**Naziv predmeta:**

# TEORIJA SATELITSKOG POZICIONIRANJA

| | |
|---|---|
| Nivo studija: | Master akademske studije |
| Studijski program: | Geodezija |
| Modul: | Geodezija |
| Semestar: | I |


Predmetni nastavnik:
dr Dušan Petković, mast. inž. geodez.

Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu
Katedra za geodeziju i geoinformatiku


Školska godina: 2025/2026.

# Informacije o predmetu

| | |
|---|---|
| Naziv predmeta: | **Teorija satelitskog pozicioniranja** |
| Fond časova: | **2 + 2** |
| Prisustvo: | **obavezno** (75%) |
| Način polaganja ispita: | **usmeni ispit** |
| Predispitne obaveze: | **-** |
| Literatura: | Uvod u Satelitsku geodeziju – D. Blagojević<br>Satellite geodesy: foundations, methods and applications – G. Seeber<br>GNSS – Global Navigation Satellite System – B. Hofmann-Wellenhof |

# Informacije o predmetu

| | |
|---|---|
| Predmetni nastavnik: | dr Dušan Petković, mast. inž. geodez.<br>Docent, Građevinski fakultet<br>Univerzitet u Beogradu |
| Kancelarija: | **334** |
| Mail adresa: | **dpetkovic@grf.bg.ac.rs**<br>**petkovicdusaan@yahoo.com** |
| Termini konsultacija: | **sreda 10-11** |
| Predispitne obaveze: | **-** |

# Sadržaj predmeta: Satelitska geodezija

Nastavne celine:

1. Uvodna razmatranja
2. Referentni sistemi satelitske geodezije
3. Osnovna teorija satelitskih orbita
4. Principi satelitskih merenja
5. Satelitski sistemi i metode

# Sadržaj predmeta: Teorija satelitskog pozicioniranja

Nastavne celine:

1. Uvodna razmatranja
2. Uvod u NAVSTAR GPS
3. Matematički model GPS merenja
4. Modeli popravaka i stohastički model
5. Formiranje razlika
6. Linearne kombinacije
7. Tipovi GPS pozicioniranja
8. Ostali satelitski sistemi za pozicioniranje

# PREDAVANJE 1

Uvodna razmatranja

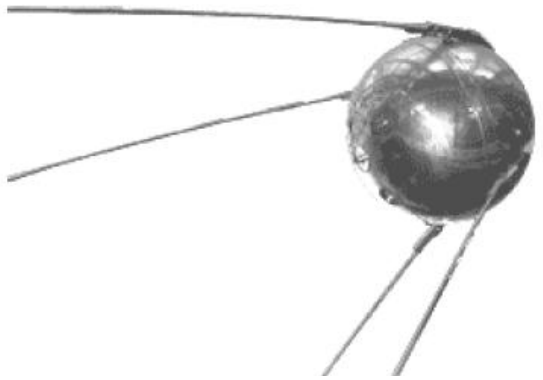
# Definicija i zadaci satelitske geodezije

Definicija: Satelitska geodezija je oblast geodezije koja obuhvata postupke i obradu preciznih merenja ka satelitima, od satelita i između satelita, koji se izvode u cilju rešavanja različitih geodetskih zadataka.

Osnovni ciljevi:

- određivanje preciznih geodetskih mreža,
- određivanje spoljašnjeg gravitacionog polja Zemlje,
- merenje i modeliranje geodinamičkih fenomena.

# Istorijski razvoj

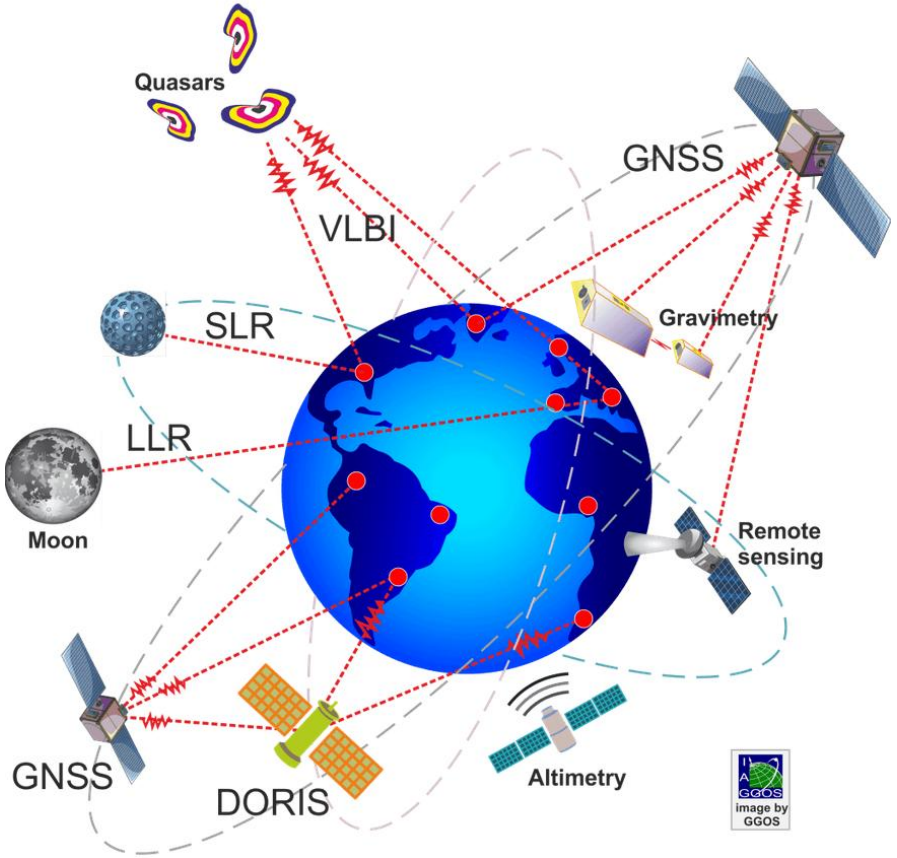


Početak satelitske geodezije:

- 04.10.1957. godine SSSR lansira prvi veštački satelit SPUTNIK-1.

Period 2000-:

- specijalizovane satelitske misije,
- kompletno uspostavljanje satelitskih sistema za globalno pozicioniranje (NAVSTAR GPS, GLONASS, GALILEO, BEIDOU).



# Oblasti primene

Globalna geodezija:

- opšti oblik Zemljine figure i gravitacionog polja,
- dimenzije opšteg Zemljinog elipsoida,
- uspostavljanje globalne terestričke referentne osnove.

Geodetske mreže:

- uspostavljanje fundamentalnih nacionalnih mreža,
- uspostavljanje homogenih trodimenzionalnih mreža,
- geodetsko povezivanje kopna i ostrva.

# Oblasti primene

Geodinamika:

- određivanje savremenih pomeranja Zemljine kore,
- permanentno trodimenzionalno praćenje seizmičkih zona,
- određivanje pomeranja polova i Zemljine rotacije.

Praktična i primenjena geodezija:

- uspostavljanje specijalnih lokalnih mreža za potrebe inženjerstva,
- pozicioniranje različite tačnosti za potrebe kartografije, šumarstva, poljoprivrede, arheologije i slično,
- detaljni premer za potrebe katastra, planiranja i projektovanja, geografskih informacionih sistema, urbanizma, razgraničenja i slično.

# Oblasti primene

Navigacija i marinska geodezija:

- precizna navigacija na kopnu, moru i u vazduhu,
- precizno pozicioniranje za potrebe marinskog premera, eksploatacije morskog dna, hidrografije, okeanografije, marinske geologije i geofizike,
- povezivanje i unifikacija različitih vertikalnih referentnih sistema.

Ostale primene:

- pozicioniranje i određivanje brzina za potrebe geofizičkih osmatranja,
- tomografija atmosfere (istraživanje jonosfere i troposfere),
- određivanje parametara satelitskih orbita.

