilaz plovila uzvodnoj komori;* 2 – *ulaz i vezivanje u uzvodnoj komori;* 3 – *pražnjenje uzvodne komore;* 4 – *podizanje ustave između komora i ulazak plovila u nizvodnu komoru;* 5 – *pražnjenje nizvodne komore;* 6 – *otvaranje nizvodne kapije i izlazak plovila* [39].

Upravo zbog veličine dunavskih plovila i sastava, problem sila na brod je posebno izučavan, pa je za đerdapsku prevodnicu izveden originalni izraz za dozvoljenu silu u pričvrsnim užadima [66]:

$$\frac{S_{dop}}{g\,G_{pl}} = C_H\,\frac{\bar{V_z}}{\sqrt{2g\,H_p}}, \tag{7.71}$$

gde je $\bar{V_z}$ – prosečna brzina podizanja nivoa pri punjenju komore, a C_H – redukcioni koeficijent kojim se uzima u obzir prisustvo plovila:

$$C_H = 0{,}52\left[\frac{H_p}{H_{kp}\,(1-\dfrac{A_{pl}}{A_{kp}})}\right]^{0{,}25}. \tag{7.72}$$

7.4 Čeoni ili podeoni sistem?

Podeoni sistemi su namenjeni savlađivanju padova većih od desetak metara, na plovnim putevima sa intenzivnim saobraćajem, kakav je u zapadnoevropskim zemljama, Kanadi i SAD, gde je čak i tip ekviinercijalnog sistema standardizovan [64].

U Istočnoj Evropi je situacija drugačija. Na unutrašnjoj mreži plovnih puteva u nekadašnjem SSSR, kao standard je usvojen čeoni sistem punjenja za sve denivelacije manje od 10÷12 m. Do 1970. godine, tamo je samo oko 10% prevodnica imalo podeone sisteme i to u topografskim uslovima kada se nisu mogli izbeći padovi iznad 15 m [43]. Sovjetski projektanti su došli do zaključka da skraćenje trajanja prevođenja koje omogućavaju podeoni sistemi, ne opravdava povećane troškove izgradnje.

Kod denivelacija manjih od 6÷7 m, podeoni sistemi su preko 50% skuplji od čeonih, dok dok je ušteda u trajanju prevođenja u finansijskom smislu praktično zanemarljiva [57]. Na denivelacijama 7÷15 m, razlika u ceni izgradnje ova dva sistema se smanjuje, a razlika u ceni vremena prevođenja se povećava za 20÷40% u korist podeonih sistema.

U ruskoj hidrotehničkoj praksi podeoni sistemi se koriste za denivelacije iznad 20 m, a iznad 30 m (uslovno), treba razmatrati alternativna rešenja – brodske liftove i strme ravni[7]. Ruska doktrina, zasnovana na lokalnim specifičnostima, potrebom tipizacije objekata i iskustvu, sastoji se od nekoliko stavova, koje naši projektanti mogu koristiti kao svojevrsne preporuke.

(1) Za razliku od plovnih puteva sa intenzivnim saobraćajem i prevodnicama na kratkom međusobnom odstojanju, na plovnim putevima niskog intenziteta saobraćaja i sa relativno velikim odstojanjem između prevodnica, ušteda vremena na prevođenju (koja bi opravdala podeone sisteme), predstavlja zanemarljiv period u odnosu na ukupno trajanje plovidbe.

(2) Propusna moć prevodnica se uvek planira za buduća vremena sa većim robnim prometom od sadašenjeg. Ova „rezerva" u odnosu na sadašnje stanje ima za posledicu to da ne postoji akutna potreba skraćenja vremena prevođenja koja bi favorizovala izgradnju podeonih sistema.

(3) Tip prevodnice mogu usloviti i karakteristike plovnih kanala na kojima su izgrađene. Za plovne kanale koji presecaju granice slivnih područja, a snabdevaju se vodom pumpanjem (npr. magistralni kanal Moskva–Volga dužine 128 km sa 11 prevodnica, kanal Volga–Don dužine 101 km sa 13 prevodnica i dr.), čeoni sistemi su se pokazali isplativiji od podeonih. Nasuprot tome, na plovnom kanalu Rajna-Majna-Dunav (171 km, 10 prevodnica), primenjeni su isključivo podeoni sistemi.

[7] Izuzeci su naravno, mogući; u gornjem toku reke Irtiš (centalna Azija) izgrađena je prevodnica sa podeonim sistemom punjenja pomoću koje se savlađuje denivelacija od 40 m!

(4) Izbor sistema zavisi i od drugih objekata u sklopu hidročvora, naročito od hidroelektrane. Narušavanje rada hidroelektrane usled rada prevodnice mora biti sveden na najmanju moguću meru. Na primer, u periodu svakog prevođenja, elektrana „gubi" prosečni protok $\bar{Q} = \forall_p / T$ (gde je $\forall_p$ utrošena zapremina vode, a T vreme punjenja/pražnjenja), pa shodno tome, smanjenja proizvodnja energije. Takođe se mora imati u vidu i mogućnost korišćenja prevodnice kao sigurnosnog evakuacionog objekta u periodu izuzetno velikih voda.

(5) Na izbor sistema punjenja utiče i niz drugih, prevashodno ekonomskih faktora vezanih za izgradnju, opremu, održavanje itd.

Imajući u vidu stavove (1)–(5), može se zaključiti da na našoj mreži unutrašnjih plovnih puteva u okviru sistema DTD, denivelacije nisu takve da bi korišćenje podeonih sistema a priori bilo opravdano.



Iz fotoalbuma: [39]: *izgradnja deonice plovnog kanala Rajna-Majna-Dunav* (*gore*) *i jedne od prevodnica na ovom kanalu* (*dole*) *; sve prevodnice imaju podeone hidrauličke sisteme sa glavnim galerijama pravougaonog poprečnog preseka* $3\ \mathrm{m} \times 2,4\ \mathrm{m}$*; galerije su smeštene pri dnu zidova komore; iznad galerije se vidi i kontrolni prolaz dimenzija* $0,8\ \mathrm{m} \times 2,1\ \mathrm{m}$.

Poglavlje 8

Bazeni za uštedu vode

Kako voda postaje sve deficitarnija, u svim granama hidrotehnike uvode se mere štednje i postupci za što racionalnije korišćenje ovog dragocenog prirodnog resursa. Pri svakom prevođenju, određenja količina vode se oduzima uzvodnom sektoru i prosleđuje sektoru nizvodno od prevodnice. Ovaj „gubitak" vode se ne može uvek i svugde zanemariti. Na primer, plovni kanal sa sistemom prevodnica u gornjem delu sliva (naročito kanal koji savlađuje vododelnicu susednih slivova) zahteva rigoroznu štednju vode pri eksploataciji prevodnica, sa dopremanjem vode iz eksternih izvora kako bi se pokrio deficit vode. Racionalno korišćenje vode se realizuje pomoću *bazena za uštedu vode* – pomoćnih objekata izgrađenih pri komori prevodnice. Tim objektima je posvećeno ovo poglavlje.

8.1 Utrošak vode na prevođenje

Pri prevođenju u jednom smeru, utrošena zapremina vode iznosi:

$$\forall = (1{,}15 \div 1{,}20)\, \forall_p \pm \Sigma W, \tag{8.1}$$

gde je: $\forall_p = L_{kp}\, B_{kp}\, H_p$ – zapremina vode koja se upusti u komoru tokom njenog punjenja (m^3) ili se ispusti iz komore tokom njenog pražnjenja, a ΣW je deplasman (istisnina) svih plovila/sastava (m^3) prisutnih u komori tokom prevođenja[1]. Znak plus se uzima pri prevođenju plovila sa nižeg nivoa na viši nivo, a znak minus, pri prevođenju sa višeg nivoa na niži nivo.

■ **Primer 8.1.** Sračunati zapreminu vode koja se utroši na jedno prevođenje samohodnog broda sa deplasmanom od $W = 2000$ m^3, ako su dimenzije komore: 180/13/2,8 m, a početna denivelacija 5 m.

Rešenje. Ukupno izmenljiva zapremina vode u komori iznosi: $\forall_p = L_{kp}\, B_{kp}\, H_p =$ 10800 m^3, sa uvećanjem od 15%: 12420 m^3.

[1] Oznaka deplasmana je „G_{pl}" kada se radi o masi plovila, a „W" kada se radi o istisnini (zapremini) broda, što se ovde želi naglasiti.

Kod podizanja plovila sa donjeg na gorni nivo (uzvodno prevođenje), utrošak vode je: $\forall = 12420 + 2000 = 14420\ \mathrm{m}^3$, a pri spuštanju plovila sa gornjeg na donji nivo (nizvodno prevođenje): $\forall = 12420 - 2000 = 10420\ \mathrm{m}^3$.

Kada se razmatra *puni ciklus* prevođenja (u oba smera), izraz (8.1) se prilagođava eksploatacionim uslovima:

$$\forall = (1{,}15 \div 1{,}20)\ \forall_p + \uparrow\Sigma W - \downarrow\Sigma W, \tag{8.2}$$

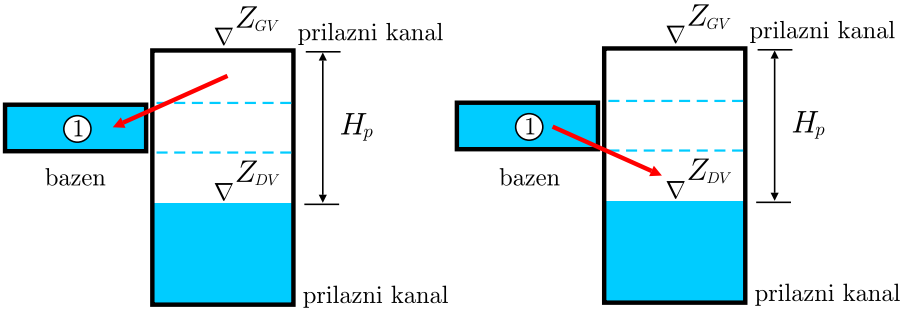
gde je: $\uparrow\Sigma W$ – deplasman svih plovila u komori koja se kreću u uzvodnom smeru, a $\downarrow\Sigma W$ – deplasman svih plovila u komori koja se kreću u nizvodnom smeru. Deplasmani $\uparrow\Sigma W$ i $\downarrow\Sigma W$ ne moraju biti (niti su u praksi) uvek jednaki.

8.2 Primena bazena za uštedu vode

Na plovnim putevima u područjima koja su deficitarna vodom, brodske prevodnice su, ukoliko za to postoji ekonomsko opravdanje, snabdevene bazenima za uštedu vode. Dispoziciona rešenja ovih objekata mogu se naći u brojnoj literaturi, npr. [5, 61, 62]. Primera radi, na Slikama 8.1 i 8.2 (str. 219–220) prikazani su bazeni za uštedu vode na plovnom kanalu Rajna-Majna-Dunav.

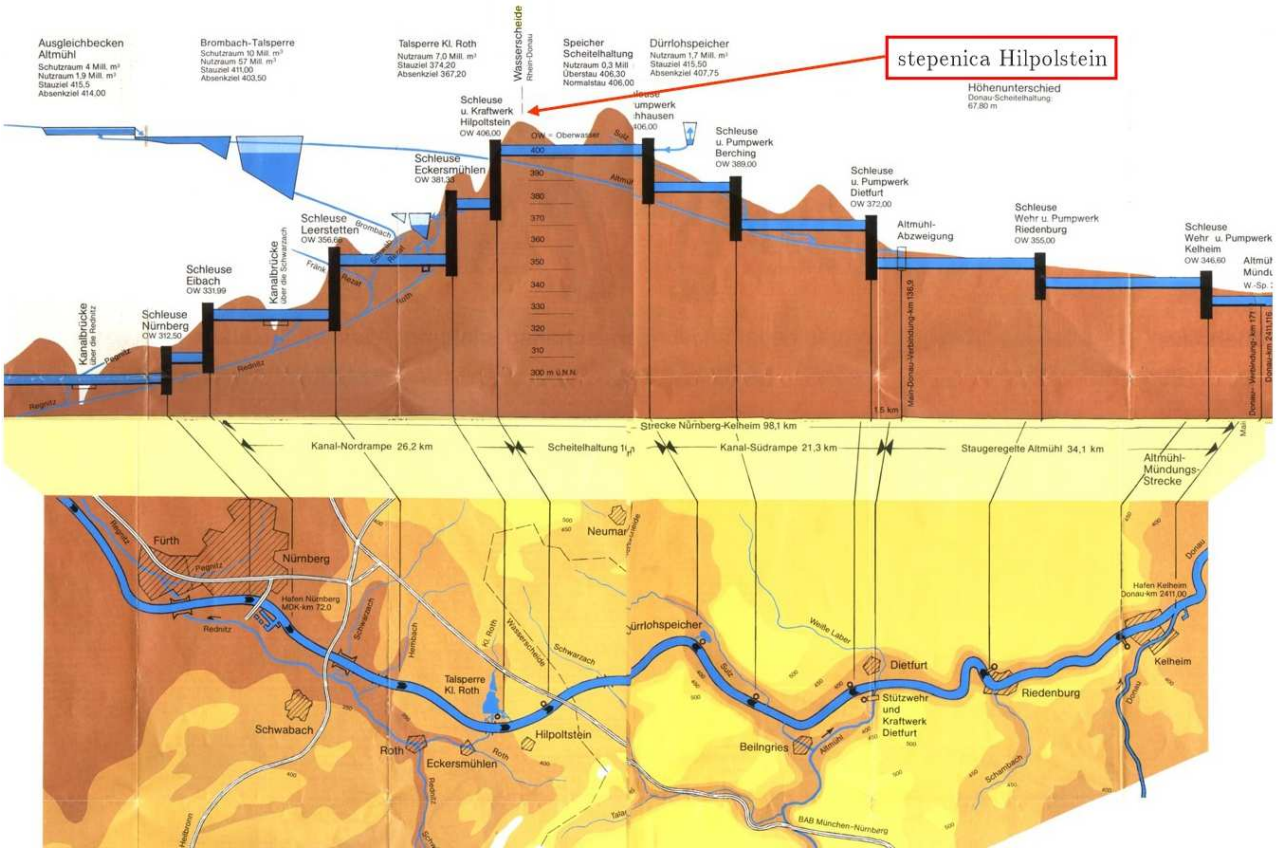
Na Slici 8.3 (str. 221) prikazan je projektni crtež standardne konfiguracije bazena za uštedu vode, na kome se vide detalji povezivanja bazena sa komorom i položaj zatvarača pomoću kojih se upravlja radom bazena.

Osnovni princip pri projektovanju bazena za uštedu vode je da se (ako je ikako moguće) transfer vode iz komore u bazene i obrnuto (iz bazena u komoru), obavi gravitacionim putem. Ako se usvoji da je površina svakog bazena *jednaka* površini komore: $\Omega = L_{kp}\, B_{kp}$, dubina bazena zavisi od toga na koliko je delova podeljena početna denivelacija H_p. Shema na Slici 8.4 pokazuje da jednom bazenu, shodno principu gravitacionog punjenja i pražnjenja, odgovara podela visine H_p na 3 jednaka dela.

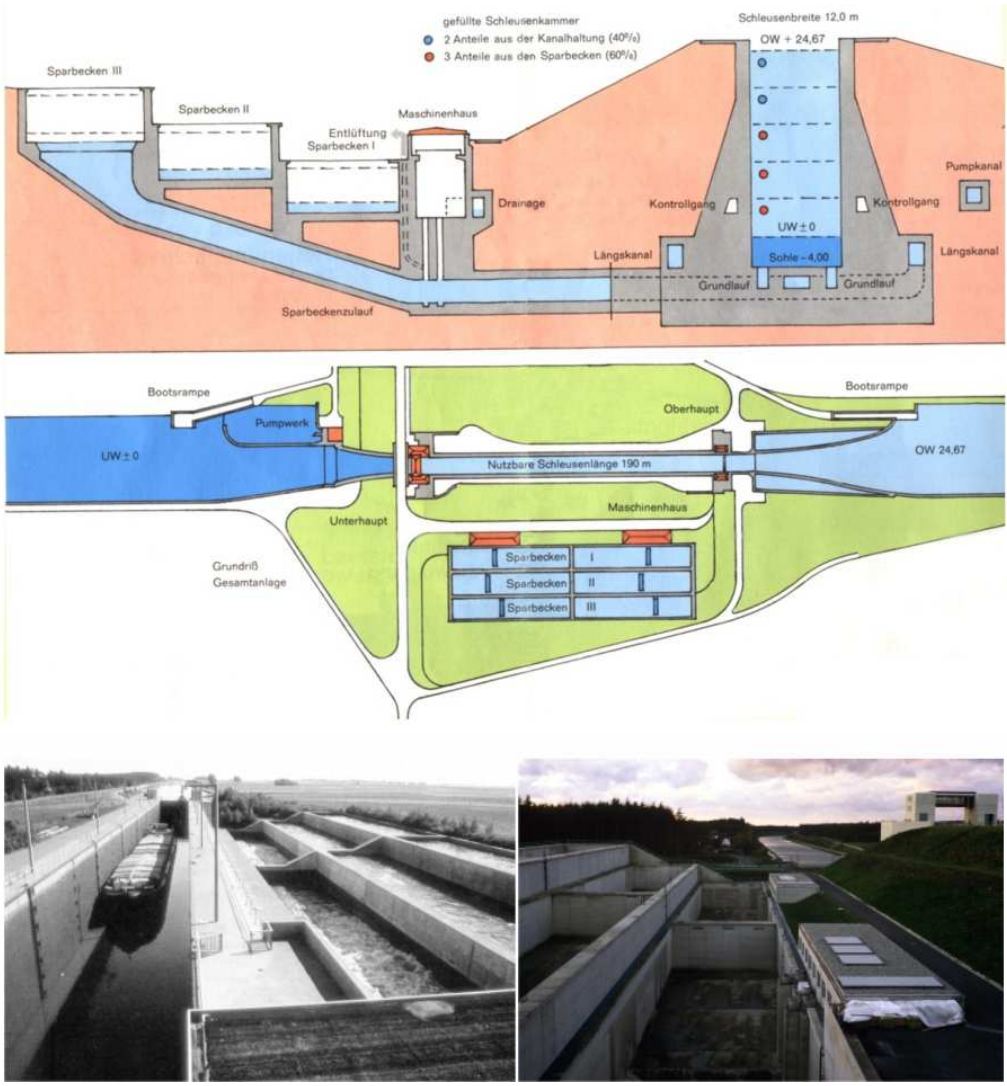


Slika 8.4: *Snabdevanje komore vodom iz bočnog bazena za uštedu vode.*

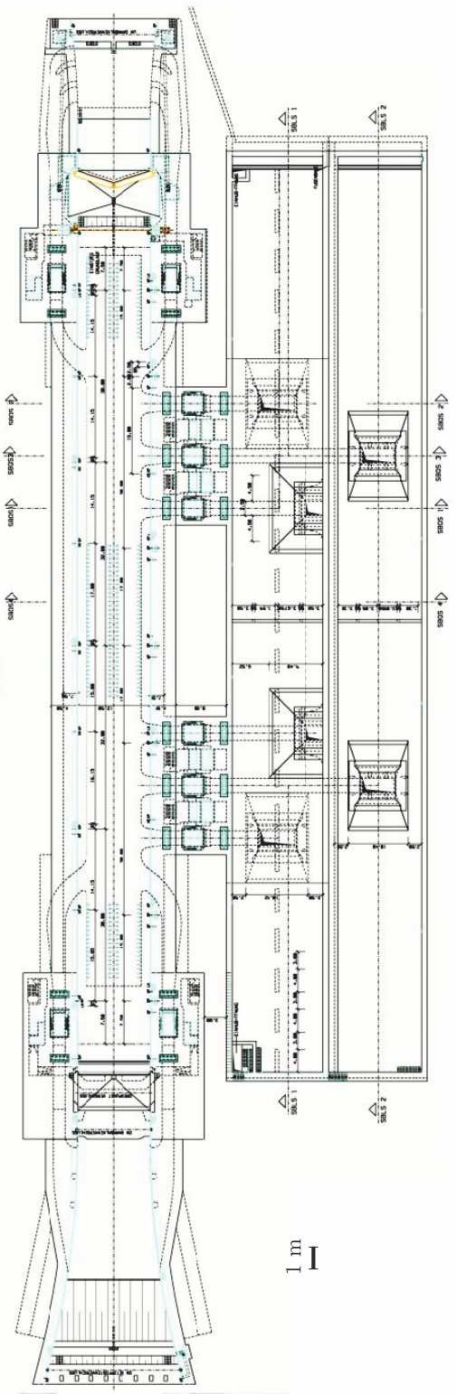
Kada je broj bazena $n_b \geq 1$, broj podela početne denivelacije H_p mora biti: $m = n_b + 2$. Na primer, ako je $n_b = 2$, broj podela je: $m = 4$ (Slika 8.5).



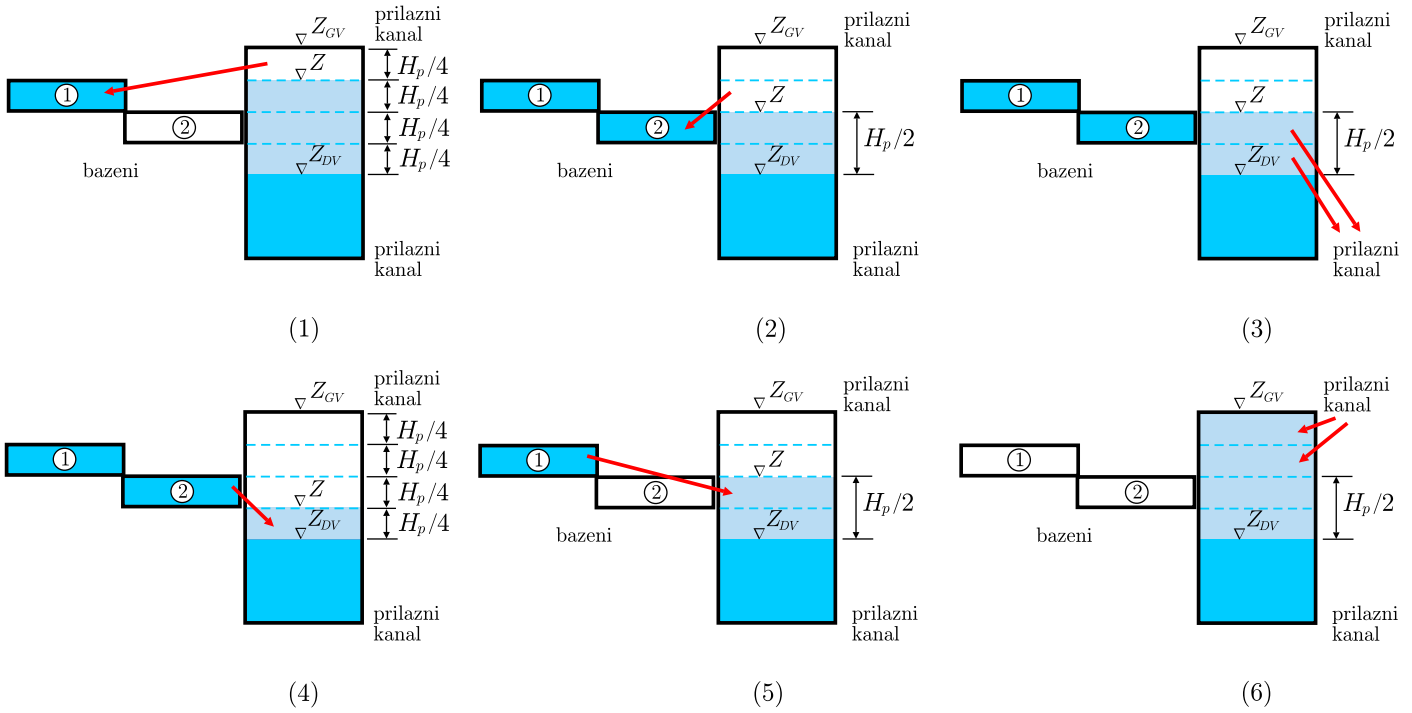
Slika 8.1: *Plovni kanal „Rajna-Majna-Dunav" u Bavarskog, dužine* 171 km, *izgrađen u periodu* 1960-1992, *spaja reke Majnu* (*Main*) *i Dunav, od gradova Bamberga* (*Bamberg*) *i Nirnberga* (*Nürnberg*) *do Kelhajma* (*Kelheim*) *i najuzvodnije luke na Dunavu – Regenzburga* (*Regensburg*)*; vododelnica sa visinskom razlikom od oko* 400 m *savladana je sa* 10 *prevodnica snabdevinih bazenima za uštedu vode i dovodima eksternih voda iz oba sliva* [39].



Slika 8.2: *Objekti na plovnom kanalu „Rajna-Majna-Dunav"; gore: prevodnica Hilpolštajn (Hilpolstein) sa bezenima za uštedu vode; dole: tri bazena navedene prevodnice (snimci u periodu izgradnje), omoućuju recikliranje* 60% *zapremine vode u komori, dok se* 40% *zapremine vode uzima iz plovnog kanala* [39].



Slika 8.3: *Tehnički crtež prevodnice sa bezenima za uštedu vode i pratećom opremom* [72].



Slika 8.5: *Funkcionisanje dva bočna bazena za uštedu vode čija je površina jednaka površini komore, a dubina jednaka* 1/4 *početne denivelacije; pri* **pražnjenju** *komore, puni se najpre gornji bazen* (1)*, a zatim, donji bazen* (2)*; polovina ukupne zapremine vode je akumulirana u bazenima, a preostala polovina se ispušta u prilazni kanal* (3)*; pri* **punjenju** *komore, prazni se najpre donji bazen* (4)*, a zatim gornji bazen* (5)*; ostatak vode se upušta u komoru iz uzvodnog prilaznog kanala* (6)*.*

Zapemine „uštеđene" vode $\forall_u$ i „izgubljene" vode $\forall_g$ mogu se ovako odrediti [61]:

$$\forall_u = \Omega\, n_b\, H_p/m = \forall_p\, n_b/m \qquad (m \geq 3) \tag{8.3}$$

$$\forall_g = \Omega\,(m - n_b)\, H_p/m = \forall_p \left(\frac{m - n_b}{m}\right). \tag{8.4}$$

Efikasnost bazena za uštedu vode izražava se odnosom $\forall_u/\forall_p$, pa se na osnovu (8.4) dobijaju rezultati datu u Tabeli 8.1.

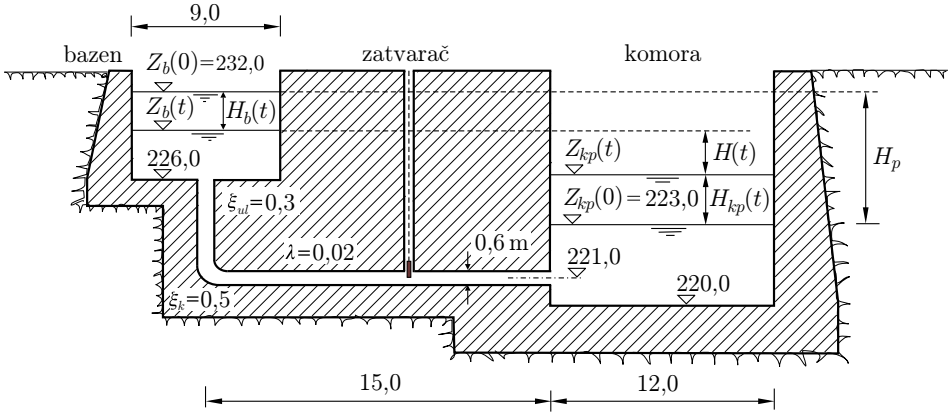
Tabela 8.1: *Efikasnost bazena za uštedu vode.*

n_b	1	2	3	4	5	6
m	3	4	5	6	7	8
$\forall_u/\forall_p$ (%)	33	50	60	67	71	75

Navedeni podaci pokazuju da više od četiri bazena nije ekonomski opravdano, jer ušteda vode više značajno ne raste.

Hidraulički postupci opisani u prethodnim poglavljima mogu se primeniti i za proračun punjenja ili pražnjenja bazena za uštedu vode. Jedan takav proračun, zasnovan na primeni neinercijalnog modela, ilustrovan je sledećim primerom.

■ **Primer 8.2.** Na Slici 8.6 prikazan je presek jedne brodske prevodnice sa bazenom za uštedu vode. Voda se iz bazena, sa početnom kotom 232,0 mnm, upušta u komoru prevodnice podizanjem tablastog zatvarača.



Slika 8.6: *Primer* 8.2: *shematski prikaz bazena za uštedu vode sa nivoima u nekom trenutku t tokom punjenja komore.*

Odrediti do koje će se kote i za koje vreme komora napuniti vodom iz bazena za uštedu pod pretpostavkom linearnog zakona otvaranja zatvarača. Nacrtati nivograme koji pokazuju punjenje komore, odnosno pražnjenje bazena. Koliki je stepen uštede vode kod ove prevodnice?

Ulazni podaci. Komora: $\Omega = 100 \cdot 12 = 1200$ m^2, $\forall_p = 1200{\cdot}9{=}10800$ m^3; Bazen: $\Omega_b = 100 \cdot 9 = 900$ m^2, $\forall_b = 900 \cdot 6 = 5400$ m^3. Dovodna galerija: $D = 0{,}6$ m, $A_g = 0{,}6^2\,\pi/4 = 0{,}28$ m^2; trajanje podizanja zatvarača: 600 s; vrednosti koeficijenta gubitka energije na zatvaraču $\xi_z(n_o)$ date su u Tabeli 8.2.

Rešenje. Koristi se jednostavan neinercijalni model (Poglavlje 3). Sumarna vrednost svih koeficijenata lokalnih i linijskih gubitaka iznosi:

$$\xi_s = 0{,}3 + 0{,}5 + (0{,}02 \cdot 20/0{,}6) + 1{,}0 = 2{,}47.$$

Proračun vrednosti koeficijenta protoka $C_Q(t) = [\xi_s{+}\xi_z(t)]^{-1/2}$ dat je u Tabeli 8.2.

Tabela 8.2: *Primer* 8.2: *vrednosti koeficijenta protoka sistema.*

i	t (s)	n_o (%)	ξ_z (-)	C_Q (-)
1	60	10	190,00	0,072
2	120	20	45,00	0,145
3	180	30	18,00	0,221
4	240	40	8,40	0,303
5	300	50	4,30	0,384
6	360	60	2,20	0,463
7	420	70	1,20	0,522
8	480	80	0,60	0,571
9	540	90	0,30	0,601
10	600	100	0,25	0,607
11	660	100	0,25	0,607

Skica na Slici 8.6 pokazuje da se tokom punjenja komore iz bazena, denivelacija H smanjuje sve dok se kote nivoa u komori i bazenu ne izjednače: $Z_{kp} = Z_b$ $(H = 0)$.

Kota Z_{kp} raste, a kota Z_b opada. Visine u odnosu na početne nivoe: H_{kp} i H_b rastu, pri čemu je u bilo kom trenutku:

$$H_{kp} + H_b + H = H_p \ \ (\text{const}). \tag{8.5}$$

Problem se formuliše po denivelaciji H kao računskoj veličini. Razmatraju se promene navedenih veličina u vremenskom intervalu dt. Zapremina dotekle vode u komoru jednaka je:

$$\bar{Q}\,\mathrm{d}t = C_Q\,A_g\,\sqrt{2g\,H}\,\mathrm{d}t = \Omega\,\mathrm{d}H_{kp}, \tag{8.6}$$

gde je: $\bar{Q}$ – protok osrednjen u intervalu dt, dH_{kp} – promena visine H_{kp}, a H – trenutna denivelacija. Odavde sledi da je:

$$\mathrm{d}H_{kp} = (1/\Omega)\,C_Q\,A_g\,\sqrt{2g\,H}\,\mathrm{d}t = C_1\,C_Q\sqrt{H}\,\mathrm{d}t, \tag{8.7}$$

gde je konstanta $C_1 = A_g\sqrt{2g}/\Omega$.

Promena zapremine u intervalu dt u komori je: $\Omega\ \mathrm{d}H_{kp}$, a u bazenu: $\Omega_b\ \mathrm{d}H_b$. Izjednačavanjem ovih zapremina:

$$\mathrm{d}H_b = \frac{\Omega}{\Omega_b}\,\mathrm{d}H_{kp} \tag{8.8}$$

Diferenciranjem (8.5): $\mathrm{d}H_{kp}+\mathrm{d}H_b+\mathrm{d}H=0$, dolazi se do nove jednakosti:

$$\mathrm{d}H_b = -\mathrm{d}H_{kp} - \mathrm{d}H, \tag{8.9}$$

pa se izjednačavanjem (8.8) i (8.9) eliminiše promenljiva $\mathrm{d}H_b$ i dobija:

$$\frac{\Omega}{\Omega_b}\,\mathrm{d}H_{kp} = -\mathrm{d}H_{kp} - \mathrm{d}H \quad \Rightarrow \quad \mathrm{d}H_{kp} = -C_2\,\mathrm{d}H. \tag{8.10}$$

gde je: $C_2 = \Omega_b/(\Omega + \Omega_b)$. Kombinacijom izraza (8.7) i (8.10) eliminiše se promenljiva $\mathrm{d}H_{pk}$ i ostaje samo jednačina po nepoznatoj H:

$$\frac{\mathrm{d}H(t)}{\mathrm{d}t} = -C\ C_Q(t)\,\sqrt{H(t)}, \tag{8.11}$$

gde je konstanta: $C = C_1/C_2$.

Diferencijalna jednačina (8.11), sa početnim uslovima: $H(0) = H_p$, i $C_Q(0) = 0$ rešava se Poboljšanom Ojlerovom metodom i rezultati su prikazani u Tabeli 8.3.

Na osnovu poznate denivelacije, računaju se promene nivoa u komori i bazenu za uštedu vode:

$$H_{kp}(t) = H_b(t) = C_2\,(H_p - H(t)), \tag{8.12}$$

odnosno, odgovarajuće kote nivoa:

$$Z_{kp}(t) = Z_{kp}(0) + H_{kp}(t) = 223,0 + H_{kp}(t), \tag{8.13}$$

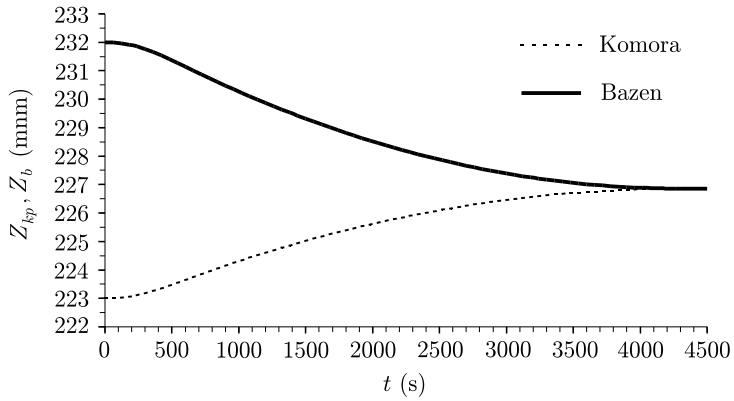
$$Z_b\,(t) = Z_b(0) - H_b(t) = 232,0 - H_b(t). \tag{8.14}$$

Iz Tabele 8.3 se može zaključiti da se nivoi u komori i bazenu praktično izjednačavaju na koti 226,857 mnm (0,857 m iznad dna bezena), u trenutku $T = 4305$ s (72 min) nakon početka podizanja zatvarača.

Nivogrami punjenja komore i pražnjenja bazena prikazni su na Slici 8.7. Teorijski stepen uštede vode ovog bazena iznosi: $\forall_u/\forall_p = 5400/10800 = 0,5$ (50%).

Tabela 8.3: *Primer* 8.2: *proračun punjenja prevodnice iz bazena.*

t_i (s)	H_i (m)	F_i (m/s)	Q_i (m^3/s)	Δt (s)	t_{i+1} (s)	H'_{i+1} (m)	F'_{i+1} (m/s)	dH (m)	H_{i+1} (m)	Z_{kp} (mnm)	Z_b (mnm)
0	9,000	0,0000	0,000	60	60	9,000	-0,0005	-0,016	8,984	223,000	232,000
60	8,984	-0,0005	0,271	60	120	8,953	-0,0011	-0,048	8,937	223,007	231,991
120	8,937	-0,0011	0,543	60	180	8,873	-0,0016	-0,080	8,857	223,027	231,964
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
780	6,786	-0,0038	1,979	60	840	6,555	-0,0038	-0,229	6,557	223,949	230,735
840	6,557	-0,0038	1,946	60	900	6,330	-0,0037	-0,225	6,332	224,047	230,604
900	6,332	-0,0037	1,912	60	960	6,109	-0,0037	-0,221	6,111	224,143	230,475
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4305	0,000	0,0000	0,016	7,5	4312,5	0,000	0,0000	0,000	0,000	**226,857**	**226,857**



Slika 8.7: *Primer* 8.2: *nivogrami punjenja komore i pražnjenja bazena.*

Poglavlje 9

Posebna hidraulička razmatranja

U ovom poglavlju razmotriće se specifična problematika brodskih prevodnica, prisutna naročito kod prevodnica na velikim denivelacijama. Počinje se procenom linijskih gubitaka energije izazvanih trenjem u galerijama. Zatim se razmatra slučaj incidentnih situacija praćenih naglim zatvaranjem/otvaranjem zatvarača, koje dovodi do naglih promena protoka, brzine i pritiska, što se opisuje terminom „vodni udar". Vrlo važan problem kod galerija pod pritiskom je i mogućnost pojave kavitacije u zoni zatvarača. Zato je aktuelno razmatranje načina kako da se opasnost od ove neželjene pojave smanji ili potpuno izbegne.

9.1 Linijski gubici u galerijama

Iz elementarne hidraulike je poznato da se sniženje pijezometarske visine usled trenja u cevi pod pritiskom računa pomoću Darsi-Vajsbahove (Darcy-Weisbach) formule [35, 45, 76]:

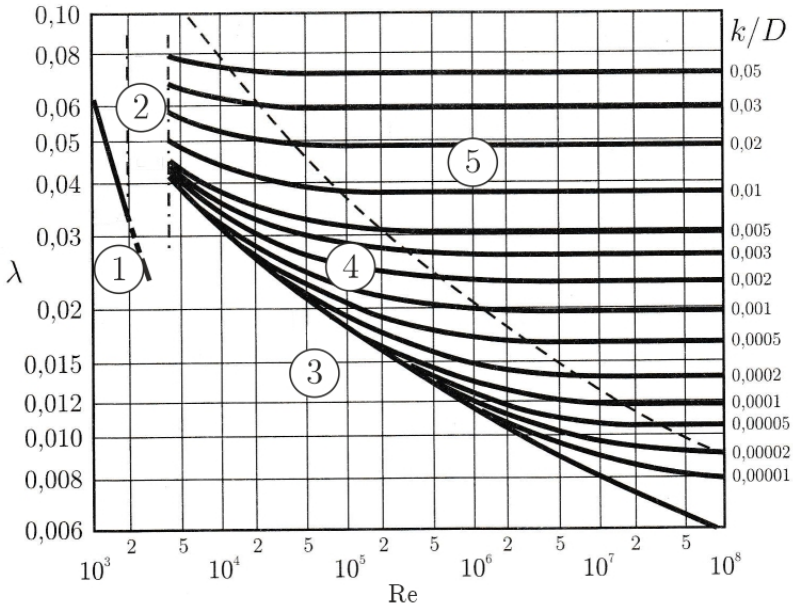
$$\Delta\Pi = \frac{\Delta p}{\rho\, g} = \lambda\, \frac{L}{D_g}\, \frac{V^2}{2g}, \tag{9.1}$$

gde je: Π – pijezometarksa visina, p – pritisak, V – brzina u galeriji prečnika D_g i dužine L, λ – Darci-Vajzbahov koeficijent trenja, ρ – gustina fluida, a g – gravitaciono ubrzanje.