# Klasifikacija i osnovni koncept satelitske geodezije

Osnovni aspekti korišćenja veštačkih satelita:

- **Direktna (geometrijska) metoda**: sateliti se mogu smatrati visokim signalima prema kojima se vrše opažanja,
- Indirektna (dinamička) metoda: satelit predstavlja svojevrsni senzor Zemljinog gravitacionog polja.

Osnovne metode:

- **Zemlja-kosmos** (**satelitski sistemi za globalno pozicioniranje**),
- kosmos-Zemlja (radarska altimetrija, satelitska gradiometrija),
- kosmos-kosmos (satelitsko praćenje satelita).

# Klasifikacija i osnovni koncept satelitske geodezije

Osnovni koncept (fundamentalna jednačina satelitske geodezije):

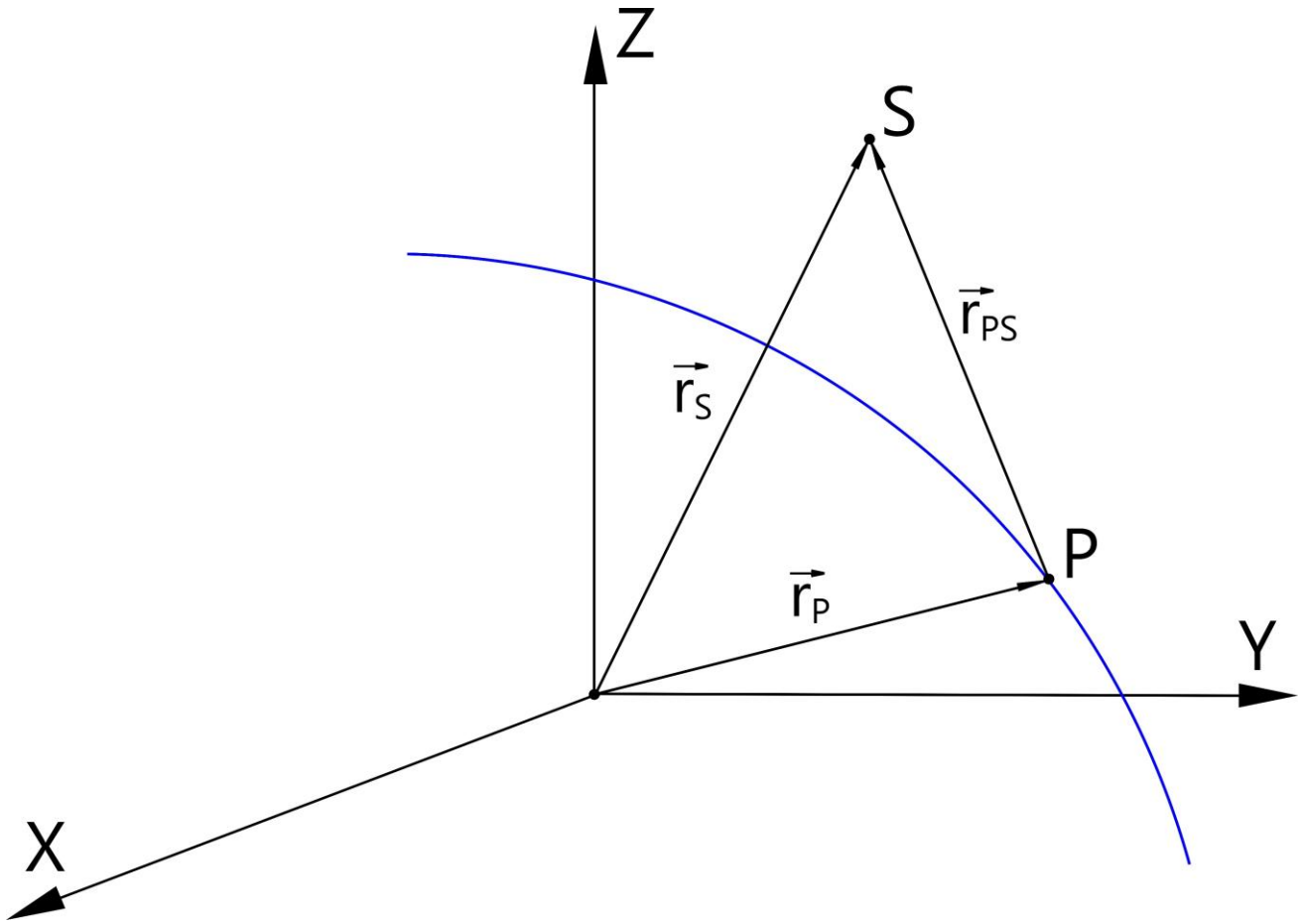
- $\vec{\boldsymbol{r}}_S = \vec{\boldsymbol{r}}_P + \vec{\boldsymbol{r}}_{PS}$

Merene veličine → $\vec{\boldsymbol{r}}_{PS}$

Poznate veličine → $\vec{\boldsymbol{r}}_S$

Finalni oblik jednačine:

- $\vec{\boldsymbol{r}}_S - \vec{\boldsymbol{r}}_{PS} = \vec{\boldsymbol{r}}_P$



# Satelitsko merenje dužina

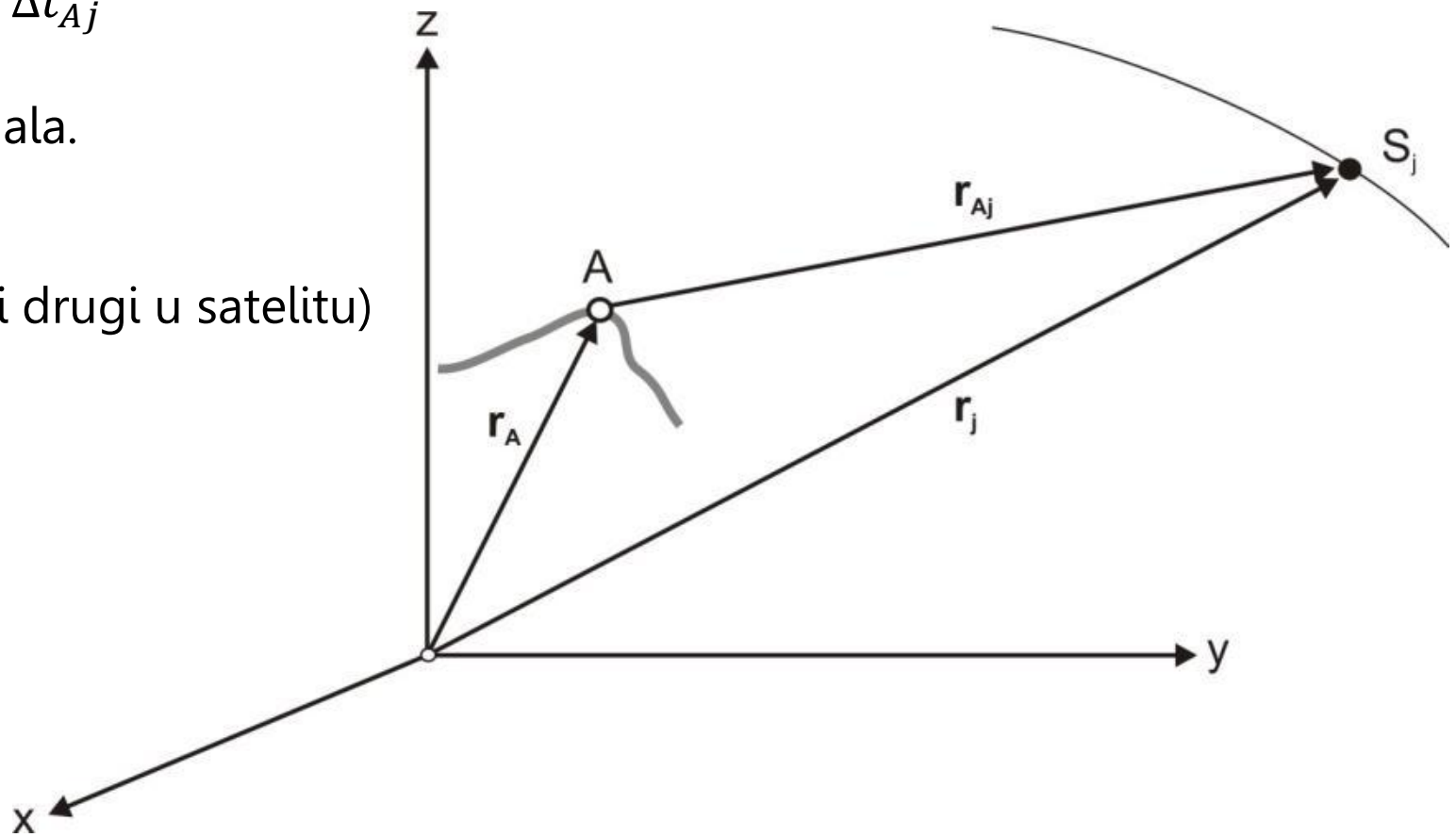
**Osnovni princip** (jednosmerni režim rada):