Vrednost λ zavisi od: vrste fluida (sa kinematskim koeficijentom viskoznosti ν), hidrauličkog stanja (opisanog brzinom V ili protokom Q), kao i od karakteristika provodnika (opisanih prečnikom D_g i apsolutnom, tzv. „evivalentnom peščanom" rapavošću k).

U opštem obliku, ova zavisnost se predstavlja izrazom: $\lambda = \lambda(k/D_g, \mathrm{Re})$, gde je $\mathrm{Re} = D_g\, V/\nu$ – bezdimenzioni Rejnoldsov (Reynolds) broj. Grafički prikaz je dat na Slici 9.1. Može se uočiti nekoliko hidraulički karakterističnih oblasti. Oblast laminarnog tečenja (za koju važi: $\lambda = 64/\mathrm{Re}$) nije od značaja kada su u pitanju galerije prevodnica.

Od interesa su samo oblasti turbulentnog tečenja u hidraulički rapavim provodnicima i prelazna oblast između glatkih i rapavih provodnika (Re>2100).



Slika 9.1: *Mudijev (Moody) dijagram za određivanje vrednosti Darsi-Vajsbahovog koeficijenta trenja;* $1-$ *laminarno tečenje;* $2-$ *prelaz iz laminarnog u turbulentno tečenje;* $3-$ *turbulentno tečenje po hidraulički glatkom provodniku;* $4-$ *prelazna oblast između hidrualički glatkih i rapavih provodnika;* $5-$ *turbulentno tečenje u rapavim provodnicima* [45].

U oblasti hidraulički rapavih provodnika koristi se redukovani Kolbruk-Uajtov (Colebrook-White) empirijski obrazac [35, 45]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1{,}14 - 2\log\left(\frac{k}{D_g}\right) = -2\log\left(\frac{k}{3{,}71\,D_g}\right). \tag{9.2}$$

Rešavanjem ove jednačine dobija se vrednost koeficijenta trenja λ.

U prelaznoj oblasti između hidraulički glatkih i rapavih provodnika koristi se kompletan Kolbruk-Uajtov obrazac [35, 45]:

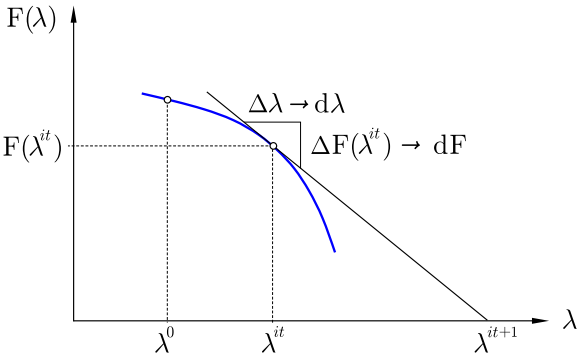
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1{,}14 - 2\log\left(\frac{k}{D_g} + \frac{9{,}35}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right) = -2\log\left(\frac{k}{3{,}71\,D_g} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right). \tag{9.3}$$

Nelinearna jednačina (9.3) se ne može direktno rešiti po λ, već se mora iterativno rešavati. Ovde će se primeniti metoda Njutn-Rafsona za određivanje nule funkcije $F(\lambda) = 0$.

Kao što je ranije već pokazano, iterativni postupak se definiše izrazom [52, 77, 80]:

$$\lambda^{it+1} = \lambda^{it} - \frac{F(\lambda^{it})}{\dfrac{\mathrm{d}F(\lambda^{it})}{\mathrm{d}\lambda}}, \tag{9.4}$$

gde je it – oznaka broja iteracije. Grafička interpretacija je data na Slici 9.2.



Slika 9.2: *Metoda Njutn-Rafsona je tangentna metoda, a izraz* (9.4) *proizilazi iz sličnosti trouglova na skici.*

U zavisnosti koji oblik funkcije (9.3) se koristi, mogu se izvesti ovi izrazi:

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\lambda} = \begin{cases} -\dfrac{1}{2\lambda\sqrt{\lambda}} - \dfrac{9{,}35}{2{,}3\,\lambda\sqrt{\lambda}\,\mathrm{Re}\left(\dfrac{k}{D_g} + \dfrac{9{,}35}{\mathrm{Re}\,\sqrt{\lambda}}\right)} \\ -\dfrac{1}{2\lambda\sqrt{\lambda}} - \dfrac{2{,}51}{2{,}3\,\lambda\sqrt{\lambda}\,\mathrm{Re}\left(\dfrac{k}{3{,}71\,D_g} + \dfrac{2{,}51}{\mathrm{Re}\,\sqrt{\lambda}}\right)}. \end{cases} \tag{9.5}$$

Za galerije prevodnica od betona, apsolutna rapavost je: $k = 0{,}3 \div 9$ mm [31]. Ako im je poprečni presek pravougaoni/kvadratni, u izrazima (9.2)–(9.5) prečnik D_g treba zameniti veličinom $4\,R_g$, gde je R_g – hidraulički radijus (Tabela 9.1). Podrazumeva se da se ova izmena odnosi i na Rejnoldsov broj: $\mathrm{Re} = V(4R_g)/\nu$.

Tabela 9.1: *Geometrijski elementi poprečnog preseka galerija.*

Oblik	Dimenzije: prečnik/stranice	Površina A_g (m^2)	Okvašeni obim O_g (m)	Hidraulički radijus $R_g = A_g/O_g$ (m)
kružni	D_g	$D_g^2\,\pi/4$	$D_g\,\pi$	$D_g/4$
kvadratni	$b_g \times b_g$	b_g^2	$4\,b_g$	$b_g/4$
pravougaoni	$b_g \times h_g$	$b_g\,h_g$	$2(b_g + h_g)$	$b_g\,h_g/2(b_g + h_g)$

Za proračun je neophodan kriterijum da li uticaj viskoznosti (Rejnoldsovog broja) treba uzeti u obzir? Drugim rečima, da li se radi o oblasti 4 ili oblasti 5 (koje su razgraničene isprekidanom linijom) na Slici 9.1? U literaturi [35] navedena je približna granica između ove dve oblasti:

$$\frac{V\sqrt{\lambda/8}}{\nu}\,k = 100. \tag{9.6}$$

Algoritam proračuna[1]:

1. Učitati ulazne podatke: D_g (ili b_g, h_g), V (ili Q), k, ν, L.
2. Sračunati vrednost Re; ako je Re>2100, tečenje je turbulentno.
3. Sračunati relativnu rapavost: k/D_g ili $k/(4\,R_g)$.
4. Pretpostavljajući rapav provodnik, pomoću (9.2) odrediti vrednost λ^0.
5. Ako je vrednost izraza (9.6) veća od 100, λ^0 je konačno rešenje.
6. Ako je navedena vrednost manja od 100, u pitanju je prelazna oblast, jednačina (9.3) se rešava po λ iterativno, primenjujući izraz (9.4).
7. Sa poznatom vrednošću λ, gubitak na trenje se računa pomoću (9.1).

■ **Primer 9.1.** Sračunati vrednosti koeficijenta trenja λ za galeriju prevodnice iz Primera 4.1, ako su dati sledeći podaci: galerija je od betona apsolutne rapavosti $k = 1$ mm, kvadratnog poprečnog preseka dimenzija: 3,18 m $\times$ 3,18 m i dužine 180 m; protoci: 5, 20, 50 i 100 m$^3/s$; gustina vode: 1000 kg/m^3, kinematska viskoznost: $1{,}13 \times 10^{-6}$ m^2/s. Utvrditi pad pijezometarske visine ($\Delta\Pi$) i pritiska (Δp) na nizvodnom kraju galerije. Sračunati veličinu tangencijalnog napona u galeriji:

$$\tau_o = C_\tau\,\frac{1}{2}\,\rho\,V^2 = \left(\frac{\lambda}{4}\right)\,\frac{1}{2}\,\rho\,V^2. \tag{9.7}$$

Rešenje. Rezultati proračuna dati su u Tabeli 9.2

Tabela 9.2: *Primer* 9.1: *rezultati proračuna.*

Q (m^3/s)	Re (-)	λ (-)	$\Delta\Pi$ (m)	Δp (kPa)	τ_o (kPa)	Režim tečenja
5	1390210	0,0156	0,011	0,11	0,0005	prelazna oblast
20	5560838	0,0152	0,172	1,68	0,0074	prelazna oblast
50	13902096	0,0151	1,064	10,43	0,0461	rapava cev
100	27804192	0,0151	4,254	41,73	0,1843	rapava cev

Vrednosti λ se menjaju samo u prelaznoj oblasti. Ne zavise od protoka u oblasti turublentnog tečenja po rapavoj podlozi, pa se u praksi obično pretpostavlja da je vrednost $\lambda = \text{const}$.

[1] Softver DW

Veza između koeficijenata Darsi-Vajsbaha i Maninga ima oblik:

$$\lambda = \frac{8\,g\,n^2}{R_g^{1/3}}, \tag{9.8}$$

a aproksimativna veza između Maningovog koeficijenta i apsolutne rapavosti je:

$$n = \frac{k^{1/6}}{26}, \tag{9.9}$$

u kojoj se, zbog dimenzione ispravnosti, vrednost k unosi u metrima. Za provodnike od betona je: $n = 0,011 \div 0,015$ m$^{-1/3}$s [31, 45]. Iz hidraulike je poznato da Maningov koeficijent trenja primenljiv za izrazito turbulentne tokove (tzv. „oblast kvadratnog zakona otpora").

■ **Primer 9.2.** Odrediti vrednost Maningovog koeficijenta n koja odgovara vrednosti λ iz Primera 9.1.

Rešenje. $R_g = 0{,}95$ m. Iz (9.8): $n = 0{,}0137$ m$^{-1/3}$s; iz (9.9): $n = 0{,}012$ m$^{-1/3}$s.

9.2 Vodni udar

9.2.1 Elementarni proračun

Poznato je da manevri zatvaračem u dovodima pod pritiskom izazivaju poremećaj u strujnom polju u vidu naizmeničnog prostiranja talasa pritiska, što je poznato kao „vodni udar" [87]. Što je manevar zatvarača brži, maksimalna amplituda oscilujućeg pritiska je veća. U načelu, pored vremena zatvaranja/otvaranja zatvarača, promene pritiska zavise i od početne brzine toka i početnog pritiska u provodniku (cevi, galeriji), kao i od karakteristika tog provodnika (dužine, prečnika, debljine zida i elastičnosti materijala od koga je izrađen).

U zavisnosti od trajanja, zatvaranje/otvaranje zatvarača može biti naglo ili postepeno. Kada se razmatra galerija prevodnice uzvodno od zatvarača, kriterijum je vreme potrebno talasu pritiska da prevali put od zatvarača do prilaznog kanala i nazad. Ako je c – konstantna brzina prostiranja talasa pritiska, a L – razmatrana dužina galerije, vreme putovanja je: $t_c = 2\,L/c$. Ako je trajanje zatvaranja ili otvaranja zatvarača: $t_z \le t_c$, ono je naglo, a ako je: $t_z > t_c$, ono je postepeno.

Brzina prostiranja talasa pritiska je [61, 90]:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho\left(\dfrac{1}{\mathrm{K}} + \dfrac{D_g}{\delta\,\mathrm{E}}\right)}} = \sqrt{\frac{\mathrm{K}/\rho}{1 + \dfrac{\mathrm{K}\,D_g}{\delta\,\mathrm{E}}}}, \tag{9.10}$$

gde su karakteristike fluida: K – modul stišljivosti i ρ – gustina, a karakteristike provodnika: E – modul elastičnosti materijala, D_g – prečnik i δ – debljina zida. (Kod galerija pravouganog poprečnog preseka, D_g zameniti sa $4R_g$.)

Za vodu je brzina talasa reda veličine $c = 1000$ m/s.

Ako se u izrazu na desnoj strani zadrži samo član $\sqrt{K/\rho}$, pretpostavlja se da je cev *kruta*, a da prečnik, debljina i modul elastičnosti nisu od uticaja. Kod *elastičnih* cevi (kompletna formula (9.10)), vrednost Jangovog (Young) modula elastičnosti gvozdenih i čeličnih cevi iznosi: $\mathrm{E} = 1{,}6 \div 1{,}9 \times 10^8$ (kPa), a kod armiranog betona (sa pukotinama): $\mathrm{E} = 10 \times 10^6$ (kPa). Tipična vrednost modula stišljivosti za vodu na 20^oC iznosi: $\mathrm{K} = 2{,}18 \times 10^6$ (kPa).

Naglo zatvaranje zatvarača ($t_z \leq t_c$). Najveća promena pritiska računa se pomoću formule Rankina (Rankine, 1870) i Žukovskog (Joukowski, 1898) [61]:

$$\Delta p = \rho\, c\, V_o, \tag{9.11}$$

gde je: V_o – brzina toka u trenutku početka zatvaranja zatvarača. Odgovarajuća promena pijezometarske visine u horizontalnoj galeriji je:

$$\Delta\Pi = \frac{\Delta p}{\rho\, g} = \frac{c\, V_o}{g}. \tag{9.12}$$

Postepeno zatvaranje zatvarača ($t_z > t_c$). U ovom slučaju se može primeniti formula Alievija (Allievi, 1920) [61]:

$$N = \frac{\rho\, L\, V_o}{p_o\, t_z}, \tag{9.13}$$

$$\Delta p = p_o \left(\frac{N}{2} + \sqrt{\frac{N^2}{4} + N} \right) \tag{9.14}$$

gde je: p_o – početni (hidrostatički) pritisak pre zatvaranja zatvarača.

Usled izuzetno velike brzine poremećaja pritiska c, karakteristično vreme putovanja t_c je jako kratko. Kako su zatvarači u prevodnicama inertni mehanizmi, trajanje njihovog zatvaranja nikako ne može biti kraće od vremena t_c, što znači da je kod prevodnica uvek slučaj postepenog zatvaranja/otvaranja zatvarača.

■ **Primer 9.3.** Sračunati promenu pritiska pri zatvaranju zatvarača koje traje $t_z = 180$ s (3 min), ako su dati sledeći podaci: $L = 100$ m; $D_g = 2{,}5$ m; $\delta = 1$ m; $\mathrm{E} = 10 \times 10^6$ kPa; $\mathrm{K} = 2{,}18 \times 10^6$ kPa; $\rho = 1000$ kg/m^3. Početno stanje: brzina $V_o = 1{,}5$ m/s, pritisak $p/(\rho\, g) = 20$ m.

Rešenje. Primenom izraza (9.10) dobija se: $c = 1188$ m/s. Karakteristično vreme putovanja je: $t_c = 0,17 << 180\ s$, pa se može primeniti obrazac (9.14) za postepeno zatvaranje zatvarača: $N = 0{,}0043$, $\Delta p = 13{,}28$ kPa, $\Delta p/(\rho\, g) = 1{,}35$ m. Sledi:

$$\left(\frac{\Delta p}{\rho\, g}\right)_{\max} = p_o + \Delta p = 21{,}35 \text{ m}; \qquad \left(\frac{\Delta p}{\rho\, g}\right)_{\min} = p_o - \Delta p = 18{,}65 \text{ m}.$$

Najmanja vrednost $\Delta p/(\rho\, g)$ je od značaja jer ukazuje na opasnost od kavitacije– neželjene pojave koja će se kasnije detaljnije razmatrati. Ova pojava nastaje kada pritisak teorijski padne na $\Delta p/(\rho\, g) = -10$ m, a praktično na -6 do -7 m.

9.2.2 Numeričko modeliranje

U hidraulici tokova pod pritiskom često se koriste termini „prelazno stanje" (eng. *transient state*) ili „prelazni režim". Ovi termini označavaju period neustaljenog (nestacionarnog) stanja, između dva ustaljena (stacionarna) stanja. Kao što je u trećem poglavlju već rečeno, prelazni režimi tečenja u provodnicima pod pritiskom imaju dva pristupa izučavanja.

(a) Pristup „sjedinjenog" sistema (eng. *lumped-system approach*), ili „model krutog vodenog stuba", podrazumeva da je provodnik (galerija) od krutog materijala, da je fluid nestišljiv i da je brzina u bilo kom trenutku ista po celoj dužini provodnika. Sve varijable su isključivo funkcija vremena. Već smo videli da se ovakav sistem opisuje *običnim* diferencijalnim jednačinama.

(b) Pristup „podeljenog" sistema (eng. *distributed-system approach*) podrazumeva da je provodnik od krutog, ili blago deformabilnog materijala, da je fluid blago nestišljiv i da se sve varijable menjaju i po vremenu i duž provodnika. Ovakav sistem opisuju *parcijalne* diferencijalne jednačine.

Osnovne jednačine. Primenjujući pristup pod (b), uz pretpostavku da se gubitak energije/pritiska usled trenja može opisati na isti način kao kod ustaljenog tečenje, osnovne jednačine neustaljenog tečenja pod pritiskom – jednačina kontinuiteta i dinamička jednačina, imaju ovakav oblik [82, 90]:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial \Pi}{\partial t} + \frac{c^2}{g\, A_g}\,\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \\ &\frac{\partial Q}{\partial t} + g A_g\,\frac{\partial \Pi}{\partial x} + C_F\, Q|Q| = 0 \end{aligned}} \tag{9.15}$$

gde je: C_F konstanta vezana za trenje (npr. za kružne cevi: $C_F = \lambda/(2\, D_g A_g)$, dok je c – brzina talasa pritiska. Podsetimo se, ponovo, da je:

$$c = \begin{cases} \sqrt{\mathrm{K}/\rho} & \text{- kruta cev} \\ \sqrt{\dfrac{\mathrm{K}/\rho}{1 + (\mathrm{K}\, D_g)/(\delta\, \mathrm{E})}} & \text{- blago deformabilna cev.} \end{cases}$$

Navedene jednačine opisuju pojavu neustaljenog tečenja u galeriji izazvanog postepenim ili naglim manevrom zatvarača, trajanja t_z. Zavisno promenljive su funkcije vremena i položaja: $Q = Q(t, x)$ i $\Pi = \Pi(t, x)$, pri čemu je: $\Pi = p/(\rho\, g)$.

Računska metoda. Najjednostavnija numerička metoda za rešavanje sistema jednačina (9.15) je *metoda karakteristika* [82, 90]. Podsetimo se suštine ove metode. Prva jednačina sistema (9.15) se množi nepoznatim faktorom λ_* i sabere sa drugom jednačinom:

$$\left[\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\lambda_* c^2}{g A_g}\,\frac{\partial Q}{\partial x}\right] + \lambda_* \left[\frac{\partial \Pi}{\partial t} + \frac{g A_g}{\lambda_*}\,\frac{\partial \Pi}{\partial x}\right] + C_F\, Q|Q| = 0. \tag{9.16}$$

S druge strane, totalni izvodi funkcija $Q(t,x)$ i $\Pi(t,x)$ su:

$$\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial \Pi}{\partial t} + \frac{\partial \Pi}{\partial x}\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \tag{9.17}$$

$$\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x}\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}. \tag{9.18}$$

Uporediti izraze (9.17) i (9.18) sa članovima u zagradama izraza (9.16). Ako se faktor λ_* izabere tako da bude zadovoljen uslov:

$$\frac{\lambda_* c^2}{g A_g} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{g A_g}{\lambda_*}, \tag{9.19}$$

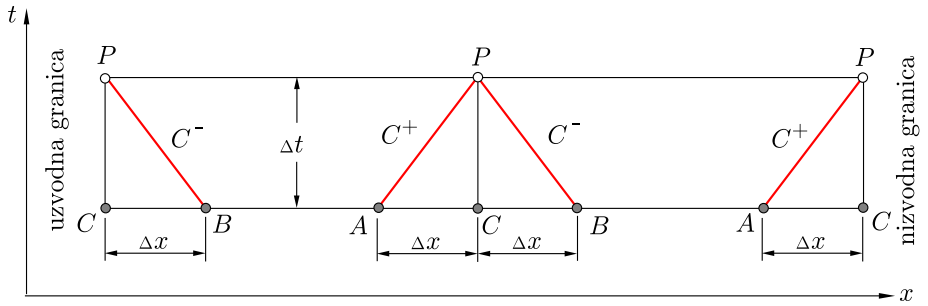
onda je desna strana jednačine (9.18) jednaka prvom članu u zagradama na levoj strani jednačine (9.16), a desna strana (9.17) je jednaka drugom članu u zagradama na levoj strani jednačine (9.16). Iz uslova (9.19) sledi:

$$\lambda_* = \pm\frac{g A_g}{c} \quad \text{i} \quad \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \pm c. \tag{9.20}$$

Sa faktorom λ_* definisanim u (9.20), jednačina (9.16) se, eliminacijom nezavisno promenljive x, transformiše u sistem *običnih diferencijalnih jednačina* po vremenu. Taj sistem je u obliku:

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} + \frac{g A_g}{c}\,\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}t} + C_F\, Q|Q| = 0, \quad \text{ako je:}\ \ \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = +c, \\ &\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} - \frac{g A_g}{c}\,\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}t} + C_F\, Q|Q| = 0, \quad \text{ako je:}\ \ \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -c. \end{aligned}} \tag{9.21}$$

Prelazak sa parcijalnih diferencijalnih jednačina, koje važe u svakoj tački oblasti (x,t), uvodi jedno bitno ograničenje, a to je da je uslov: $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = \pm c$, koji opisuje dve prave linije AP i BP na Slici 9.3, koje se, kao što smo videli ranije, zovu „pozitivna karakteristika" (C^+) i „negativna karakteristika" (C^-).