- merenje vremena puta - $\Delta t$:

$$\left|\vec{\mathbf{r}}_j - \vec{\mathbf{r}}_A\right| = \left|\vec{\mathbf{r}}_{Aj}\right| = r_{Aj} = c \cdot \Delta t_{Aj}$$

gde je $c$ brzina prostiranja signala.

- primer: GNSS
  dva časovnika (jedan na stanici drugi u satelitu)



# Satelitsko merenje dužina

Trilateracija:

- prostorni lučni presek
- osnovna jednačina veze:

$$r_R^S = \sqrt{(X_R - X^S)^2 + (Y_R - Y^S)^2 + (Z_R - Z^S)^2}$$

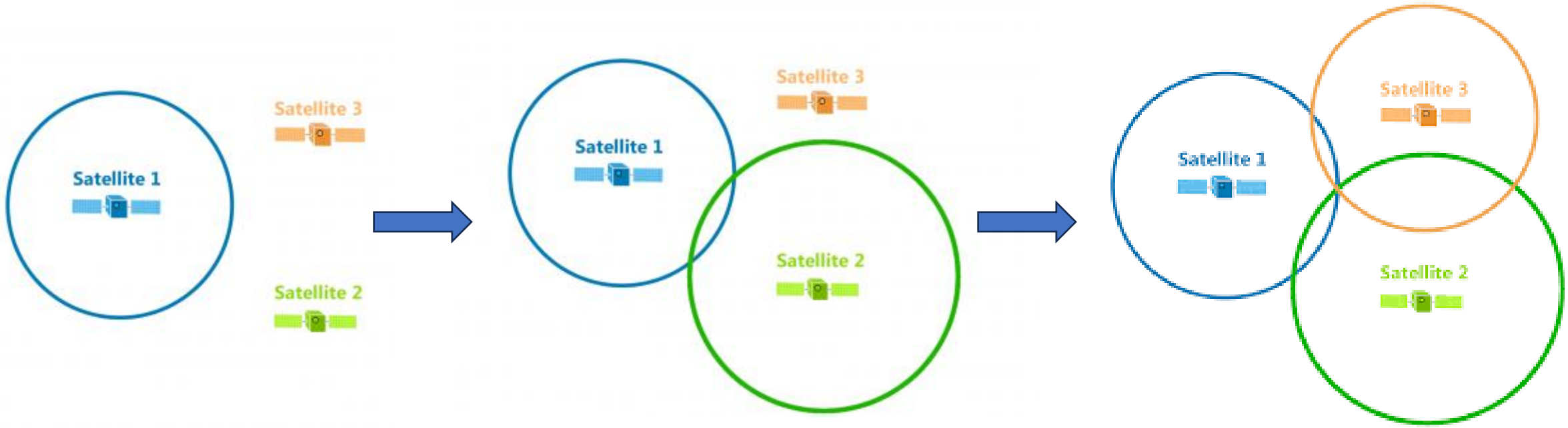
  - poznato: $(X, Y, Z)^S$
  - nepoznato: $(X, Y, Z)_R$
  - mereno: $r_R^S$

- broj nepoznatih veličina → 3
- broj merenih veličina → 3
- broj merenih veličina > 3 → MNK

# Satelitsko merenje dužina

Trilateracija:

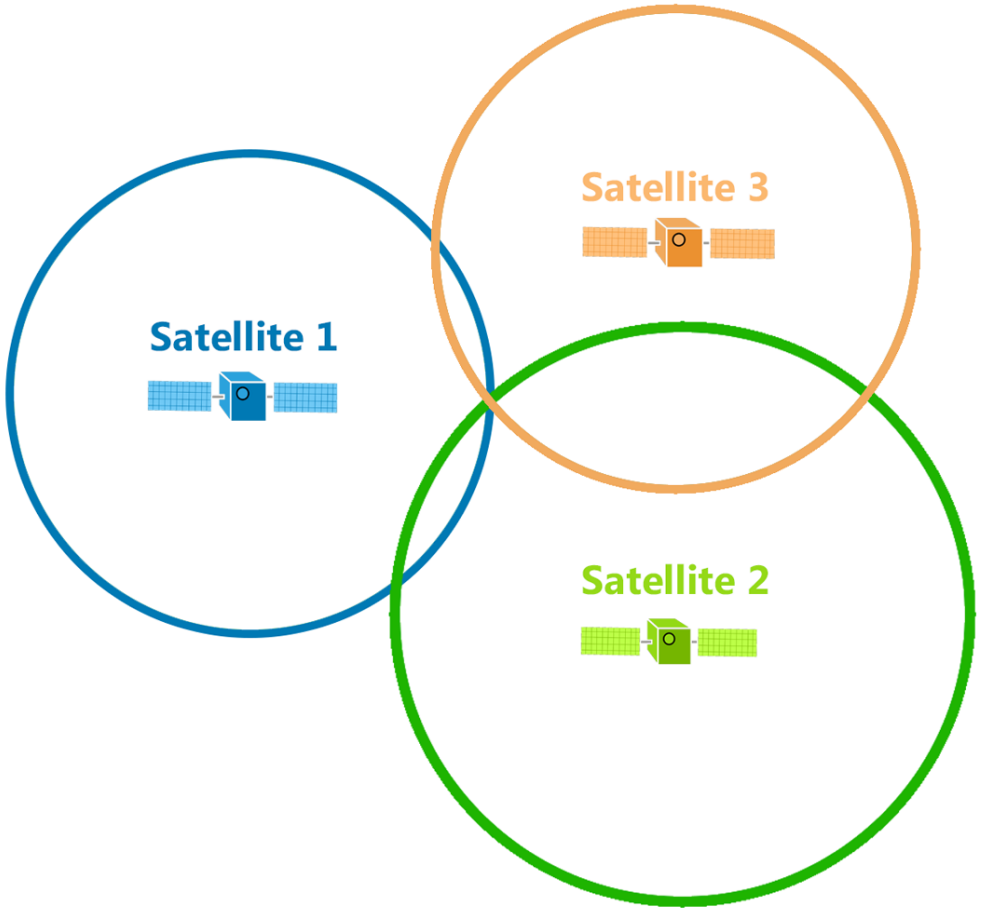
- geometrijska interpretacija:

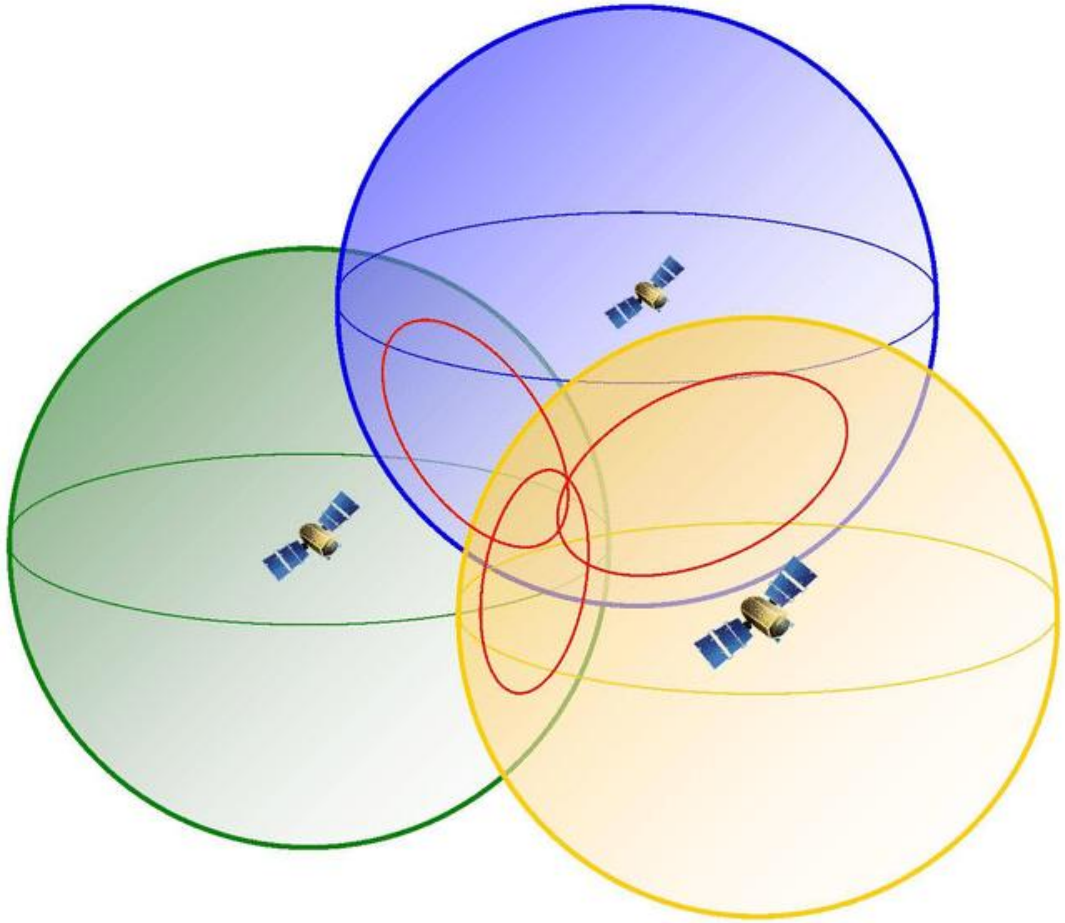


# Satelitsko merenje dužina

Trilateracija:

- geometrijska interpretacija:



# Satelitsko merenje dužina

Trilateracija:

- osnovni problem → sinhronizacija časovnika $\delta t$

- osnovna jednačina veze:

$$R_R^S = r_R^S + u = \sqrt{(X_R - X^S)^2 + (Y_R - Y^S)^2 + (Z_R - Z^S)^2} + c\delta t$$

  - poznato: $(X, Y, Z)^S$
  - nepoznato: $(X, Y, Z)_R, u$
  - mereno: $R_R^S$ (pseudodužina)

- broj nepoznatih veličina → 4
- broj merenih veličina → 4
- broj merenih veličina > 4 → MNK

# Satelitsko merenje dužina

Trilateracija:

- prostorni lučni presek
- pozicije satelita → poznate veličine
- jednačina veze:

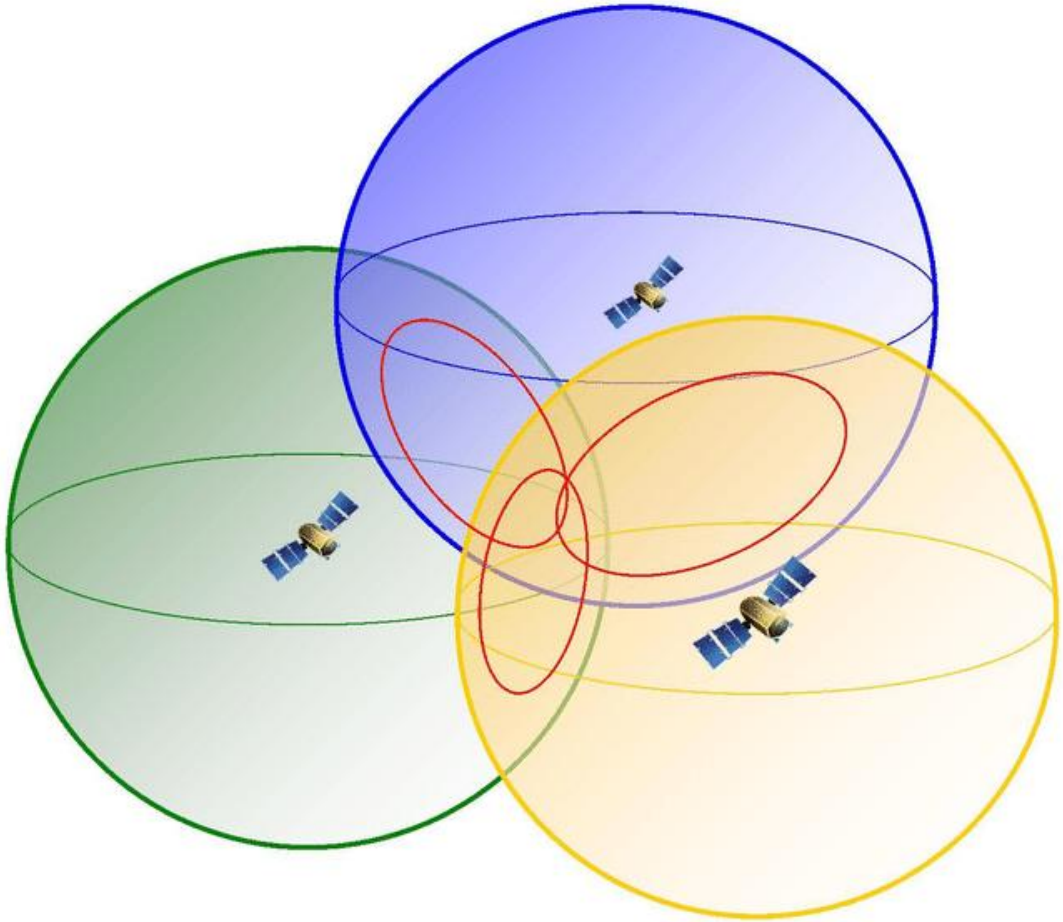
$$R_R^S = r_R^S + u = \sqrt{(X_R - X^S)^2 + (Y_R - Y^S)^2 + (Z_R - Z^S)^2} + c\delta t$$

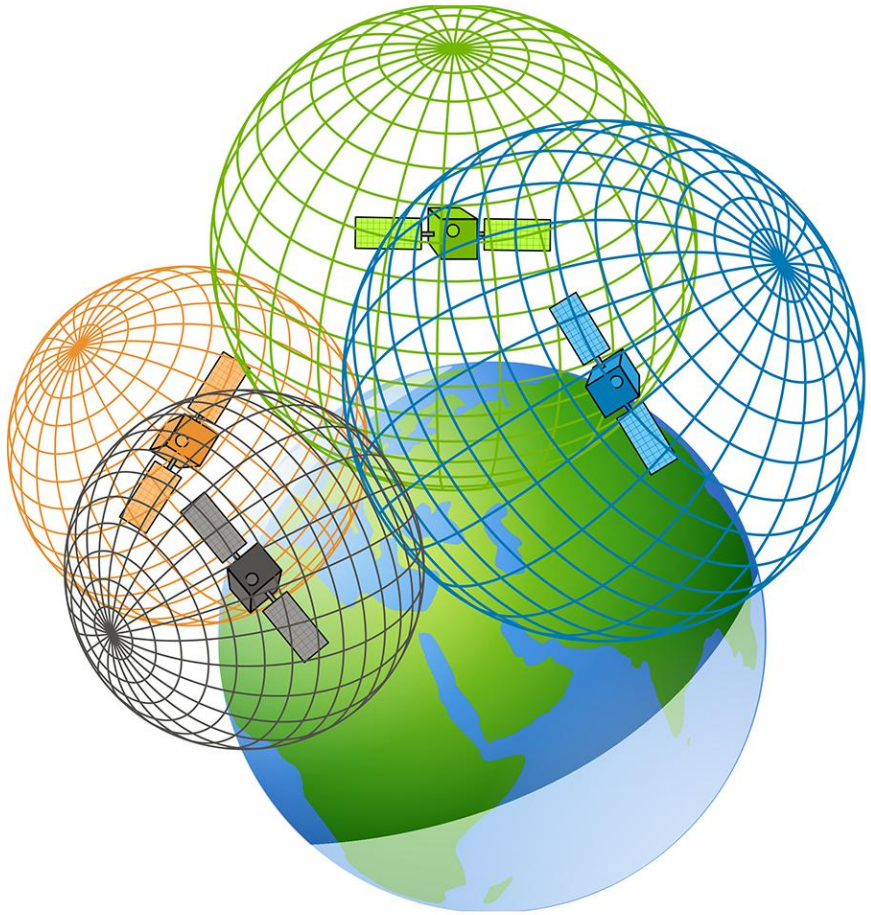
- minimalni broj satelita → 4
- merene veličine → $R_R^S$ (**pseudodužine**)