Slika 9.3: *Računska mreža u metodi karakteristika: tačke A, B, C su računski čvorovi mreže, određeni konačnim priraštajima Δx i Δt; u tačkama A i B (kao i C) poznate su vrednosti promenljivih (Q_A, Π_A, Q_B, Π_B). Traže se vrednosti u tački P: Q_P i Π_P.*

Integracija duž karakteristika:

$$\int_A^P \mathrm{d}Q + \frac{g\,A_g}{c} \int_A^P \mathrm{d}\Pi + C_F \int_A^P Q|Q|\mathrm{d}t \;=\; 0 \tag{9.22}$$

$$\int_B^P \mathrm{d}Q - \frac{g\,A_g}{c} \int_B^P \mathrm{d}\Pi + C_F \int_B^P Q|Q|\mathrm{d}t \;=\; 0. \tag{9.23}$$

zahteva da se član trenja aproksimira tako što se za karakteristiku C^+ koristi vrednost Q iz tačke A, a za negativnu karakteristiku C^-, vrednosti Q iz tačke B. Tada se prethodne jednačine svode na izraze:

$$\boxed{\begin{aligned} Q_P - Q_A + \frac{g\,A_g}{c}\,(\Pi_P - \Pi_A) + C_F\,Q_A|Q_A|\Delta t \;&=\; 0, \\ Q_P - Q_B - \frac{g\,A_g}{c}\,(\Pi_P - \Pi_B) + C_F\,Q_B|Q_B|\Delta t \;&=\; 0. \end{aligned}} \tag{9.24}$$

U računu se razdvajaju poznate od nepoznatih veličina:

$$Q_P \;=\; C_{poz} - C_a\,\Pi_P \tag{9.25}$$

$$Q_P \;=\; C_{neg} + C_a\,\Pi_P \tag{9.26}$$

gde je:

$$C_{poz} \;=\; Q_A + C_a\,\Pi_A - C_F\,Q_A|Q_A|\Delta t \tag{9.27}$$

$$C_{neg} \;=\; Q_B - C_a\,\Pi_B - C_F\,Q_B|Q_B|\Delta t \tag{9.28}$$

i konstanta $C_a = g\,A_g/c$.

Provodnik pod pritiskom – galerija prevodnice, deli se na proizvoljan broj segmenata. Krajevi segmenata predstavljaju računske čvorove. Čvorovi na krajevima galerije su „granični" čvorovi, u kojima se zadaju granični uslovi. Svi ostali čvorovi su „unutrašnji". Da bi se proračun započeo u trenutku $t = t_o$, zadaju se početni uslovi – vrednosti protoka i pijezometarske kote u svim unutrašnjim čvorovima.

Proračun podrazumeva da se pomoću jednačina (9.25)–(9.26) računaju vrednosti Q i Π u svim unutrašnim čvorovima u trenutku $t + \Delta t$. Na granicama međutim, postoji samo jedna jednačina (a dve su nepoznate); na uzvodnoj granici to je jednačina negativne karakteristike (9.26), a na nizvodnoj granici, pozitivne karakteristike (9.25), kao što je prikazano na Slici 9.3. Nedostajuće jednačine na granicama se definišu graničnim uslovima:

• *Uzvodni granični uslov*: prilazni kanal. Kako je zapremina vode u uzvodnom prilaznom kanalu mnogostruko veća od zapremine komore, prilazni kanal deluje kao rezervoar sa konstantnim nivoom, tj. Π kotom. Granični uslov je u obliku: $\Pi_P = \Pi_r$, gde je Π_r zadata konstantna vrednost. Protok se računa iz jednačine negativne karakteristike (9.26).

• *Nizvodni granični uslov*: zatvarač. Definiše se preko jedne od dve zavisno promenljive, Q ili Π. Na primer, kota Π se može odrediti na osnovu izraza za isticajni protok kod zatvarača:

$$Q_o = C_{Q,o}\, A_g \sqrt{2g\,\Pi_o} \tag{9.29}$$

$$Q_P = C_{Q,P}\, A_{g,P} \sqrt{2g\,\Pi_P}, \tag{9.30}$$

gde je: Q_o – protok u trenutku $t = t_o$, pri ustaljenom (stacionarnom) stanju, Q_P – protok u prelaznom (nestacionarnom) režimu, Π_o, Π_P – odgovarajuće pijezometarske kote, $C_{Q,o}$ i A_g su koeficijent protoka i površina isticajnog preseka u početnom, ustaljenom stanju, a $C_{Q,P}$ i $A_{g,P}$ su koeficijent protoka i isticajna površina u bilo kom trenutku prelaznog režima.

Deljenjem (9.30) sa (9.29) sledi:

$$\frac{Q_P}{Q_o} = \frac{C_{Q,P}\, A_{g,P}}{C_{Q,o}\, A_g} \sqrt{\frac{\Pi_P}{\Pi_o}} = rso \sqrt{\frac{\Pi_P}{\Pi_o}}, \tag{9.31}$$

gde je rso – relativni stepen otvorenosti zatvarača. U slučaju zatvaranja zatvarača, u početnom trenutku ($t = t_o$) je: $rso = 1$ ($A_{g,P} = A_g$, $C_{Q,P} = C_{Q,o}$), a na kraju ($t \geq t_z$) $rso = 0$ ($A_{g,P} = 0$). U periodu $t_o < t < t_z$, vrednost rso se računa interpolacijom na osnovu zadatog zakona zatvaranja/otvaranja zatvarača.

Ako se manevar zatvarača obavlja konstantnom brzinom, vrednost rso se dobija linearnom interpolacijom (kod zatvaranja $1 > rso > 0$).

Na osnovu (9.31) je: $Q_P^2 = (rso\ Q_o)^2\,\Pi_P/\Pi_o$. Kada se u ovom izrazu promenljiva Π_P eliminiše pomoću jednačine C^+ (9.25):

$$\Pi_P = (C_{poz} - Q_P)/C_a, \tag{9.32}$$

dolazi se do kvadratne jednačine oblika:

$$Q_P^2 + \beta\, Q_P - \beta\, C_{poz} = 0, \tag{9.33}$$

gde je: $\beta = (rso\ Q_o)^2/(C_a\,\Pi_o)$.

Pozitivan koren jednačine (9.33) je:

$$Q_P = \frac{1}{2}\left(-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\,\beta\, C_{poz}}\right). \tag{9.34}$$

Sa poznatom vrednošću protoka Q_P, pijezometarska kota se lako dobija iz (9.25).

• *Uslov stabilnosti.* Podsetimo se Kurantovog uslova stabilnosti kod metode karakteristika (4.79), koji kaže da je za stabilnost proračuna neophodno da stvarna apsolutna brzina toka ne bude veća od računske brzine [90, 102]:

$$\mathrm{Cr} = \frac{|V| \pm c}{\Delta x/\Delta t} \leq 1.$$

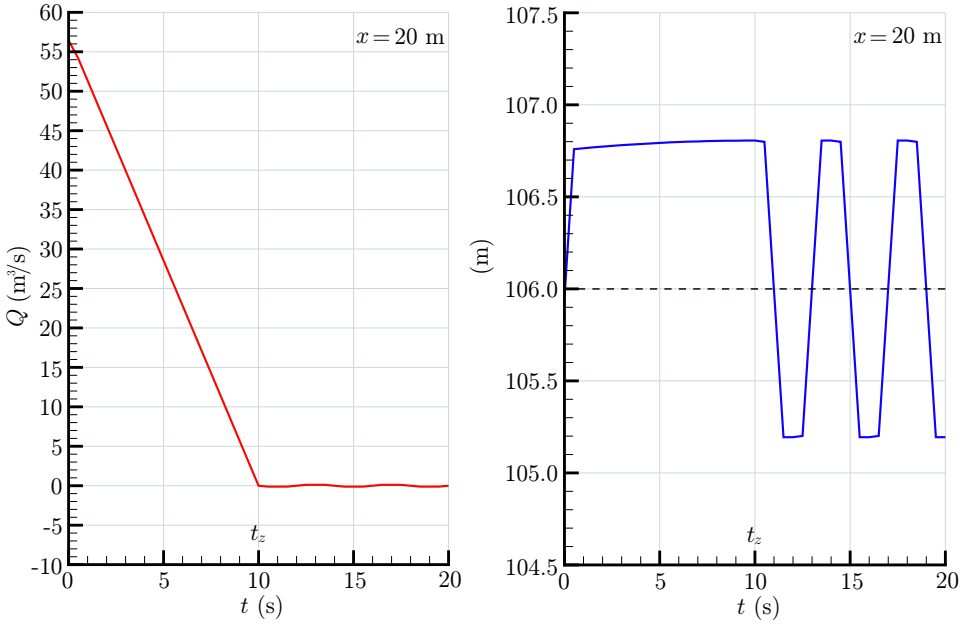
Ako se usvoji granična vrednost Kurantovog broja: $\mathrm{Cr} = 1$ i zanemari brzina V u odnosu na brzinu c ($c >> |V|$), sledi: $\Delta t = \Delta x/c$, gde je Δx – usvojena vrednost prostornog koraka.

■ **Primer 9.4.** Prilikom punjenja brodske prevodnice iz Primera 4.1, pet minuta nakon početka punjenja došlo je do havarije plovila u komori, zbog čega je izvršeno naglo zatvaranje zatvarača. Sračunati hidraulički poremećaj koji je tada nastao u dovodnoj galeriji. Rezultate prikazati za presek dovodne galerije $x = 20$ m.

Podaci: poprečni presek galerije je kvadratni, 3,8 m × 3,8 m, a njena dužina od ulaza do zatvarača, 40 m. Π kota u uzvodnom prilaznom kanalu: 106,0 mnm. U trenutku početka zatvaranja (do tada potpuno otvorenog) zatvarača: $Q = 56{,}44$ m^3/s, $\Pi(x = 20) = 105{,}95$ mnm. Zatvarač je naglo spušten u roku od $t_z = 10$ s ($\lambda = 0{,}012$, $c = 1000$ m/s.)

Rešenje. Rezultati proračuna[2] za prvih 20 s od početka naglog spuštanja zatvarača prikazani su na Slici 9.4. Nakon zatvaranja zatvarača Π kote osciluju oko ± 0,85 m u odnosu na prvobitnu Π kotu. Perioda oscilovanja iznosi 4 s. Oscilatoran proces nije neograničen, već ga koči i na kraju zaustavlja trenje.

[2]Softver VU



Slika 9.4: *Primer* 9.4: *rezultati proračuna vodnog udara.*

9.3 Kavitacija

Kavitacija je fizička pojava koja nastaje u hidrotehničkim objektima kada se, usled velike brzine toka, lokalni apsolutni pritisak u fluidu snizi do vrednosti pritiska vodene pare. Pritisak vodene pare zavisi od temperature; na 20°C, iznosi 2,2 kPa, a na 25°C, 3,5 kPa [19]. Uprošćeno se može reći da je kavitacija ključanje vode na normalnoj termperaturi, pri pritisku koji je niži od atmosferskog.

Kavitaciju karakteriše formiranje, prenos i kolaps mehurića vodene pare. Naime, ovi mehurići, formirani u oblasti niskog pritiska, nošeni tokom dospevaju u oblasti strujnog polja sa većim pritiskom, gde dolazi do njihovog burnog kolapsa – „gašenja" u vidu implozije. Sile koje se javljaju pri imploziji imaju razarajuće dejstvo na betonske zidove provodnika i opremu i izazivaju *kavitacionu eroziju*. Ovu pojavu prate zvučni efekti u vidu prasaka ili šuma kotrljajućeg šljunka, kao i vibracije koje nepovoljno deluju na konstrukciju i opremu objekta.

Najčešće je kavitacija posledica hidraulički nepovoljno oblikovanog provodnika kroz koji se voda kreće velikom brzinom. Nepovoljno oblikovane provodnike najčešće karakterišu nagla zakrivljenja ili skokoviti prelomi konture, gde nastaje odvajanje strujnica. Tipični primeri su: nagla proširenja/suženja, oštre krivine, niše i tela zatvarača, račve i dr. Kavitacijom u raznim tipovima hidrotehničkih objekata bavi se brojna literatura, npr. [19, 58, 84, 88]. U slučaju prevodnica, opasnost od kavitacije je prisutna naročito kod onih sa padom od preko desetak metara.

Procena položaja oblasti niskog pritiska i potencijalne ugroženosti od kavitacije, kao i predlog mera za njeno neutralisanje predstavlja bitan element u projektovanju prevodnica. Mere za smanjenje opasnosti od kavitacije uključuju:

- kod novoprojektovanih objekata, hidrauličko oblikovanje galerija;
- kod postojećih objekata, korekciju geometrije u cilju lokalnog povećanja pritiska;
- uvođenje vazduha u oblasti niskog pritiska;
- oblaganje galerija materijalima koji su otporniji na kavitacionu eroziju;
- uvođenje eksploatacionih ograničenja.

Problemi kavitacije se tradicionalno izučavaju i rešavaju pomoću fizičkih modela, kako za projektovane objekte, tako i za objekte u eksploataciji kod kojih je uočena pojava erozije materijala i/ili vibracija, pa je potrebna sanacija. Kao radni fluidi na kavitacionim modelima se koriste voda i vazduh. Preduzimaju se i terenska merenja na samim objektima.

Standardno ispitivanje kavitacije na fizičkim modelima podrazumeva merenje rasporeda pritiska pomoću pijezometara. Poznato je da se, shodno Frudovoj (Froude) sličnosti (videti naredno poglavlje), pijezometarski pritisak na prototipu (u prirodi) dobija množenjem vrednosti pritiska izmerenog na modelu sa razmerom za dužinu.

Sve dok su pritisci na modelu *iznad* pritiska vodene pare, raspored pritiska na prototipu se može relativno pouzdano predvideti merenjem na modelu. Međutim, ako su pritisci na modelu *ispod* pritiska vodene pare, rezultati nisu pouzdani, usled narušene sličnosti i tada se ispitivanja moraju obaviti na poseban način, pomoću „vakuum tankova" u kojima vlada pritisak manji od atmosferskog.

Na osnovu merenja na modelu, određuju se vrednosti *kavitacionog broja* koji predstavlja odnos odstupanja lokalnog apsolutnog pritiska od pritiska vodene pare i ukupne kinetičke energije sistema po jedinici težine:

$$\boxed{\sigma = \frac{\frac{p_x}{\rho g} - \frac{p_v}{\rho g}}{\frac{V^2}{2g}},} \tag{9.35}$$

gde je: p_x – apsolutni pritisak u nekoj tački fluidnog prostora, p_v – pritisak vodene pare pri datoj temperaturi i V – referentna brzina.

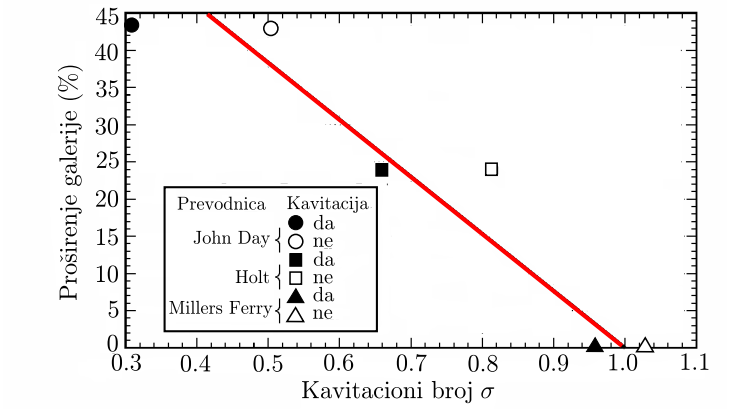
Vrednosti bezdimenzionog *kavitacionog broja* σ, određene na fizičkom modelu, mogu se koristiti za predviđanje opasnosti od kavitacije na objektu u prirodi (prototipu).

Na fizičkim modelima se mogu ispitivati i vibracije, kao i gubici energije usled kavitacije, pri čemu se eksperimenti obavljaju pod uslovom *jednakosti kavitacionih brojeva na modelu i prototipu*. Ovim se postiže *globalna kavitaciona sličnost*, ali ne i prava slika o fluktuacijama pritiska i obimu potencijalne kavitacione erozije.

Problem je što se lokalna sniženja pritiska i njegove fluktuacije teško mogu registrovati kod isuviše malih modela. Kako pouzdanost prenošenja modelskih rezultata na prototip veoma zavisi od razmere modela, predviđanje obima i intenziteta kavitacione erozije pomoću fizičkih modela nije zagarantovana.

U slučaju brodskih prevodnica, najveća opasnost od kavitacije se javlja u galerijama neposredno nizvodno od zatvarača, gde se pri njegovom malom stepenu otvorenosti u početnoj fazi punjenja, javljaju veoma velike brzine toka i niski pritisci. Procena opasnosti od kavitacije u zoni zatvarača je klasičan hidraulički problem.

Praktični doprinos u pravcu *računski* zasnovanog predviđanja kavitacije u zoni zatvarača proistekao je iz iskustva sa jednim brojem postojećih američkih prevodnica [97]. Merenjima na tim prevodnicama, određene su vrednosti kavitacionog broja pri prvobitno projektovanim dimenzijama galerija i nakon povećanja visine galerija, kao sanacionom merom za otklanjanje kavitacije, tamo gde je uočena. Rezultati su prikazani na Slici 9.5.

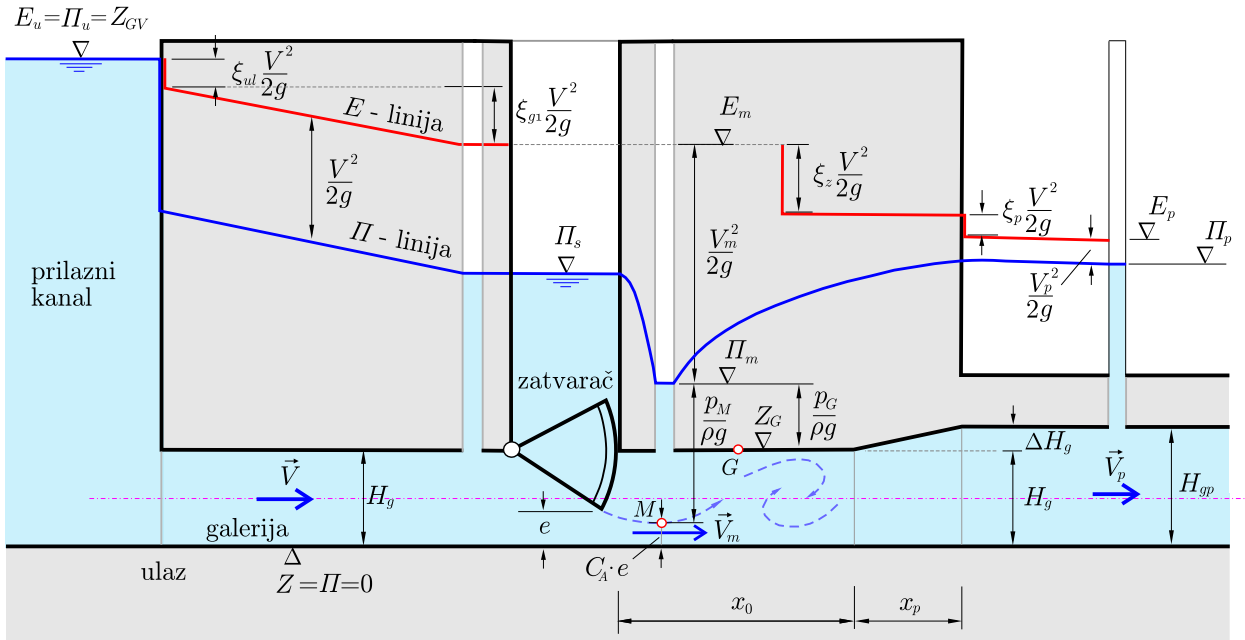


Slika 9.5: *Vrednosti kritičnog kavitacionog broja; stepen proširenja galerije podrazumeva „izdizanje" plafona galerije nizvodno od zatvarača* [97].

Prava na prikazanom dijagramu razdvaja zonu kavitacije od zone bez kavitacije. Ako nije predviđeno povećanje visine galerije (procenat proširenja jednak nula), *kritična* vrednost kavitacionog broja, tzv. „*kavitacionog indeksa*" iznosi: $\sigma_i = 1$.

Pri projektovanju prevodnice, proverava se da li je neposredno nizvodno iza zatvarača vrednost kavitacionog broja σ veća ili manja od kavitacionog indeksa $\sigma_i = 1$. Ako je $\sigma > \sigma_i = 1$ nema opasnosti od kavitacije. U protivnom, projektno rešenje galerije se mora izmeniti, o čemu će kasnije biti reči. Računski postupak biće objašnjen pomoću skice na Slici 9.6.

Efekat suženja isticajnog mlaza neposredno nizvodno od zatvarača zavisi od njegovog tipa i karakteristika, a kvantifikuje se pomoću koeficijenta kontrakcije $C_A(n_o)$.



Slika 9.6: *Linije energije i pijezometarskog pritiska duž galerije sa oznakama koje se koriste u proceni opasnosti od kavitacije u zoni zatvarača.*

Od interesa je presek u kome je mlaz najtanji („vena contracta"), jer je u njemu lokalna brzina najveća, a pritisak najmanji. U tom preseku su strujnice bez zakrivljenja – paralelne, pa je taj presek, u kome je visina mlaza $C_A\, e$, merodavan za jednačinu održanja energije.

Koristeći oznake sa Slike 9.6, trenutna brzina mlaza u merodavnom preseku V_m može se definisati pomoću jednačine kontinuiteta:

$$V_m = V\,\frac{A_g}{A_m} = V\,\left(\frac{H_g}{C_A\, e}\right), \tag{9.36}$$

gde je: V – trenutna brzina u punom (neporemećenom) preseku galerije dovoljno udaljenom od zatvarača, A_g – površina poprečnog preseka galerije, A_m – površina poprečnog preseka mlaza, H_g – visina galerije[3], e – trenutna visina otvora ispod ustave, a C_A – trenutna vrednost koeficijenta kontrakcije mlaza.

Odgovarajuća brzinska visina je:

$$\frac{V_m^2}{2g} = \frac{V^2}{2g}\left(\frac{H_g}{C_A\, e}\right)^2. \tag{9.37}$$

Jednačina održanja energije, napisana za presek „gornje vode" u prilaznom kanalu (gde se brzina zanemaruje, pa je: $E_{GV} = \Pi_{GV} \equiv Z_{GV}$) i za presek mlaza („vena contracta"), ima oblik:

$$E_{GV} = E_m + \Delta E \quad \Rightarrow \quad Z_{GV} = \Pi_m + \frac{V_m^2}{2g} + (\xi_{ul} + \xi_{g1})\frac{V^2}{2g}. \tag{9.38}$$

Uočiti da su u jednačini (9.38) uzeti u obzir gubici na ulazu i sumarni gubici u galeriji do zatvarača (preko koeficijenata ξ_{ul} i ξ_{g1}), a nije uzet u obzir gubitak energije na zatvaraču, jer taj gubitak nastaje (vrtloženjem) nizvodno od preseka „vena contracta" (Slika 9.6).

Za dalju analizu merodavna je pijezometarska kota na mestu mlaza:

$$\Pi_m = Z_{GV} - (\xi_{ul} + \xi_{g1})\,\frac{V^2}{2g} - \frac{V_m^2}{2g}. \tag{9.39}$$

U trenutku $t = 0$ je: $\Pi_m = Z_{DV}$, pri čemu je preporuka da najmanja dubina u komori, koja odgovara koti „donje vode" Z_{DV}, ne bude manja od 1,5 m [97].

Sa poznatom kotom Π_m, može se definisati *lokalni* pritisak u preseku mlaza. Od interesa je pritisak u dve tačke: „M" i „G" na Slici 9.6. Lokalni pritisak u tački M je najmanji, a brzina mlaza najveća. Lokalni pritisak u tački G služi za proveru da li postoji opasnost od kavitacije.

[3] U zoni zatvarača, galerija je uvek pravougaonog (ili kvadratnog) poprečnog preseka; čak i kod galerija kružnog preseka, na mestu zatvarača se izvodi kratka deonica pravougaonog preseka sa prelaznicama na oba kraja.

Kota tačke M je: $Z_M = Z_G - H_g + C_A\, e$ (Slika 9.6), pa je pritisak u tački M:

$$\frac{p_M}{\rho g} = \Pi_m - Z_M = \Pi_m - Z_G + H_g - C_A\, e, \tag{9.40}$$

gde je Z_G – kota plafona galerije, odnosno tačke G.

Pritisak u tački G je:

$$\frac{p_G}{\rho g} = \Pi_m - Z_G. \tag{9.41}$$

Za definiciju kavitacionog broja uzima se mesto gde su poznati pritisak i brzina. U ovom slučaju to je tačka M:

$$\sigma = \frac{\dfrac{p_M}{\rho g} + \dfrac{p_a}{\rho g} - \dfrac{p_v}{\rho g}}{\dfrac{V_m^2}{2g}}, \tag{9.42}$$

gde je: p_a – atmosferski pritisak, a p_v – pritisak vodene pare pri datoj temperaturi[4]. Imajući u vidu vrednosti p_a i p_v, može se smatrati da je:

$$\frac{p_a}{\rho g} - \frac{p_v}{\rho g} \approx 10 \text{ m},$$

pa se kavitacioni broj može skraćeno napisati u obliku:

$$\sigma = \frac{\dfrac{p_M}{\rho g} + 10}{\dfrac{V_m^2}{2g}}. \tag{9.43}$$

Najmanja trenutna vrednost broja σ ukazuje na opasnosti od kavitacije. Da bi se ona izbegla, kota plafona galerije mora biti dovoljno „potopljena" u odnosu na najnižu kotu nivoa u komori ($Z_{DV} - Z_G > 1,5$ m [97]).

Za procenu potencijalne opasnosti od kavitacije služi provera visinskog položaja galerija. Ako uslov $\sigma > \sigma_i = 1$ nije zadovoljen, projektno rešenje se mora korigovati tako što se galerije „spuštaju" na nižu kotu da bi se povećao pritisak. Najviša kota plafona galerije određuje se iz uslova $\sigma = 1$. Tako određena kota se može sniziti za još $H_p/10$ m, kao dodatni faktor sigurnosti [97].

Ako se uoče oštećenja usled kavitacije na galieriji postojeće prevodnice, sanaciona mera može biti modifikacija poprečnog preseka galerije ili da se pribegne ovazdušenju oko zatvarača. Problemi aeracije kod hidrotehničkih objekata se ovde neće razmatrati, a čitalac se upućuje na brojnu literaturu iz ove oblasti, npr. [5, 85, 97].

[4] $p_a = 1$ bar $= 10^5$Pa $= 100$ kPa; $p_a/\rho g = 10$ m; $p_v(20^o\text{C}) \approx 2{,}5$ kPa; $p_v/\rho g = 0,25$ m.

■ **Primer 9.5.** Razmatra se opasnost od kavitacije iza zatvarača smeštenog u galeriji kvadratnog poprečnog preseka 3 m × 3 m ($H_g = 3$ m; $2A_g = 18$ m^2). Gubici energije u galeriji do zatvarača iznose: $\xi_{ul} + \xi_{g1} = 0{,}3$. Karakteristične kote: $Z_{GV} = 106$ mnm, $Z_{DV} = 100$ mnm i $Z_G = 94$ mnm (projektna kota). Za procenu kavitacije, kao merodavni se usvajaju rezultati hidrauličkog proračuna u trenutku $t = 60$ s: $e = 1{,}5$ m; $C_A = 0{,}70$; $Q = 100$ m^3/s; $V = 5{,}56$ m/s.

Rešenje. Proračun kavitacionog broja prikazan je u Tabeli 9.3.

Tabela 9.3: *Primer* 9.5: *kavitacioni broj projektnog rešenja.*

t	e	C_A	$C_A\,e$	$\frac{H_g}{C_A\,e}$	V	$\frac{V^2}{2g}$	V_m	$\frac{V_m^2}{2g}$	Π_m	Z_M	$\frac{p_M}{2g}$	$\frac{p_G}{2g}$	σ
(s)	(m)	(-)	(m)	(-)	(m/s)	(m)	(m/s)	(m)	(mnm)	(m)	(m)	(m)	(-)
60	1,50	0,70	1,05	2,86	5,56	1,57	15,87	12,84	92,69	92,05	0,64	-1,31	**0,83**

Može se zaključiti da pri projektnoj koti $Z_G = 94$ mnm postoji opasnost od kavitacije iza zatvarača ($\sigma = 0{,}83 < 1$).

Sa grafikona na Slici 9.5 može se očitati da vrednosti $\sigma = 0{,}83$ odgovara povećanje preseka galerije za oko 15%. Nova visina galerije je: $H_g = 1{,}15 \cdot 3 = 3{,}45$ m, usvojeno $H_g = 3{,}5$ m ($2A_g = 21$ m^2).

Sa korigovanom kotom plafona galerije: $Z_G = 93{,}5$ mnm, proračun se ponavlja, a rezultati su dati u Tabeli 9.4.

Tabela 9.4: *Primer* 9.5: *kavitacioni broj korigovanog projektnog rešenja.*

t	e	C_A	$C_A\,e$	$\frac{H_g}{C_A\,e}$	V	$\frac{V^2}{2g}$	V_m	$\frac{V_m^2}{2g}$	Π_m	Z_M	$\frac{p_M}{2g}$	$\frac{p_G}{2g}$	σ
(s)	(m)	(-)	(m)	(-)	(m/s)	(m)	(m/s)	(m)	(mnm)	(m)	(m)	(m)	(-)
60	1,75	0,70	1,23	2,86	4,76	1,16	13,61	9,43	96,22	91,23	4,99	2,72	**1,59**

Korigovana kota plafona galerije iza zatvarača je smanjila opasnost od kavitacije ($\sigma = 1{,}59 > \sigma_i = 1$). Galerija visinski zadovoljava uslov dovoljne „potopljenosti" u odnosu na najnižu kotu nivoa u komori: $Z_{DV} - Z_G = 100 - 93{,}5 = 6{,}5$ mnm.

Poglavlje 10

Fizički modeli prevodnica

U ovom poglavlju se razmatraju mogućnosti primene fizičkih modela za ispitivanje hidrauličkog režima i ponašanja broda u komorama prevodnica. Najpre je dat kratak podsetnik Frudovog zakona sličnosti i razmera hidrauličkih veličina koje iz tog zakona proizilaze. Ove razmere se koriste za projektovanje fizičkih modela prevodnica, kao i za preračunavanje rezultata merenja sa fizičkih modela na prevodnice u prirodi. Zatim se prikazuje nekoliko primera fizičkih modela, izgrađenih kod nas i u svetu. Na kraju se govori o komplementarnoj primeni fizičkih i numeričkih modela.

10.1 Razmere i zakoni sličnosti

Iz mehanike fluida i hidraulike je poznato da je *razmera* odnos neke veličine u prirodi (na prototipu) i na modelu. Na primer, razmera za dužinu (L) je:

$$L_* = \frac{L_p}{L_m}, \tag{10.1}$$

gde indeks $*$ označava razmeru, a indeksi p i m, prototip i model. Kako su prototip i model u istom gravitacionom polju, razmera za gravitaciono ubrzanje je: $g_* = 1$, a kako je na modelu radni fluid – voda, razmere za gustinu i viskoznost su: $\rho_* = \mu_* = \nu_* = 1$.

Razmere geometrijskih i hidrauličkih veličina se koriste za definisanje *uslova sličnosti* objekta u prirodi i njegove umanjene laboratorijske replike – modela. Tri vrste sličnosti proističu jedna iz druge: *dinamička* sličnost (sila) iz *kinematičke* sličnosti (polja brzine), a ova, iz *geometrijske* sličnosti (veličine i oblika prototipa i modela).

Osnovna, geometrijska sličnost opisuje relativnu veličinu Dekartovih koordinatnih sistema objekta i modela. Kada je objekat prevodnica, uobičajeno se zahteva da bude u potpunoj geometrijskoj sličnosti sa modelom, što podrazumeva jednakost sve tri koordinatne razmere: $x_* = y_* = z_* \equiv L_*$. U tom slučaju za model se kaže da je „nedistordovan".

Iskustveno, u modelskim ispitivanjima „kratkih" hidrotehničnih objekata, tipične razmere su 1:40 i 1:50 ($L_* = 40$ i 50). Za objekte kao što su prevodnice, pogodnije su i krupnije razmere (1:30, 1:20), ukoliko to omogućava prostor u laboratoriji.

Kinematička sličnost zahteva da su odgovarajuće *lokalne* brzine u prirodi i na modelu u određenoj srazmeri. Taj uslov nije moguće ostvariti, ali je dovoljno da postoji sličnost brzina osrednjenih po poprečnom preseku: $(V)_* = V_p/V_m$. (Stavljanjem zagrada $(V)_*$, daje se do znanja da je reč o razmeri brzine, a ne o tzv. „smičućoj brzini" $V_* = \tau/\rho$ – veličini koja alternativno opisuje tangencionalni napon τ.)

Da bi se ostvarila sličnost strujanja fluida u dinamičkim uslovima (dinamička sličnost), potrebno je da su fluidne mase u prirodi i na modelu u određenoj srazmeri: $m_* = m_p/m_m$. Ako se pretpostavi da je već obezbeđena kinematička sličnost (a to znači da su ubrzanja fluidnih delića u prirodi i na modelu u srazmeri), nužno sledi da i sile moraju biti u srazmeri.

Sile koje deluju na fluid unutar neke kontrolne zapremine mogu biti zapreminske (kao što je težina) i površinske (kao što su sile pritiska i trenja). Rezultanta koja zatvara poligon sila je inercijalna sila. Shodno tome, dinamička sličnost podrazumeva geometrijsku sličnost poligona sila kod prototipa i modela.

Kako se intenzitet neke sile može iskazati *relativno u odnosu na silu inercije* pomoću vrednosti odgovarajućeg „*bezdimenzionog broja*" [24], dinamička sličnost se definiše razmerom bezdimenzionih brojeva. Najčešće se uzimaju u obzir samo Frudov broj i Rejnoldsov broj, od kojih prvi predstavlja odnos inercijalne sile i težine, a drugi, odnos inercijalne sile i sile viskoznosti. Kako se dve sličnosti ne mogu ostvariti sa istim fluidom na modelu, zanemaruje se, shodno prirodi problema, manje važna sličnost. Strujanja sa slobodnom površinom su pod dominantnim uticajem težine (trenja), pa je nužno da bude zadovoljena Frudova sličnost:

$$\mathrm{Fr}_* = \frac{(V)_*^2}{g_*\, L_*} = \frac{(V)_*^2}{L_*} = 1, \tag{10.2}$$

dok se Rejnoldsova sličnost može zanemariti, jer su uticaji viskoznosti u razvijenom turbulentnom toku – u oblasti hidraulički rapavog dna – zanemarljivi. Iz uslova (10.2) može se izvesti veza između razmera pojedinih fizičkih veličina (Tabela 10.1).

10.2 Merenja na fizičkim modelima

Standardna merenja na fizičkim modelima prevodnica obuhvataju:

(1) Strujno polje u komori i prilaznim kanalima. Mogu biti *prekidna* (povremena, u ustaljenom i neustaljenom režimu tečenja) i *neprekidna* (u neustaljenom režimu tečenja). Sastoje se od merenja vezanih za: (i) hidraulički sistem za punjenje/pražnjenje komore (zatvarači, cevi sa račvama, ispusti, komore za umirenje) i (ii) strujanje u komori (nivoi, brzine, strujnice).

Tabela 10.1: *Razmere kod Frudove sličnosti.*

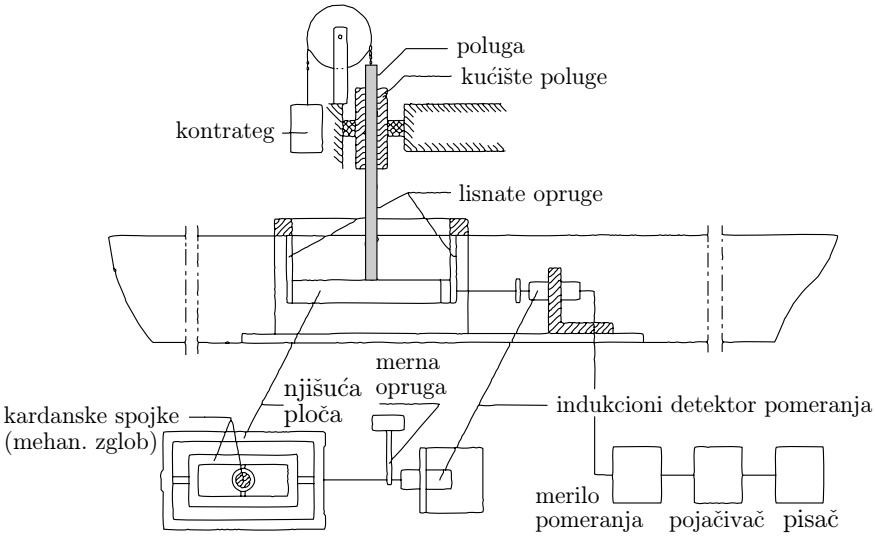
Veličina	Razmera	Napomena
Dužina	L_*	usvojena razmera
Površina	$A_* = L_*^2$	
Zapremina	$\forall_* = L_*^3$	
Brzina	$(V)_* = L_*^{1/2}$	iz uslova (10.2): Fr_*=1
Vreme	$t_* = L_*/(V)_* = L_*^{1/2}$	
Ubrzanje	$a_* = (V)_*/t_* = 1$	
Protok	$Q_* = (V)_* A_* = L_*^{5/2}$	
Sila	$F_* = M_* a_* = \rho_* \forall_* = L_*^3$	razmera za gustinu fluida: $\rho_* = 1$
Rapavost	$n_* = L_*^{1/6}$	Maningov koeficijent $n = k^{1/6}/26$ (k – apsolutna rapavost zidova)

(2) Sile na brod. Merenja stabilnosti plovila su presudna za utvrđivanje pravila upravljanja radom prevodnice u svim fazama prevođenja (ulazak/izlazak plovila, brzina punjenja/pražnjenja komore, manevar zatvarača itd.). Ovde se opisuju standardna merenja pomoću *konvencionalnih* mernih uređaja.