# Satelitsko merenje dužina

Trilateracija:

- geometrijska interpretacija:

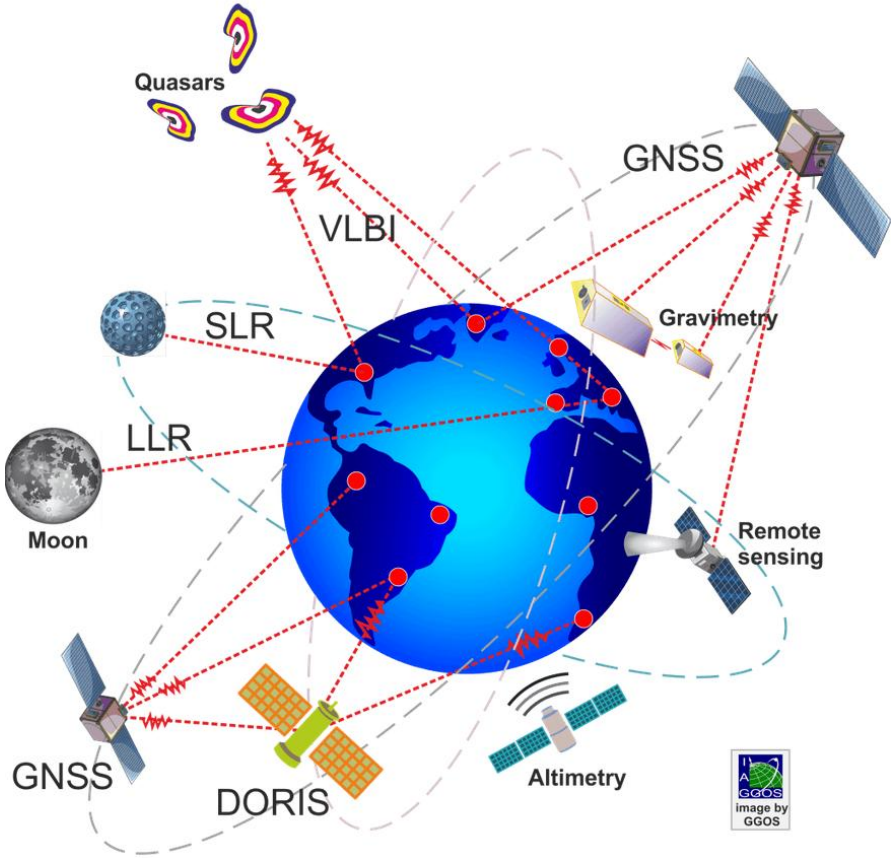




# Globalni navigacioni satelitski sistemi

Definicija: „**Global Navigation Satellite System** is a space-based radio positioning system that includes one or more satellite constellations, augmented as necessary to support the intended operation, and that provides 24-hour three-dimensional position, velocity, and time information to suitably equipped users anywhere on, or near, the surface of the earth (and sometimes off earth).”

Termin **globalni navigacioni satelitski sistem** podrazumeva satelitsku konstelaciju koja omogućava pozicioniranja u realnom vremenu bilo gde na fizičkoj površini Zemlje, kontinuirano dostupnu u svim vremenskim uslovima, veoma preciznu, pouzdanu i ekonomičnu.

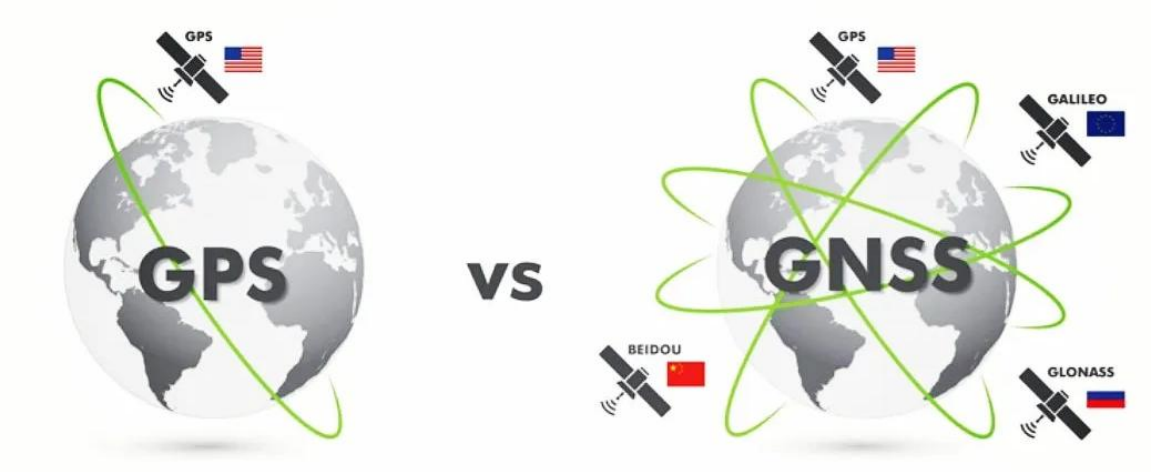


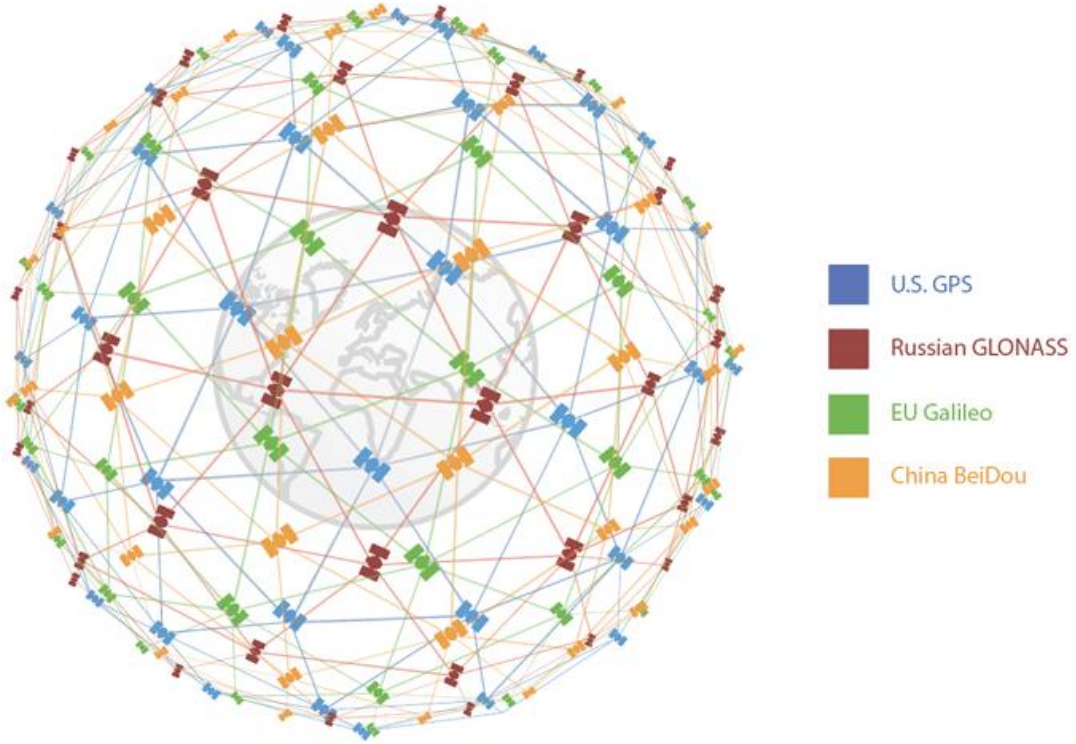

Prvi potpuno uspostavljen sistem: Navigation Satellite Timing and Ranging Global Positioning System – **NAVSTAR GPS** (17.07.1995. godine)