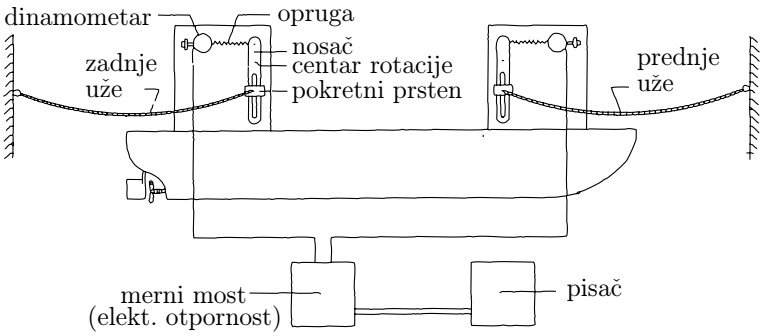
Sila na brod i pomeranje broda. Na Slici 10.1 pokazana je shema standardnog mehaničko-električnog uređaja za merenje pomeranja broda usled horizontalne sile kojoj je izložen tokom punjenja/pražnjenja komore [48]. Model broda je pričvršćen za vertikalnu polugu sa sajlom i kontrategom, koja se pomera gore-dole sa brodom. U brodu su fiksirane dve lisnate opruge, povezane sa vertikalnom polugom putem kardanskih spojki (mehaničkom zglobnom vezom u 3 pravca). Otklon lisnate (konzolne) opruge predstavlja meru intenziteta sile koja deluje na brod. Taj otklon se kontinualno registruje pomoću indukcionog detektora pomeranja i električnog merila. Ovim postupkom se, pored sile na brod, fizički simulira (u razmeri modela) i pomeranje broda u horizontalnoj i vertikalnoj ravni.

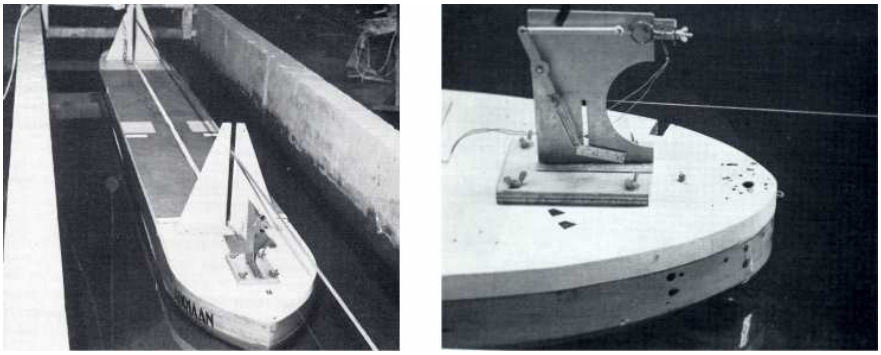
Merenja pokazuju da se najveća sila koja pomera brod u horizontalnom pravcu javlja pre i nakon prvog odbijanja talasa generisanog čeonim upuštanjem vode u komoru. Veća sila deluje na kratki brod, a manja, na dugački brod. Razlog je što je pri talasnom kretanju nagib nivoa blaži u slučaju dugačkog broda, a veći u slučaju kratkog broda.

Intenzitet zatezanja užadi. Na Slici 10.2 prikazan je uređaj za merenje naprezanja pričvrsnih užadi. Tanke čelične žice imitiraju užad na fizičkom modelu. Žice su povezane sa oprugom, čije je istezanje proporcionalno delujućoj sili, a izaziva rotaciju nosača u vertikalnoj ravni. Vrednost konstante opruge je: $C_c = l/(\mathrm{E}\, A_c)$ (m/N), gde je su karakteristike žice: l – dužina (m), A_c – površina poprečnog preseka (m^2) i E – modul elastičnosti (Pa). Vrednost parametra E se može menjati tako što se tačka vezivanja žice pomera duž vertikalne poluge.



Slika 10.1: *Skica uređaja za kontinualno merenje pomeranja broda* [48].





Slika 10.2: *Skica uređaja za merenje naprezanja užadi* (*gore*) *i snimci modela broda sa montiranim uređajem* (*dole*) [48].

Na fizičkom modelu je ustanovljeno da je naprezanje prednjeg užeta generalno veće od naprezanja zadnjeg užeta. U zavisnosti od smera kretanja talasa, prednje i zadnje uže bivaju naizmenično zategnuto ili olabavljeno. Može se uspostaviti korelacija između horizontalne sile na brod i sile zatezanja užadi [48].

Treba ukazati na potencijalno negativan uticaj efekata razmere zbog kojih nije moguće reprodukovati neke fizičke pojave na modelu. Na primer, naprezanje užadi se ne može sasvim tačno reprodukovati na fizičkom modelu, jer je rukovanje pričvrsnim užadima u stvarnosti nepoznato i teško predvidljivo. To nikako ne znači da korišćenje fizičkih modela nije i dalje relativno pouzdan način za procenu intenziteta sila u užadima, o čemu govori značajan fond publikovanih podataka.

Pristup komori. Na fizičkim modelima se mogu ispitivati uslovi pristupanja plovila komori u cilju optimizacije oblika, dužine i položaja usmeravajućih građevina. Dobar primer je modelsko ispitivanje prevodnica Volkerak (Volkerak) i Hartel (Hartel) u Holandiji (Slika 10.3). Ispitivane su simetrično i asimetrično postavljene usmeravajuće građevine. Primenjivano je mehaničko i optičko navođenje modela potiskivanih sastava konfiguracije 2×2.

Modelska ispitivanja su pokazala da su za sastave velike dužine i širine optimalno rešenje simetrične usmeravajuće građevine. Zakrivljene građevine mogu imati oblik parabole, ili kružnog luka velikog poluprečnika (500÷600 m), a moguća je i kombinacija pravih i zakrivljenih usmeravajućih građevina.



Slika 10.3: *Modeli usmeravajućih građevina i potiskivanog sastava u razmeri* 1:25. *Ova razmera je omogućila da modelom plovnog objekta upravlja obučeni laborant koji sedi u modelu, pri čemu je razmera za brzinu plovidbe* 1:5 [48].

10.3 Primeri fizičkih modela prevodnica

Modelska ipitivanja brodskih prevodnica su veoma specifična, jer se radi o izradi komplikovanih laboratorijskih instalacija i primeni složenih mernih postupaka. Širu sliku o modelskim ispitivanjima daje niz primera koji slede u nastavku.

10.3.1 Primeri iz svetske prakse

Iz mnoštva primera, izdvojena su tri, koji su, zbog veličine i značaja objekata, našli mesto u publikacijama vodećeg Svetskog udruženja za infrastrukturu vodnog transporta (engl. *The World Association for Waterborne Transport Infrastructure*, (ranije PIANC –*Permanent International Commission for the Navigation Congresses*).

10.3.1.1 Prevodnica Lanaj IV

Prevodnica Lanaj IV (Lanaye IV) nalazi se na samoj granici Belgije i Holandije i povezuje plovni kanal kralja Alberta[1] sa rekom Mezeom (Meuse) u Holandiji (Slika 10.4). Prevodnicom se savlađuje denivelacija od 13,68 m i omogućuje prolaz konvoja nosivosti do 9000 t.

Komora, dimenzija 225 m×25 m, snabdevena je simetričnim podeonim sistemom od dve podužne galerije, sa kratkim poprečnim galerijama u zidovima komore [72, 108]. Na fizičkom modelu prevodnice (izgrađenom u razmeri $L_* = 23{,}33$), ispitan je režim punjenja komore i ponašanje plovila/sastava u toku punjenja (Slika 10.4).

Rezultati merenja poređeni su sa rezultatima proračuna pomoću dva računska modela. Prvi je numerički simulirao strujanje pod pritiskom u dovodnom i razvodnom sistemu, koristeći jednačinu kontinuita u čvorovima za prognozu kota energije i dinamičku jednačinu za prognozu brzine u cevima.

Drugi računski model (SWE), zasnovan na Metodi konačnih zapremina, korišćen je za numeričku simulaciju ravnskog (2D) neustaljenog tečenja u komori prevodnice. Kombinovanjem fizičkog i računskog modela, došlo se do rezultata koji su omogućili optimizaciju veličine ispusnih otvora i prečnika zatvarača.

10.3.1.2 Prevodnica Ivoz-Ramet

Ova prevodnica je deo hidročvora sa branom Ivoz-Ramet (Ivoz-Ramet) na reci Mezi (Meuse), blizu grada Liježa u Belgiji. Izgradnja ovog objekta je započeta 2011. godine [109], a po završtku (2025), treba da omogući prolaz konvoja nosivosti do 9000 t, tako da se sadašnji robni promet (6 miliona t/god) na panevropskom koridoru Rajna-Majna-Dunav udvostruči.

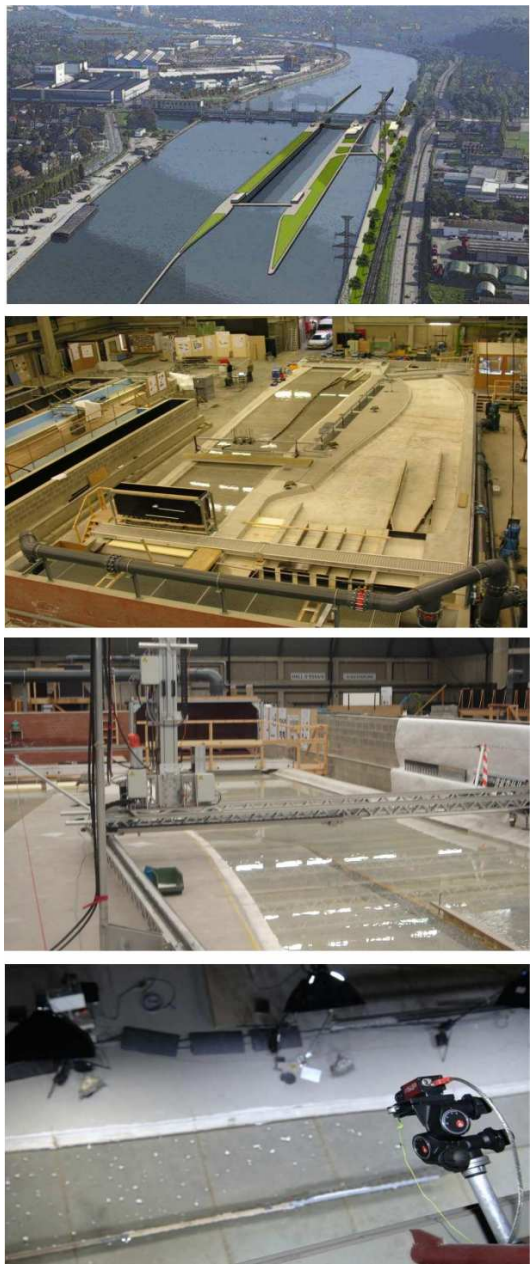
Nova prevodnica Ivoz-Ramet, sa komorom dimenzija 225 m × 25 m, savlađuje denivelaciju od 4,45 m. Fizički model ove prevodnice izrađen je u razmeri 1:50 (Slika 10.5). Za raspored brzine i protoka korišćen je pokretan most sa ADCP uređajem. Za snimanje strujnica korišćene su video kamere (Slika 10.5).

Paralelno su obavljeni hidraulički proračuni. Za neustaljeno strujanje u reci (uključujući talase izazvane radom prevodnice) korišćen je 1D model, a za strujanje u komori, 2D model (Telemac2D).

[1] Albertov kanal (Albert Canal) u severnoistočnoj Belgiji povezuje prestonice flamanske provincije Anverpen (Antwerpen) i valonske provincije Liježe (Liège).



Slika 10.4: *Prevodnica Lanaj* IV*; odozgo na dole: dispozicija objekta između Albertovog kanala* (*levo*) *i reke Meze* (*Meuse, desno*)*; uzvodna glava sa obarajućom ustavom mase* 80 t *i nizvodna glava sa dvokrilnom čeličnom kapijom mase* 125 t*; fizički model komore sa kombinacijom merodavnih plovila/sastava i vizuelizacija bočnog punjenja komore kroz* 22 *otvora u zidu* [72, 108].



Slika 10.5: *Prevodnica Ivoz-Ramet; odozgo na dole: fotomontaža budućeg objekta; model celine u razmeri* 1:50*; pokretni robotizovani uređaj za merenje rasporeda brzine i protoka; video snimanje strujnica* [72, 109].

Međutim, težište numeričkog modeliranja je bilo na optimizaciji prilaznog kanala sa pretpristanom. Pomoću numeričkog simulatora ALKYON ispitivano je manevrisanje konvoja koji pristupaju pretpristanu, kao i konvoja koji ulaze u komoru prevodnice. Na osnovu navigacionih simulacija optimizovan su položaj i dužina usmeravajućih građevina i pretpristana [72, 109].

10.3.1.3 Prevodnica Moaslen

Prevodnica Moaslen (L'écluse Moislains) biće jedna od pet prevodnica u nizu na budućem Evropskom kanalu severne Sene (Seine-Nord Europe Canal) južno od grada Lila (Lille) u severnoj Francuskoj[2] [110]. Ova prevodnica visokog pada (30 m) ima komoru dimenzija 195 m × 12,5 m i sistem od 5 bazena za uštedu vode. Njihovo funkcionisanje je ispitano na fizičkom modelu u razmeri 1:25 (Slika 10.6). Postignuto je dobro slaganje rezultata modelskih ispitivanja i proračuna pomoću 1D modela.



Slika 10.6: *Prevodnica Moaslen; odozgo na dole: fotomontaža buduće prevodnice sa sitemom bazena za uvštedu vode; modeli bazena u razmeri* 1:25 *sa pratećom laboratorijskom instalacijom* [72, 110].

[2]Ovaj novi kanal, koji treba da bude u funkciji do 2035. godine, preuzeće robni promet od sadašnjeg Severnog kanala (Canal du Nord), koji je u periodu 1908–1965 građen da poveže dva druga plovna kanala (Canal à l'Oise i Canal de la Sensée). Dužina novog kanala je 95 km, sa 19 prevodnica i 2 plovna tunela.

10.3.2 Primeri iz naše prakse

10.3.2.1 Modeli prevodnica sistema DTD

Šezdesetih godina prošlog veka, u Hidrauličkoj laboratoriji pod Avalom Instituta za vodoprivredu „Jaroslav Černi" ispitano je osam brodskih prevodnica lociranih na kanalskoj mreži sistema DTD (Tabela 10.2, Slika 10.7). Reč je o prevodnicama niskog pada ($H_p = 1{,}76 \div 10{,}10$ m), predviđenih za propuštanje plovila deplasmana do 1000 t.

Pri projektovanju ovih prevodnica težilo se standardizaciji, tako da sve imaju širinu komore od 12 m, dok im dužina varira: $96 \div 108$ m, u zavisnosti od sistema za snabdevanje vodom i karakteristika bazena za umirenje. Standardizovana je i širina otvora (klinketa) kroz koje se pune komore; u dvokrilnim i tablastim kapijama ukupno je 4 otvora ukupne širine $B_o = 8$ m (sa izuzetkom prevodnice Kucura), dok je kod svih prevodnica sa L–ustavama, širina isticajnog otvora $B_o = 12$ m.

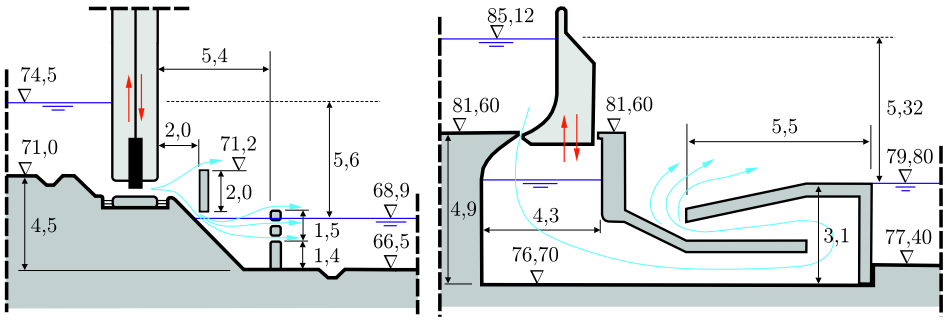
Tabela 10.2: *Prevodnice sistema* DTD *ispitane pomoću fizičkih modela* [67].

Naziv prevodnice	Način punjenja	H_p (m)	$L_{kp} \times B_{kp}$ (m^2)	$\forall_p$ (m^3)	B_o (m)
Srpski Miletić		1,76	1236	2175	8,0
Kucura	otvori	3,00	1200	3600	9,2
Bogojevo	u kapiji	4,20	1160	4872	8,0
Stajićevo		5,60	1200	6720	8,0
Sombor		5,32	1200	6384	12,0
Vrbas	ispod	6,40	1234	7898	12,0
Novi Sad	L-ustava	8,05	1300	10465	12,0
Kajtasovo		10,10	1170	11817	12,0

Punjenje svih prevodnica sa otvorima u kapijama obavlja se potopljenim isticanjem (izuzev prevodnice Stajićevo), dok kod prevodnica sa L–ustavama isticanje može biti nepotopljeno ili potopljeno, u zavisnosti od trenutnog nivoa u komori u odnosu na visinu uzvodnog praga (Slika 10.7). Prevodnica sa najvećim padom – Kajtasovo, predstavlja izuzetak, jer ima podeoni sistem punjenja kroz dno komore, pomoću dve podužne galerije sa ukupno $2 \times 21 = 42$ otvora ukupne površine 21 m^2.

Fizički modeli opisanih prevodnica bili su izgrađeni u razmeri 1:20 [67]. Konstruktivni elementi modela prevodnica i režima njihovog rada (brzina otvaranja zatvarača) varirani su tako da se trajanje punjenja unificira na 10 min.

Ondašnja merna oprema dala je sasvim korektne rezultate. Nivoi vode u komori i prilaznim kanalima mereni su kapacitativnim sondama. Zakon otvaranja zatvarača je praćen pomoću potenciometra elektromehaničkog sistema sa promenljivom električnom otpornošću.



Slika 10.7: *Glave prevodnica na kanalskoj mreži sistema* DTD*; levo: prevodnica Stajićevo sa otvorima u kapiji; desno: prevodnica Sombor sa* L*–ustavom.*

Za merenje izduženja pričvrsnih užadi (koja su srazmerna intenzitetu zatezanja) korišćeni su električni dinamometri, a pomeranja plovila u komori registrovana su pomoću mernih traka. Vreme je mereno hronometrom sa električnim kontaktom. Primer jednog modela sa ovakvom opremom prikazan je na Slici 10.8.



Slika 10.8: *Model brodske prevodnice u Hidruličkoj laboratoriji Instituta „J. Černi"; sleva udesno: model celine; punjenje komore; sonde za merenje nivoa u komori i merenje pomeranja broda.*

Na osnovu rezultata merenja, za sve prevodnice sistema DTD izrađeni su nivogrami i hidrogrami punjenja komore. Utvrđene su najveće brzine podizanja/spuštanja nivoa. Sračunate su vrednosti koeficijenta protoka u svim režimima nepotopljenog i potopljenog isticanja. Na osnovu ovih podataka utvrđene su optimalne dimenzije otvora u kapijama, kao i optimalna brzina otvaranja L-ustava.

10.3.2.2 Pilot-model Građevinskog fakulteta u Beogradu

U Hidrauličkoj laboratoriji Građevinskog fakulteta u Beogradu izgrađena je laboratorijska instalacija za proučavanje hidruličkog režima u komorama prevodnica[3]. Specifičnost ove instalacije je u tome što je reč o *pilot modelu* prevodnice, što znači da model nije izrađen za potrebe projektovanja konkretnog objekta, već

[3]Prva verzija ove instalacije ispitana je i proverena kroz izradu jedne magistarske teze [18], a unapređena verzija instalacije stavljena je u funkciju nastave početkom 2010. godine.

je namenjen prevashodno istraživanju i nastavi iz bazične hidraulike i hidraulike objekata (Slika 10.9). Na ovoj instalaciji može se demonstrirati i ispitivati niz hidrauličkih fenomena, kao što su na primer konvergentna i divergentna strujanja u sabirnim/distributivnim sistemima provodnika, lokalni i linijski gubici energije duž provodnika sa promenljivim protokom, interakcija vertikalnih potopljenih mlazeva i dr. Međutim, glavna namena modela je ispitivanje prelaznih režima u komorama brodskih prevodnica.



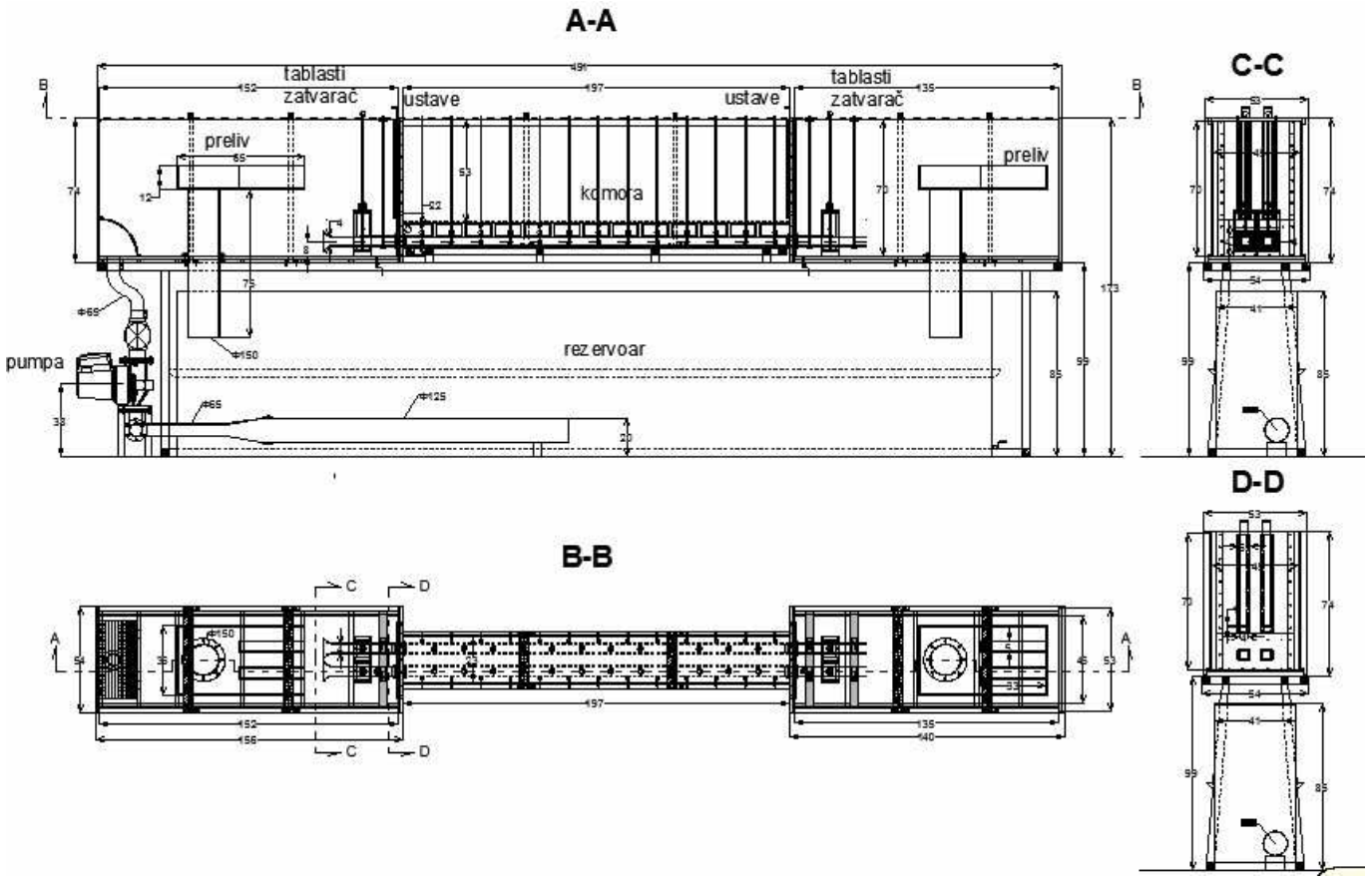
Slika 10.9: *Izgled laboratorijske instalacije u Hidrauličkoj laboratoriji.*

Dimenzije fizičkog pilot modela su izabrane tako da budu u skladu sa približnom razmerom 1:50 većine naših prevodnica. Selektivnim (de)aktiviranjem pojedinih delova ovog modela, mogu se, po želji, ispitivati prevodnice sa čeonim ili sa podeonim hidrauličkim sistemima.

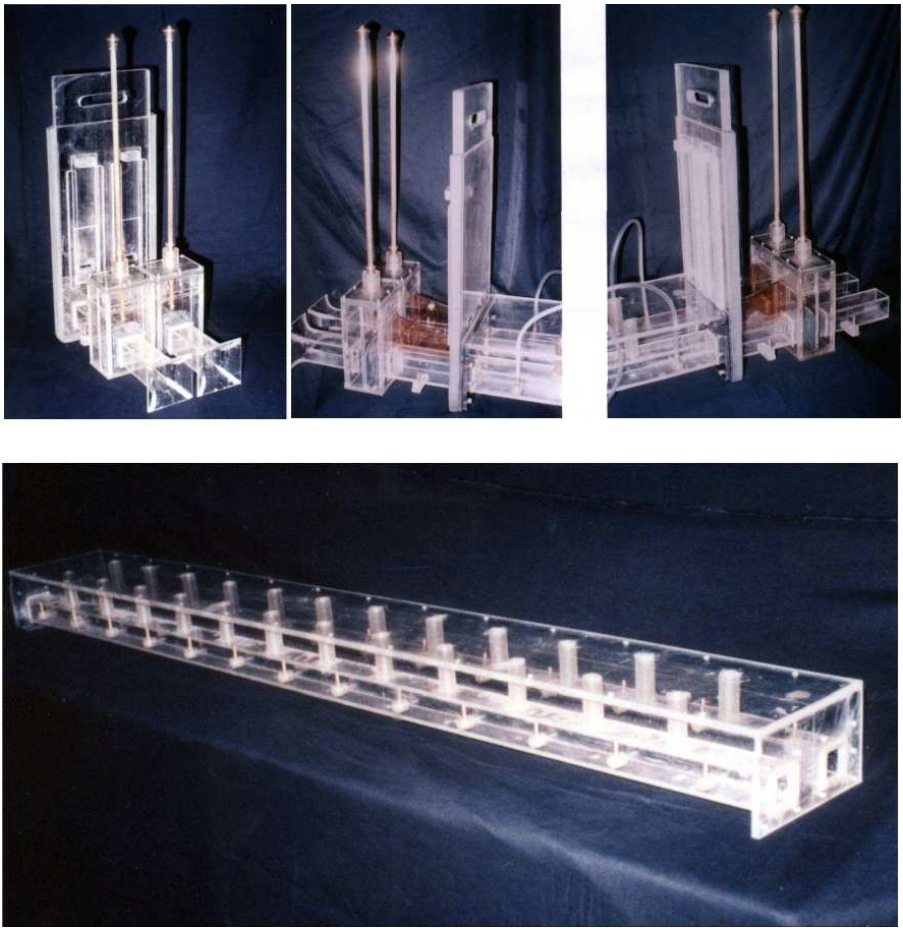
Merenjem pomeranja broda u toku punjenja/pražnjenja komore, kao i intenziteta sila u pričvrsim užadima, moguće je ispitivanje uslova stabilnosti plovila u zavisnosti od zakona i brzine podizanja zatvarača. Kako su dimenzije modela dovoljne da obezbede punu Frudovu sličnost, rezultati merenja i proračuna se mogu relativno pouzdano preneti na objekte u prirodi, što je od značaja za unapređenje projektovanja prevodnica.

Konstrukcija modela. Na Slici 10.10 je prikazan izvođački crtež laboratorijske instalacije. Na modelu se po želji mogu ispitivati čeoni i podeoni sistemi, pri čemu čeoni sistemi omogućavaju punjenje kroz otvore u kapiji, isticanjem ispod kapije i kroz kratke galerije, dok se podeoni sistemi sastoje od dve glavne podune galerije sa vertikalnim otvorima. Ukupan broj otvora duž svake galerije je 12, a taj broj se, kao i raspored otvora, može menjati, čime se formiraju razne konfiguracije podeonog sistema. Kontrola protoka se obavlja pomoću tablastih zatvarača (Slika 10.11).

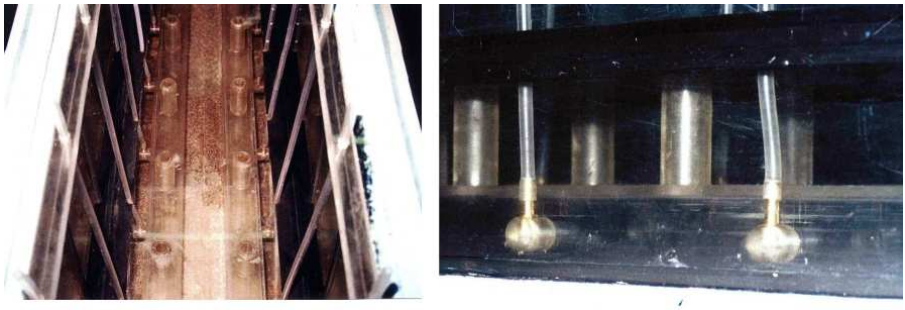
Pogonska i merna oprema. Duž glavnih podužnih galerija dužine 2 m, između otvora, kao i kod zatvarača, postavljene su pijezometarske cevi za merenje lokalnih i linijskih gubitaka energije u sistemu (Slika 10.12).



Slika 10.10: *Izvođački crtež fizičkog pilot modela prevodnice na Građevinskom fakultetu u Beogradu* [18].



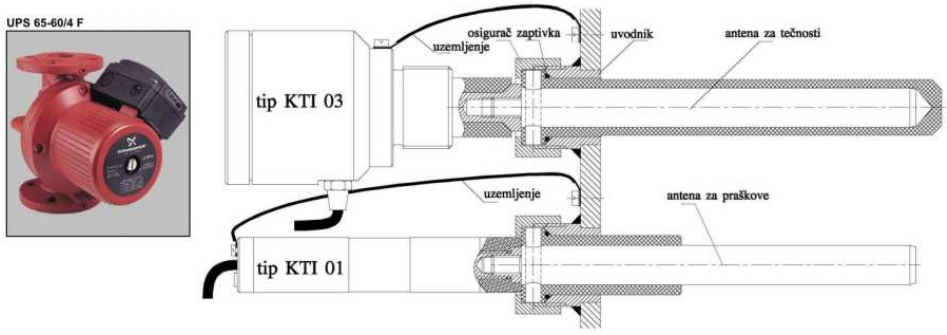
Slika 10.11: *Elementi fizičkog pilot modela brodske prevodnice; gore: izgled ulaznih i izlaznih građevina sa tablastim zatvaračima; dole: dno komore sa glavnim podužnim galerijama i vertikalnim otvorima.*



Slika 10.12: *Pijezometri između otvora i njihovi priključci.*

Promena nivoa u komori meri se sistemom kapacitivnih sondi, dok se konstantnost nivoa u rezervoarima (uzvodnog i nizvodnog) održava pomoću kutijastih pomičnih preliva. Za punjenje komore koristi se sopstveni recirkulacioni sistem sa višestepenom pumpom kapaciteta do 10 L/s i rezervoarom zapremine 1,4 m^3.

Osnovni merni uređaji su kapacitivne sonde za neprekidno registrovanje nivoa vode u dinamičkim uslovima (Slika 10.13). U perspektivi je planirano kontinualno merenje parametara pomeranja broda i naprezanja užadi, kao i uvođenje opreme za računarski vođen eksperiment (motorno podizanje ustave po zadatom zakonu, video snimanje, akvizicija podataka pomoću data logera sa računarskom i grafičkom podrškom itd.).



Slika 10.13: *Pogonska i merna oprema; levo: višestepena pumpa mase* 37 kg*, sa* 3 *brzine rada motora snage* 400/510/640 W *i najvećim radnim pritiskom od* 10 bara*; desno: kratkotalasni* (RF) *indikatori nivoa vode – kapacitivne „sonde" za kontinulano merenje nivoa i indikaciju ekstremnih i alarmnih nivoa; napajanje* 8÷30VDC/35mA*, radna učestalost* 1÷20 MHz*, podesivi osetljivost i histerezis.*

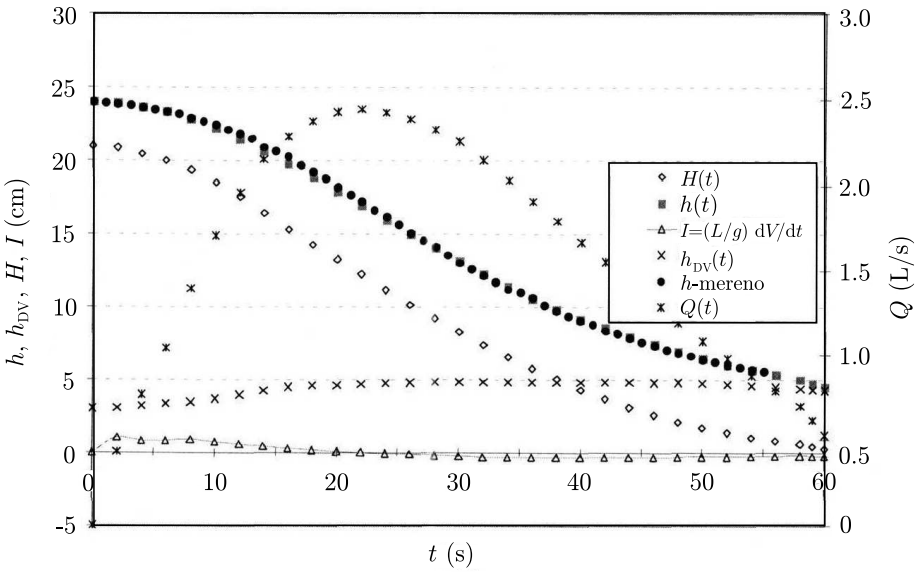
Eksperimenti. Mogu se svrstati u dve kategorije, u zavisnosti da li se obavljaju u uslovima ustaljenog ili neustaljenog tečenja. Kod modela podeonog sistema, pri *ustaljenom* režimu tečenja cilj može biti određivanje:

- lokalnih i linijskih gubitaka energije duž podužnih galerija;
- lokalnih gubitaka energije na jednom otvoru ili na grupi otvora;
- vrednosti keoficijenta protoka u sistemu;
- strujnog polja iz razvodnih cevi (divergentni tokovi);
- strujnog polja ka sabirnim cevima (konvergentni tokovi).

Pri *neustaljenom* režimu tečenja, eksperimenti obuhvataju punjenje i pražnjenje komore pri raznim konturnim uslovima, kao i zakonima podizanja zatvarača.

Kalibracija računskih modela. Eksperimenti na opisanom fizičkom modelu mogu se koristiti za kalibraciju računskih modela različite složenosti. Zamisao ovakvog pilot modela je upravo i bila da stvori mogućnost kalibracije računskih

modela koji su opisani u ovoj knjizi. Primera radi, na Slici 10.14 je dato poređenje rezultata merenja i proračuna jednog laboratorijskog eksperimenta.



Slika 10.14: *Rezultati numeričke simulacije laboratorijskog eksperimenta pražnjenja prevodnice pomoću računskog modela zasnovanog na kompletnim jednačinama linijskog neustaljenog tečenja; broj parova aktivnih otvora* 12*, početna denivelacija* 20 cm*, otvaranje zatvarača konstantnom brzinom, trajanja* 30 s [18].

10.4 Koncept kompozitnog modeliranja

Prikazani fizički modeli jasno ukazuju na činjenicu da se projektovanje brodskih prevodnica danas ne može zamisliti bez kombinovanja fizičkih i numeričkih modela. U literaturi se ovo naziva „kompozitno modeliranje" ili „hibridno modeliranje" [72]. Generalno, proces projektovanja se obavlja u tri osnovne faze.

(1) U ranoj fazi projektovanja se koriste uprošćeni računski modeli, da bi se, na osnovu varijantnih rešenja odredilo ono koje će se nadalje detaljno razmatrati.

(2) U višim fazama projektovanja, koriste se složeni 1D, 2D i 3D numerički modeli za razradu izabranog rešenja.

(3) Paralelno sa fazom (2), ili nakon nje, uključuje se fizički model i obavljaju se merenja, na osnovu kojih se kalibriše računski model, ispituju scenariji punjenja i pražnjenja komore i donose odluke u cilju hidrauličke i eksploatacione optimizacije sistema.

Komplementarnost fizičkih i numeričkih modela je prikazana u Tabeli 10.3.

Tabela 10.3: *Komplementarnost modeliranja.*

Korak	**Fizički model**	**Numerički model**
1	Definicija problema, ciljevi, projektni zadatak Identifikacija uticajnih faktora	
2	Uslovi sličnosti	Sistem jednačina
3	Definisanje graničnih uslova	
4	Izgradnja modela	Izrada numeričkog modela
5	Kalibracija modela	
	Variranje rapavosti i dr.	Variranje vrednosti koeficijenata
6	Merenja	Proračuni
7	Optimizacija rešenja	
	Izmene u geometriji modela	Variranje ulaznih podataka
8	Ekstrapolacija rezultata na prototip i provera pomoću terenskih merenja	



Iz fotoalbuma [39]: *Nizvodni prolaz plovila za obeležavanje i održavanje plovnog puta kroz prevodnicu brane na Tisi.*

Bibliografija

[1] Alméras, P., *Quelques problèmes posés par le remplissage des écluses de navigation*, La Houille Blanche, Sept-Oct. 1948.

[2] Atkinson, K., Han, W., Stewart D., *Numerical Solution of Ordinary Differential Equations*, Wiley-Interscience, 2009.

[3] Belzner, F., Simons, F., Thorenz, C., *An application-oriented model for lock filling processes*, PIANC-World Congress, Panama City, 2018.

[4] Bendat, J.S., Piersol, A.G., *Random Data - Analysis and Measurement Procedures*, Wiley-Interscience, New York, 1971.

[5] Bernhart, H.H., *Entwurfskriterien zur schleusenplanung*, Theodor Rehbock Fluβbaulaboratorium, Universität Fridericiana Karlsruhe, Report No. 169, 1982.

[6] Bos, M.G. (ed) *Discharge Measurement Structures*, International Institute for Land Reclamation and Improvement - ILRI, Publication 20, Wageningen, 1976.

[7] Chaudhry, M.H., *Open-Channel Flow*, Prentice Hall, Inc., 1993, Springer, 2008.

[8] Chaudhry, M.H., *Applied hydraulic transients*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1979.

[9] Cooper, A., *Modelling Panama Lock*, HR Wallingford, UK, 2009.

[10] Cunge, J.A., Holly, F.M., Verwey, A., *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*, Pitman, 1980.

[11] Da Cunha, M.A.T.B., *Hydraulic Design of Lock Levelling Systems: Investigation of Different Simplified Methods and Their Applicability*, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2017.

[12] Davis, J.P., Murphy, T.E., *Experimental Research on Lock Hydraulic Systems*, Journal of the Waterways and Harbours Division, ASCE, Vol. 92, No. WW1, Feb. 1966.

[13] Dehousse, N., *Les écluses de navigation*, Université de l'Etat à Liége, 1985.

[14] De Jong, V.J, Vrier, A., *Mathematical and hydraulic model investigation of longitudinal forces on ships in locks with door filling systems*, Delft Hydraulics Laboratory, Publication no. 239, 1980.

[15] Deltares, LOCKFILL *user manual*, 2016.

[16] Dhanuka, A., Kumar Agrawal, Sh., Mehra, H., *Hydraulic and Structural Design of Navigational Locks*, Journal of Civil & Environmental Engineering, Vol. 8, Issue 1, 2018.

[17] Dhatt, G., Touzot, G., *Une présentation de la méthode des éléments finis*, Maloine S.A. Editeur, Paris, 1984.

[18] Dmitrović, I., *Analiza hidrauličkog režima brodske prevodnice primenom fizičkog i matematičkog modela*, Magistarski rad, Građevinski fakultet, Beograd, 2002.