# Globalni navigacioni satelitski sistemi

Ostali globalni sistemi za pozicioniranje:

- Globalnaya Navigationnaya Sputnikovaya Sistema – GLONASS (SSSR),
  Full Operational Capability (FOC) – 2011. godina
- GALILEO (Evropska Unija i Evropska Svemirska Agencija),
  FOC - 2018. godina
- BEIDOU ili COMPASS (Kina)
  FOC – 2020. godina



# PREDAVANJE 2

Uvod u NAVSTAR GPS

# Uvod u NAVSTAR GPS

1. Razvoj programa NAVSTAR
2. Arhitektura sistema NAVSTAR
3. Referentni sistem WGS84
4. Struktura GPS signala
5. Princip kodnih i faznih merenja
6. Osnovni izvori grešaka merenja

# Razvoj programa NAVSTAR

Period 1960-ih:

- Satelitski navigacioni sistem - TRANSIT

Period do 1972:

- Projekat ratne mornarice - TIMATION (testiranje atomskih časovnika u kosmosu)
- Projekat ratnog vazduhoplovstva - 621B (testiranje modulacije signala kodovima)

Period 1970-ih: :

- Odobrena osnovna arhitektura (1973)
- Lansirani prvi GPS sateliti (1978)

Godina 1995:

- Sistem je proglašen potpuno operativnim (17.7.1995.)

# Razvoj programa NAVSTAR

Navigation Satellite Timing and Ranging Global Positioning System – **NAVSTAR GPS**
(zvanična web adresa: https://www.gps.gov/)

Osnovni ciljevi programa NAVSTAR:

- određivanje položaja, brzina i vremena sa formalnom tačnošću od 10 m, 0.1 m/s i 100 ns respektivno (vojne potrebe),
- neograničen broj korisnika,
- globalna geografska dostupnost,
- nezavisnost od vremenskih uslova,
- visok stepen zaštite od ometanja i interferencije,
- mogućnost selektivnog korišćenja.

# Razvoj programa NAVSTAR

Arhitektura sistema NAVSTAR:

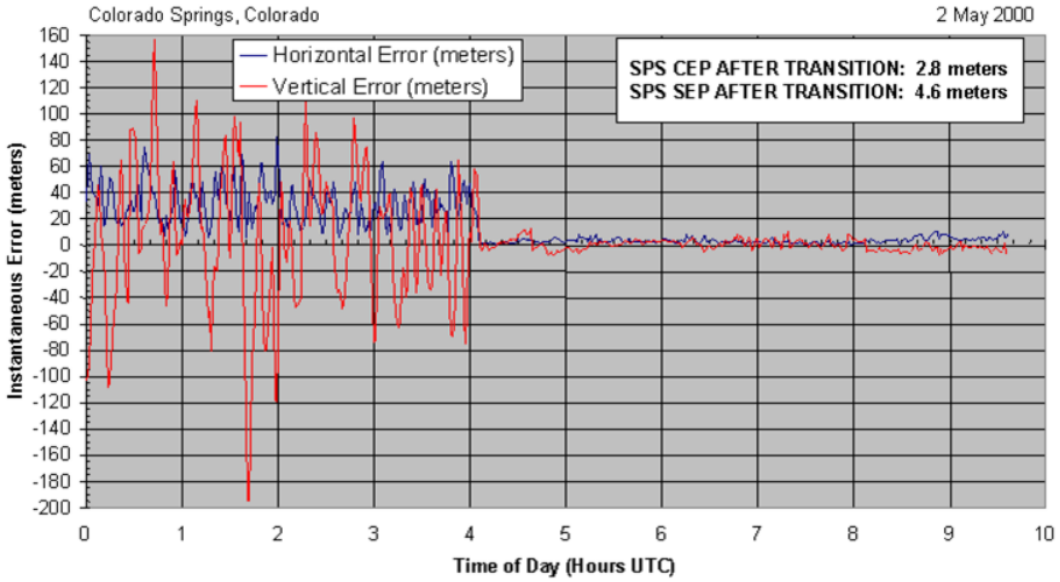
- **Tip sistema**: GPS sistem je pasivni satelitski sistem (korisnici primaju satelitske signale bez mogućnosti povratne komunikacije sa GPS satelitima),
- **Tip signala**: GPS koristi tehniku signala širokog spektra (CDMA - Code Division Multiple Access) što omogućava da sateliti emituju satelitske signale bez interferencije,
- **Metod pozicioniranja**: Trilateracija,
- **Noseća frekvencija**: L-opseg frekvencija (1 GHz – 2 GHz),
- **Satelitska konstelacija**: Imajući u vidu zahtev globalne dostupnosti, GPS konstelacija zasnovana je na srednjim orbitama (MEO - Medium Earth Orbit) što omogućava konstelaciju od 24 do 36 satelita za globalnu pokrivenost.

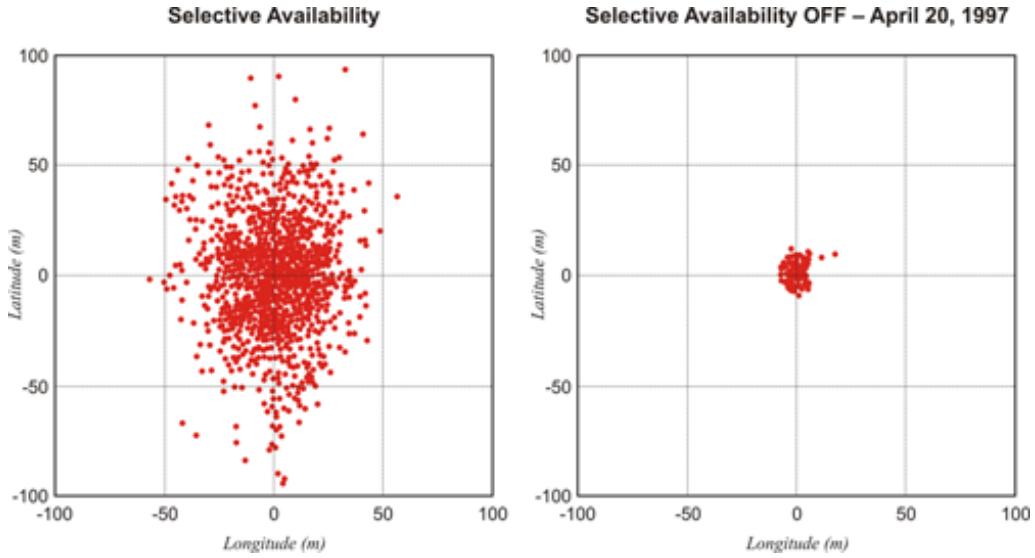
# Razvoj programa NAVSTAR

NAVSTAR GPS je inicijalno bio sistem vojnog porekla → ograničena civilna upotreba.

Mere zaštite:

- SA - Selective Availability (degradacija tačnosti satelitskih signala; ukinuto predsedničkim ukazom 2000. godine),
- AS - Anti-spoofing (šifrovani oblik preciznih kodova).