[19] Douglas, J.F., Gasiorek, J.M., Swaffield, J.A., *Fluid Mechanics*, Pitman, 1979.

[20] Energoprojekt-Hidroinženjering, interna dokumentacija, 2024.

[21] Ferziger, J.H., *Numerical Methods for Engineering Application*, John Wiley & Sons, New York, 1981.

[22] Gallati, M., Natale, L., *A numerical model of the hydrodynamic transient in navigation locks*, VII Congress IAHR, Vol. 2, Baden Baden, 1977.

[23] Grupa autora, *Prethodna studja opravdanosti sa Generalnim projektom za unapređenje uslova za prevođenje brodova u okviru brane na Tisi*, Energoprojekt i Građevinski fakultet Beograd, 2022.

[24] Hajdin, G., *Mehanika fluida, knjiga priva: Osnove*, peto izdanje, Gradjevinski fakultet, Beograd, 2021.

[25] Hajdin, G., *Mehanika fluida, kniga druga: Uvodjenje u hidrauliku*, Gradjevinski fakultet, Beograd, 2002.

[26] Hassan, J.M., et al *Modeling the Uniformity of Manifold with Various Configurations*, Hindawi Publishing Co., Journal of Fluids, Vol. 2014, Article ID 325259, 2014.

[27] Henderson, F.M., *Open Channel Flow*, Macmillan Publishing Co., New York, 1966.

[28] Hervouet, J-M. (2007) Hydrodymics of Free Surface Flows – modelling with the finite element method, Wiley, Chichester, England.

[29] Hildebrand, F. B. *Introduction to Numerical Analysis*, McGraw-Hill, 1974.

[30] *Hydraulic Laboratory Techniques*, Bureau of Reclamation, U.S. Department of the interior, Denver, 1986.

[31] Idelchik, I.E. *Handbook of Hydraulic Resistance-Cofficients of Local Resistance and of Friction*, Israel Program for Scientific Trnaslations, Jerusalem, 1966.

[32] Idelchik, I.E., *Coefficients de pertes de charge singulières*, Dunod, 1979.

[33] Ivetić, M., *Računska hidraulika – tečenje u cevima*, Građevinski fakultet, Beograd, 1996.

[34] Jankowski, J. (1999) *A non-hydrostatic model for free surface flows*, Bericht Nr. 56/1999, Institut für Strömungsmechanik und Elektron, Rechnen im Bauwesen der Universität Hannover, Hannover.

[35] Jeppson, R.W., *Analysis of Flow in Pipe Networks*, Ann Arbor Science, 1976.

[36] Jovanović, M., *Analiza hidrauličkog režima brodskih prevodnica*, Vodoprivreda, 0350-0519, Vol. 54(2022) No. 315-316, 2022.

[37] Jovanović, M., *Građevinsko uređenje vodotokova*, Srpska enciklopedija, Tom III, Knjiga 1, Matica Srpska, SANU, Zavod za izdavanje udžbenika, Novi Sad – Beograd, 2018.

[38] Jovanović, M., *Regulacija reka – rečna hidraulika i morfologija*, Građevinski fakultet, Beograd, 2008.

[39] Jovanović, M., *Plovni putevi i pristaništa*, predavanja i album autorovih fotografija, Građevinski fakultet, Beograd (1987-2013).

[40] Jovanović, M., *Uticaj inercije na hidraulički režim brodskih prevodnica*, Srpsko društvo za hidraulička istraživanja, Subotica, 2007.

[41] Jovanović, M., *Osnove numeričkog modeliranja ravanskih otvorenih tokova*, Građevinski fakultet, Beograd, 1998.

[42] Jovanović, M., Đorđević, D. *Experimental Study of the MacCormack numerical sheme*, Advances in Engineering Software, 23, Elsevier, 1995.

[43] Kabelac, O.W., *Navigation Locks: Filling and Emptying Systems for Locks*, discussion, Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 90, No. WW4, Nov. 1964.

[44] Karney, B.W., McInnis, D., *Efficient Calculation of Transient Flow in Simple Pipe Networks*, Journal of Hydraulic Engineering, 118(7), 1014-1030, 1992.

[45] Kapor, R., *Hidraulika*, Građevinski fakultet, Beograd, 2015.

[46] Kapor, R., *Matematički model tečenja vode u plitkim oblastima strujanja sa osnovnim jednačinama osrednjenim po prostoru*, Doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd, 1997.

[47] Kolkman, P.A., *Low-head navigation locks - door filling and emptying systems developed by hydraulic investigations*, Delft hydraulics laboratory, Publication no. 111, 1973.

[48] Kooman, IR.C. *Navigation Locks for Push Tows*, Rijkswaterstaat Communications, No. 16, The Hague, 1973.

[49] Kooman, IR.C., De Bruijn, P.A., *Lock Capacity and Traffic Resistance of Locks*, Rijkswaterstaat Communications, No. 22, The Hague, 1975.

[50] Kubrak, E., et al *Flow Measurements Using a Sluice Gate; Analysis of Applicability*, Water, MDPI, 2020.

[51] Launder, B.E., Spalding, D.B., *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*, Academic Press, London, 1972.

[52] McCracken, D.D., Dorn, W.S., *Numerical Methods and Fortran Programming*, John Wiley, 1964.

[53] McNown, J.S., *Mechanics of Manifold Flow*, Transactions, ASCE, Vol. 119, Paper No. 2714, 1954.

[54] McNown, J.S., *Fluid Mechanics and Lock Design*, Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 93, No. WW3, Aug. 1967.

[55] McNown, J.S., *Surge problems in canals with high-lift locks* - discussion, Journal of Waterways and Harbors Division ASCE, Nov. 1969.

[56] Mihajlov, A.B., *Brodske prevodnice* (na ruskom), Moskva, 1955, 1966.

[57] Mihailov, A.B., *Limitation of Hydraulic Regime and Time of Filling High-Head Ship Lock Chambers by Standard Navigation Regulations Requirements*, XVII. IAHR Congress, Baden-Baden, 1977.

[58] Miller, D.S. *Internal Flow Systems*, Vol. 5 in the BHRA Fluid Engineering Series, 1978.

[59] Milovanov, D., *Hidrosistem Dunav-Tisa-Dunav*, Vodoprivredno preduzeće DTD, Novi Sad, 1972.

[60] Mokwa, M., Szulczewski, W., *Mathematical Simulation of Unsteady Motion during Filling of a Lock Chamber*, Archives of Hydroengineering, Volume XXXIX, No. 4, Polish Academy of Sciences, Institute of Hydroengineering, Gdansk, 1992.

[61] Molenaar, W.F. *Hydraulic Structures - Locks*, CIE3330, Delft University of Technology, 2011.

[62] Muškatirović, D., *Unutrašnji plovni putevi i pristaništa*, Saobraćajni fakultet Beograd, 1993.

[63] Natale, L, Savi, F., *Minimization of Filling and Emptying Time for Navigation Locks*, Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, Nov./Dec. 2000.

[64] Nelson, M.E., Johnson, H.J., *Navigation Locks: Filling and Emptying Systems for Locks*, Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 90, No. WW1, Feb. 1964.

[65] Novak, P., Moffat, A.I.B., Nalluri, C., Narayanan, R., *Hydrauilic Structures*, Fourth Edition, Taylor & Francis, 2007.

[66] Pariset, E., Gagnon, A., *High Lift Lock: Some Hydraulic Problems and Solutions*, Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 90, No. WW4, Nov. 1964. Discussion by Wisner, P., Stoicescu, T., J. of Waterways and Harbors Division, ASCE, WW3, Aug. 1965.

[67] Pegan–Ašković, N., *Usavršavanje i tipizacija brodskih prevodnica putem modelskih ispitivanja*, studija, Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi", Beograd, 1964 i
O hidrauličkoj problematici brodskih prevodnica, magistarski rad, Građevinski fakultet Beograd, 1968.

[68] Petrić, Z., et al., *Operaciona istraživanja* I - zbirka zadataka, Naučna knjiga, Beograd, 1984.

[69] PIANC, *Standardization of ships and inland waterways for river/sea navigation*, InCom-WG16, Brussels, 1996.

[70] PIANC, *Factors involved in standardising the dimensions of class Vb inland waterways* (*canals*), InCom-WG20, Brussels, 1999.

[71] PIANC, *Final Report of the International Commission for the Study of Locks*, Brussels, 1987.

[72] PIANC, *Innovations in Navigation Lock Design*, InCom-WG29, Brussels, 2009.

[73] PIANC, *Horizontal and vertical dimensions of fairways*, MarCom-WG49, Brussels, 2009.

[74] PIANC, *What's new in the design of navigation locks?*, Workshop, New Orleans, 2011.

[75] Press, W.H., Flannery, B.P, Teukolsky, S.A., Vetterling, W.t., *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, 1986.

[76] Prodanović, D., *Mehanika fluida za studente Građevinskog fakulteta*, Građevinski fakultet, 2013.

[77] Radojković, M., Klem, N., *Primena računara u hidraulici*, Građevinska knjiga, 1988.

[78] Radojčić, D., et al., *Design of Contemporary Inland Waterway Vessels - The Case of the Danube River*, Springer, 2021.

[79] Raichlen, F., Ippen, A.T., *Wave-Induced Oscillations in Harbours*, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 91, No. HY2, Mar. 1965.

[80] Rajaraman, V., *Computer oriented numerical methods*, Prentice-Hall International, Englewood Cliffs, 1971.

[81] Ramamurthy, A.S., Zhu, W., Carballada, B.L., *Dividing Rectangular Closed Conduit Flows*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 122, No. 12, Dec. 1996.

[82] Roberson, J.A., Cassidy, J.J., Chaudhry, M.H., *Hydraulic Engineering*, John Willey & Sons, 1995.

[83] Rodi, W., *Turbulence Models and their Application in Hydraulics*, IAHR,1980.

[84] Rouse, H., *Cavitation in the Mixing Zone of a Submerged Jet*, La Houille Blanche, Jan.-Feb. 1953.

[85] Savić, Lj. *Uvod u hidrotehničke građevine*, Građevinski fakultet - Beograd, 2003.

[86] Schohl, G.A., *User's Manual for* LOCKSIM*: Hydraulic Simulation of Navigation Lock Filling and Emptying Systems*, US Army Corps of Engineers Waterways Experiment Station, 1999.

[87] Sharp, B.B, Sharp, D.B., *Water Hammer: Practical Solutions*, Butterworth-Heinemann, 2003.

[88] Sliski, S., M., *Hidraulički pororačuni hidrotehničkih konstrukcija sa velikim pritiskom* (na ruskom), Moskva, 1979.

[89] Stefanović, N., Kapor, R., *Oscilacije vode u akumulacijama prouzrokovane promenama uzvodnog i nizvodnog graničnog proticaja*, Vodoprivreda, 0350-0519, 35(2003), 203-204 p. 177-187, 2003.

[90] Streeter, V.L., Wylie, B.E., *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, 1975.

[91] Tennekes, H., Lumley, J.L., *A First Course in Turbulence*, MIT-Press, 1972.

[92] Telemac-3D Software, Operating Manual, EDF, 2016.

[93] Thorenz, C., Schulze, L, *Numerical Investigations of Ship Forces During Lockage*, Journal of Coastal and Hydraulic Structures, Vol. 1, No. 5, 2021.

[94] Ven Te Chow, *Open-Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, Kogakusha, Ltd., 1959.

[95] Vrijburcht, A., *Loads on Fender Structures and Dolphins by Sailing Ships*, Rijkswaterstaat, Communications No. 49/1991, the Hague, 1991.

[96] US Army Corps of Engineers, *Hydraulic Design of Navigation Locks*, EM 1110-2-1604, 1995.

[97] US Army Corps of Engineers, *Hydraulic Design of Lock Culvert Valves*, EM-1110-2-1610, 1989, 2018.

[98] Verelst, K. et al., *Comparison of Software for Computation of Longitudinal Forces on a Ship in a Lock Chamber During Levelling with Openings in the Lock Gate*, Daniel Bung, Blake Tullis, 7th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures, Aachen, Germany, 2018.

[99] Vukadinović, S., *Elementi teorije masovnog opsluživanja*, Saobraćajni fakultet, Beograd 1983.

[100] Wilson, B.W., *Elastic Characteristics of Moorings*, Journal of the Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 93, No. WW4, Nov. 1967.

[101] Windsor, J.S., Vallee, H., *Computer Model for a Lock Manifold System*, Journal of Waterways and Harbors Division, ASCE, Vol. 95, No. WW2, May 1969.

[102] Wylie, B.E., Streeter, V.L. *Fluid Transients*, McGraw-Hill, 1978.

Izvori sa interneta (2024)

[103] https://bargewanderlust.wordpress.com/2018/11/07/the-rhone-bollene-ecluse/

[104] https://www.gettyimages.com/photos/canal-lock

[105] https://www.interreg-danube.eu/danube-skills

[106] https://sourceforge.net/projects/runge/

[107] https://www.codecogs.com/library/engineering/fluid_mechanics/pipes/surge/surge-tanks.php

[108] https://izw.baw.de/publikationen/kolloquien/0/05_Monfort_Design%20and %20construction%20od%20the%20fourth%20Lock%20of%20Lanaye_.pdf

[109] https://palplanches.arcelormittal.com (AMCRPS_CS-018_Ivoz-Ramet_GB.pdf)

[110] https://www.french-waterways.com/waterways/north/seine-nord-europe/

[111] https://www.gettyimages.com/photos/ship-locks?assettype=image&phrase= ship%20locks&sort=mostpopular&license=rf%2Crm

[112] https://ocw.tudelft.nl/wp-content/uploads/Part_2.pdf

[113] https://www.usna.edu/NAOE/_les/documents/Courses/EN455/EN455_Chapter4.pdf

[114] https://www.ijeas.org/download_data/IJEAS0212031.pdf

[115] https://montoguequiz.com/mechanical/estimating-ship-resistance-froude-ittc-1957/

[116] https://www.ittc.infomedia816775-03-02-04.pdf

[117] https://open.rijkswaterstaat.nl/open-overheid/onderzoeksrapporten/@211204/design-locks-part-1/

[118] https://www.youtube.com/watch?v=Hy8DLg395rQ

[119] https://vodevojvodine.com/nasledje/hidrokompleksi-klek-i-srpski-itebej/

[120] https://repository.tudelft.nl/record/uuid:1202e9bd-cd42-45b3-a300-64524432c9e1

[121] https://repository.tudelft.nl/record/uuid:ed6b3620-1e73-47b0-9600-4a71a73de670

Registar pojmova

Bazeni za uštedu vode, 11
- Hilpolštajn (Hilpolstein) (D), 220
- kanal Rajna-Majna-Dunav (D), 219
- prevodnica Uelzen (D), 11
- principi funkcionisanja, 218
- računski primer, 223
- tehnički crtež, 221
- utrošak vode, 217

Brodovi (plovila), 17
- deplasman (istisnina), 17
- dunavska barža, 20
- dunavski brodovi, 20
- dunavski sastavi, 17
- iskorišćenost, 17
- klasifikacija ECE, 18
- koeficijent plovnosti, 21, 66
- koeficijent punoće trupa, 17
- kombinacija (miks), 17
- nosivost, 17
- potiskivani sastavi, 19
- rečne barže, 19
- samohodni teretni, 19
- stepeni slobode pomeranja, 145

Čeoni sistemi, 35
- jednačine punjenja/pražnjenja, 46
- jednačine 1D strujanja, 81, 93
- jednačine 2D strujanja, 122
- jednačine 3D strujanja, 123
- komore za umirenje, 41
- MakKormakova shema, 93, 94
- metoda karakteristika, 81
- metode Runge-Kutta, 60
- model „krutog broda”, 145
- model „savitljivog broda”, 135
- model Telemac3D (primena), 124
- modeliranje turbulencije, 126
- ograničenja numeričkih modela, 131
- Ojlerova eksplicitna metoda, 57
- Ojlerova implicitna metoda, 60
- Ojlerova poboljšana metoda, 58
- Prajsmanova shema, 95
- postojeći softver, 78, 152
- punjenje – kapije ustave, 41
- punjenje – kratke galerije, 39
- punjenje – otvori u kapijama, 35
- računski primeri, 69, 104
- shematski prikaz, 36
- uprošćeni računski model, 52
- uprošćeni analitički model, 78

Fizički modeli, 245
- Frudova sličnost, 246
- kompozitno modeliranje, 260
- merenje naprezanja užadi, 248
- merenje pomeranja broda, 248
- pilot-model GF, Beograd, 255
- prevodnica Ivoz-Ramet (F), 252
- prevodnica Lanaj IV (F), 250
- prevodnica Moaslen (F), 253
- prevodnice sistema DTD, 254
- razmere, 245
- usmeravajuće gradevine, 249

Kapije prevodnica, 8
- dvokrilna, 9
- glavni nosači, 37
- šiber kapija, 42
- tipovi, 8, 37
- ustava, 9

Kavitacija, 237
- kavitacioni broj, 239
- kavitacioni indeks, 240
- iza zatvarača, 243

Komore prevodnica, 5
broj i položaj, 5
dimenzionisanje, 6
gornja glava, 39
hidraulički sistemi, 9
oscilatorno kretanje vode, 107
osnovna perioda i frekvencija, 108
prema klasama plovnog puta, 6
spektralna analiza, 116, 144
za mala plovila, 6

Plovni putevi – krivine, 8

Podeoni sistemi, 153
hidraulička analiza, 170
hidrodinamički uravnoteženi, 210
inercijalni uticaji, 166
koeficijent protoka sistema, 159
linijski i lokalni gubici, 180, 227
modeliranje složenog sistema, 173
Ojlerova implicitna metoda, 162
Prediktor-korektor metoda, 163
postojeći softver, 200
računski primer, 195, 163
složeni, crteži, 155, 156
tipovi, 153
uprošćeni model, 158
vodni udar, 231

Pretpristani, 10
Brana na Tisi, 10
Đerdap II, 10

Prevodnice, 1
brana na Tisi DTD, 36
brana „Tri klisure" (CH), 5
Bolen (Bollène Ecluse) (F), 212
domen primene, 1
Đerdap I, 4, 213
elementi, 2
Hilpolštajn (Hilpolstein) (D), 220
Hoenvart (Hohenwarthe) (D), 3
Novi Bečej DTD, 43
Novi Sad – Savino selo DTD, 9
Pančevo DTD, 42
projektni ciljevi i principi, 12
Serig (Serrig), Nemačka, 6
Vokerak (Vokerak) (NL), 3

Prevodenje plovila, 15
ciklus prevodenja, 15
deterministički model, 24
Đerdap I, 213
finansijska efikasnost, 34
hodograf, 24
kapacitet (propusna moć), 23
stohastički model, 28
metode masovnog opsluživanja, 28
trajanje ciklusa, 23
tranzitno vreme, 23
troškovi brodarskih kompanija, 33
troškovi poslovanja, 31
troškovi vlasnika/operatera, 32
vreme punjenja komore, 22
vreme ulaza/izlaza plovila, 21

Prilazni kanali, 8
dubina, 8
evropski standardi, 8
prelazne deonice, 11
simetrični, 8

Sile, 62
bezdimenzioni oblik, 66, 104
dopuštena u užadima, 68
na brod, 62
na sastav, 68
nigibi linije nivoa, 65
označavanje, 67
u pričvrsnim užadima, 62, 63
uzroci sile na brod, 65
vezivanje brodova u komori, 63

Usmeravajuće gra:devine, 10
Brana na Tisi, 10
kanal Rajna-Majna-Dunav (D), 10
kanal Sena-Severna Evropa (F), 10

Vodni udar, 231

Zatvarači, 42
segmentni, 44, 157
tablasti, 44
tablasti, koef. lokalnog gubitka, 43
tablasti, obrazac Belangea, 43



Beleška o autoru. Dr Miodrag Jovanović je redovni profesor Građevinskog fakulteta u Beogradu u penziji. Autor je velikog broja naučnih i stručnih radova. Član je Akademije inženjerskih nauka Srbije i niza nacionalnih i međunarodnih profesionalnih udruženja.

http://www.grf.bg.ac.rs/~mjovanovic/

ISBN 978-86-7518-251-1