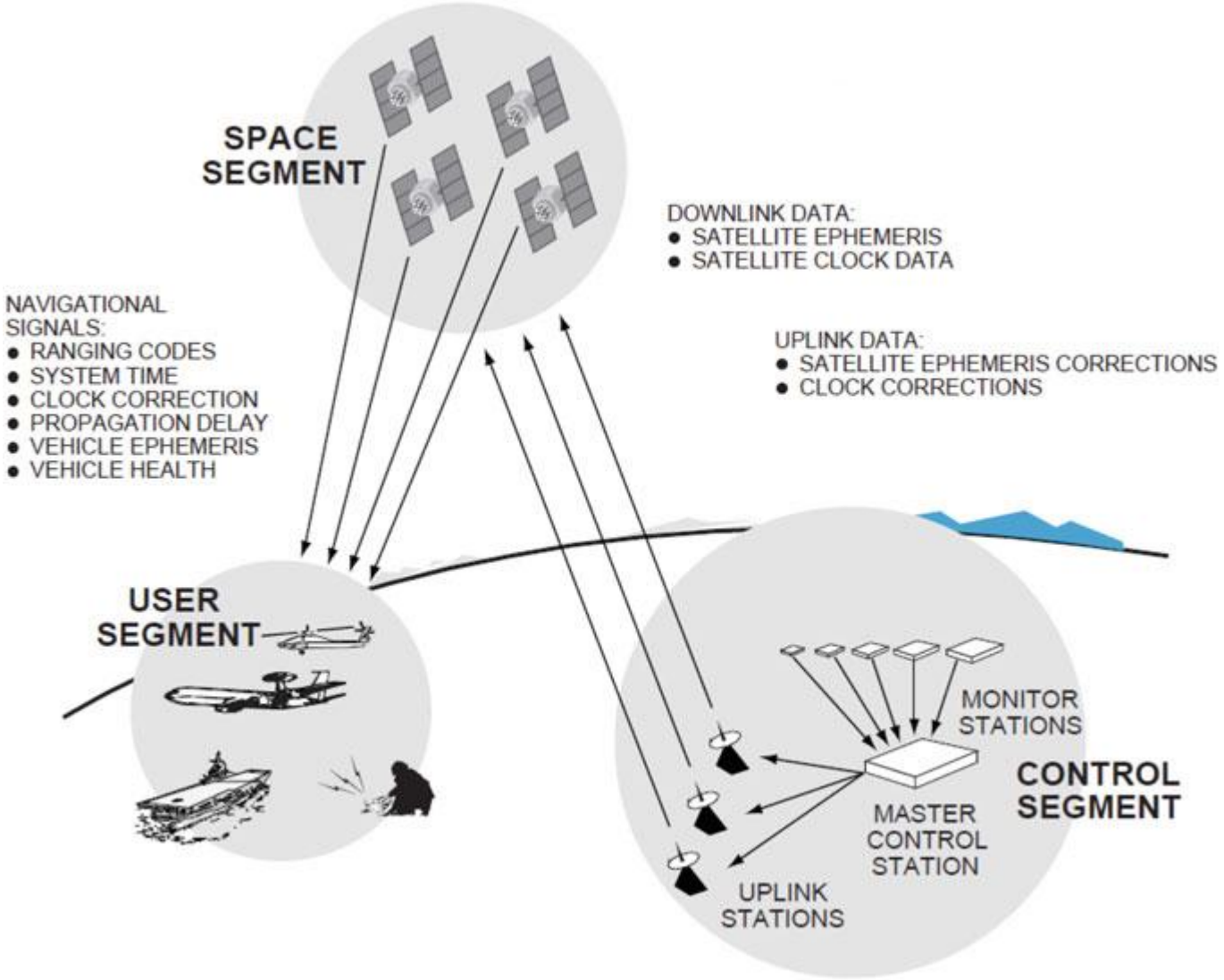


# Arhitektura sistema NAVSTAR

Osnovna arhitektura sistema za globalno pozicioniranje:

- kosmički segment,
- kontrolni segment,
- korisnički segment.



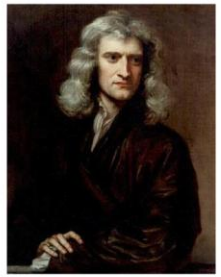
# SATELITSKA GEODEZIJA

## Istorija

**Temelj moderne mehanike**
Tycho Brahe je tekom kraja 16. veka prikupio najpreciznije astronomske opservacije svog vremena, stvarajući osnovu za matematičko opisivanje planetarnih putanja. Na tim podacima Johannes Kepler formulisao je svoja tri zakona kretanja planeta, čime je prvi put precizno opisao eliptične orbite. Nekoliko decenija kasnije, Isaac Newton je ujedinio Keplerove zakonitosti i mehaniku u zakon gravitacije.

Tycho Brahe (1546-1601)

Johannes Kepler (1571-1630)


Isaac Newton (1642–1727)

## Jednačina normalnog kretanja satelita

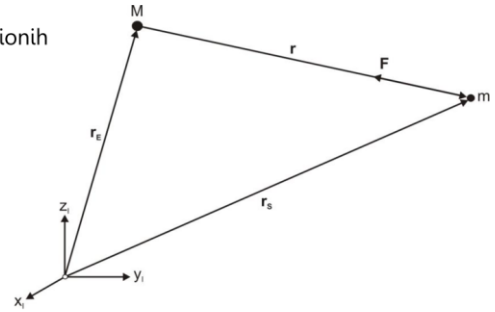
Problem dva tela:

- Jednačina normalnog satelitskog kretanja:

$$\ddot{\vec{\mathbf{r}}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{\mathbf{r}}$$

- Integracija prethodne jednačine → 6 integracionih konstanti:

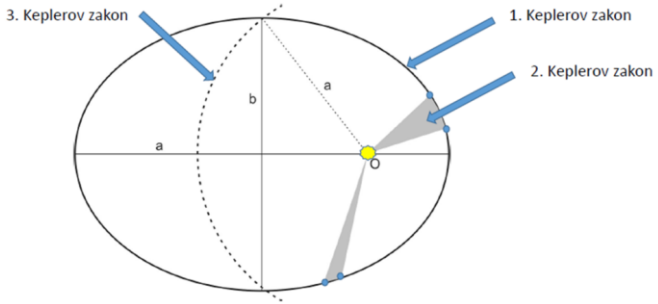
$$\vec{\mathbf{r}}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}, \qquad \dot{\vec{\mathbf{r}}}_0 = \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix}$$




## Keplerovi i Njutnovi zakoni

Keplerovi zakoni:

- Sve planete kreću se po orbitama koje su oblika elipse, pri čemu je Sunce u jednoj od žiža
- Linija koja spaja središta Sunca i planete opisuje jednake površine za isti vremenski interval
- Kvadrati perioda obilaska planeta proporcionalni su kubovima njihovih srednjih odstojanja od Sunca

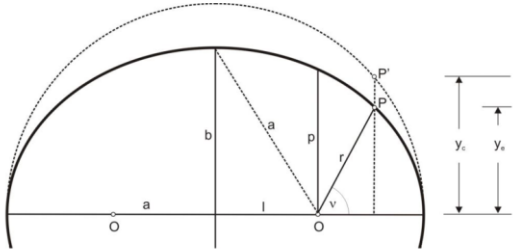



## Opšti oblik satelitskih orbita

Opšti oblik satelitske putanje u problemu dva tela opisuje Keplerova elipsa čija je matematička formulacija data jednačinom:

$$r = \frac{p}{1 + e\cos v}$$

- parametar krive - $p$
- prvi numerički ekscentricitet - $e$
  - $e = 0$ – kružnica
  - $\mathbf{0 < e < 1}$ **– elipsa**
  - $e = 1$ – parabola
  - $e > 1$ – hiperbola



# SATELITSKA GEODEZIJA

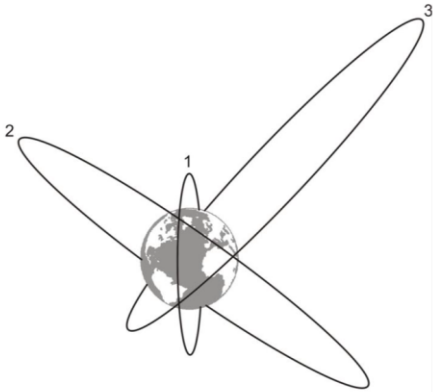
## Klasifikacija satelitskih orbita

Veličina, oblik i orijentacija satelitske orbite predstavljaju najznačajnije parametre u fazi planiranja jedne satelitske misije. Tip satelitske orbite zavisi prvenstveno od namene (izviđački, komunikacioni, navigacioni ili meteorološki sateliti).

Podela prema visini leta satelita $h = a - R$:

1. niske (0 km < $h$ < 2000 km),
2. srednje (2000 km < $h$ < 35786 km),
3. visoke ($h$ > 35786 km).

gde je $a$ velika poluosa a $R$ poluprečnik Zemlje.

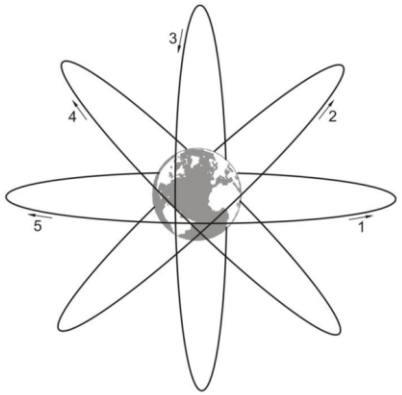



## Klasifikacija satelitskih orbita

Veličina, oblik i orijentacija satelitske orbite predstavljaju najznačajnije parametre u fazi planiranja jedne satelitske misije. Tip satelitske orbite zavisi prvenstveno od namene (izviđački, komunikacioni, navigacioni ili meteorološki sateliti).

Podela prema inklinaciji $i$:

- ekvatorske ($i = 0°$),
- nagnute ($0° < i < 90°$),
- polarne ($i = 90°$).

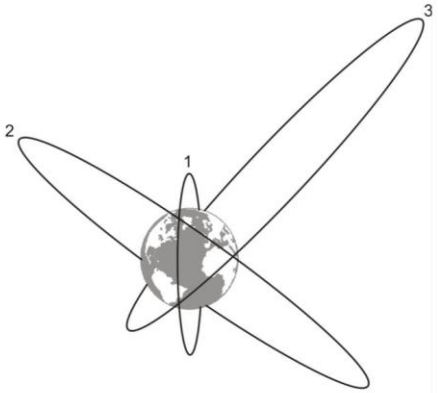



## Klasifikacija satelitskih orbita

**Niske orbite** (0 km < $h$ < 2000 km) karakteristične su za izviđačke satelite kod kojih se zahteva velika brzina kretanja i visoka rezolucija snimaka.

Navigacioni sateliti imaju po pravilu **srednje orbite** (2000 km < $h$ < 35786 km) da bi potpuna pokrivenost Zemljine površi mogla da se postigne relativno malobrojnom satelitskom konstelacijom.

**Visoke orbite** ($h$ > 35786 km) mogu se sresti kod nekih komunikacionih satelita.

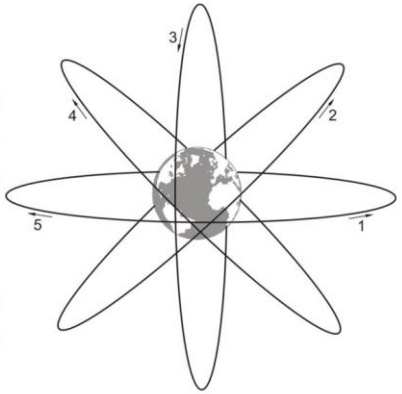



## Klasifikacija satelitskih orbita

Sateliti u **ekvatorskim orbitama** (1 i 5) dobro pokrivaju široki ekvatorijalni pojas Zemljine površi, ali je pokrivenost polarnih oblasti slaba (većina komunikacionih satelita).

**Nagnute orbite** (2 i 4) imaju sateliti čija je osnovna namena da što veći deo svog orbitalnog perioda provedu iznad oblasti Zemlje koja je predmet istraživanja (navigacioni sateliti).

**Polarne orbite** (3) se koriste kada je potrebno da satelit bude uvek iznad određenog područja Zemlje u redovnim vremenskim intervalima (sateliti za daljinsku detekciju).



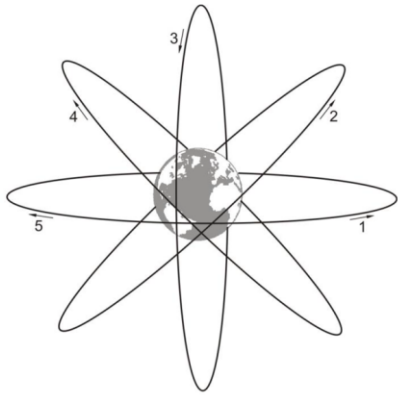
# SATELITSKA GEODEZIJA

## Klasifikacija satelitskih orbita

Veličina, oblik i orijentacija satelitske orbite predstavljaju najznačajnije parametre u fazi planiranja jedne satelitske misije. Tip satelitske orbite zavisi prvenstveno od namene (izviđački, komunikacioni, navigacioni ili meteorološki sateliti).

Podela prema smeru kretanja:

- prograde (↺),
- retrograde (↻).

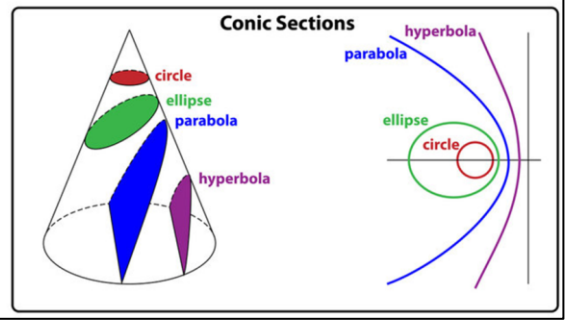



## Klasifikacija satelitskih orbita

Veličina, oblik i orijentacija satelitske orbite predstavljaju najznačajnije parametre u fazi planiranja jedne satelitske misije. Tip satelitske orbite zavisi prvenstveno od namene (izviđački, komunikacioni, navigacioni ili meteorološki sateliti).

Podela prema parametru ekscentriciteta $e$:

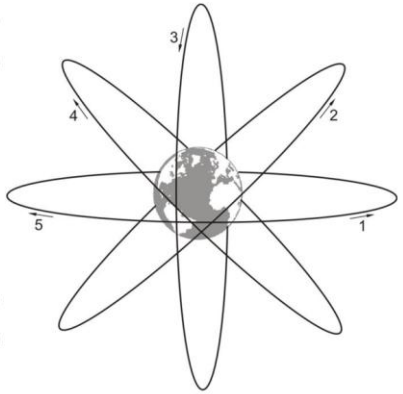
- **kružne** $(e = 0)$,
- **eliptične** $(0 < e < 1)$,
- parabolične $(e = 1)$,
- hiperbolične $(e > 1)$.




## Klasifikacija satelitskih orbita

**Prograde** orbite (1 i 2) imaju sateliti koji se, posmatrajući sa lokacije iznad severnog pola, kreću u smeru u kojem se Zemlja okreće (zapad-istok). **Retrograde** orbite (5 i 4) imaju sateliti sa smerom kretanja suprotnim od smera Zemljine rotacije. Ovakva podela je neodređena jedino kod polarnih orbita.

Razlozi ekonomičnosti nameću da u najvećem broju slučajeva satelitske orbite budu prograde, jer je u suprotnom neophodna velika količina energije da bi se prilikom lansiranja satelita savladao inicijalni efekat rotacije Zemlje.




## Klasifikacija satelitskih orbita

Podela prema kriterijumu sinhronizacije:

- geosinhrone,
- geostacionirane,
- heliosinhrone.

**Geosinhrone orbite**: period obilaska satelita stoji u celobrojnom odnosu sa periodom rotacije Zemlje (satelitska konstelacija se ponavlja svakog dana; sateliti su u pravilnim vremenskim intervalima satelit uvek iznad istog mesta Zemljine površi).

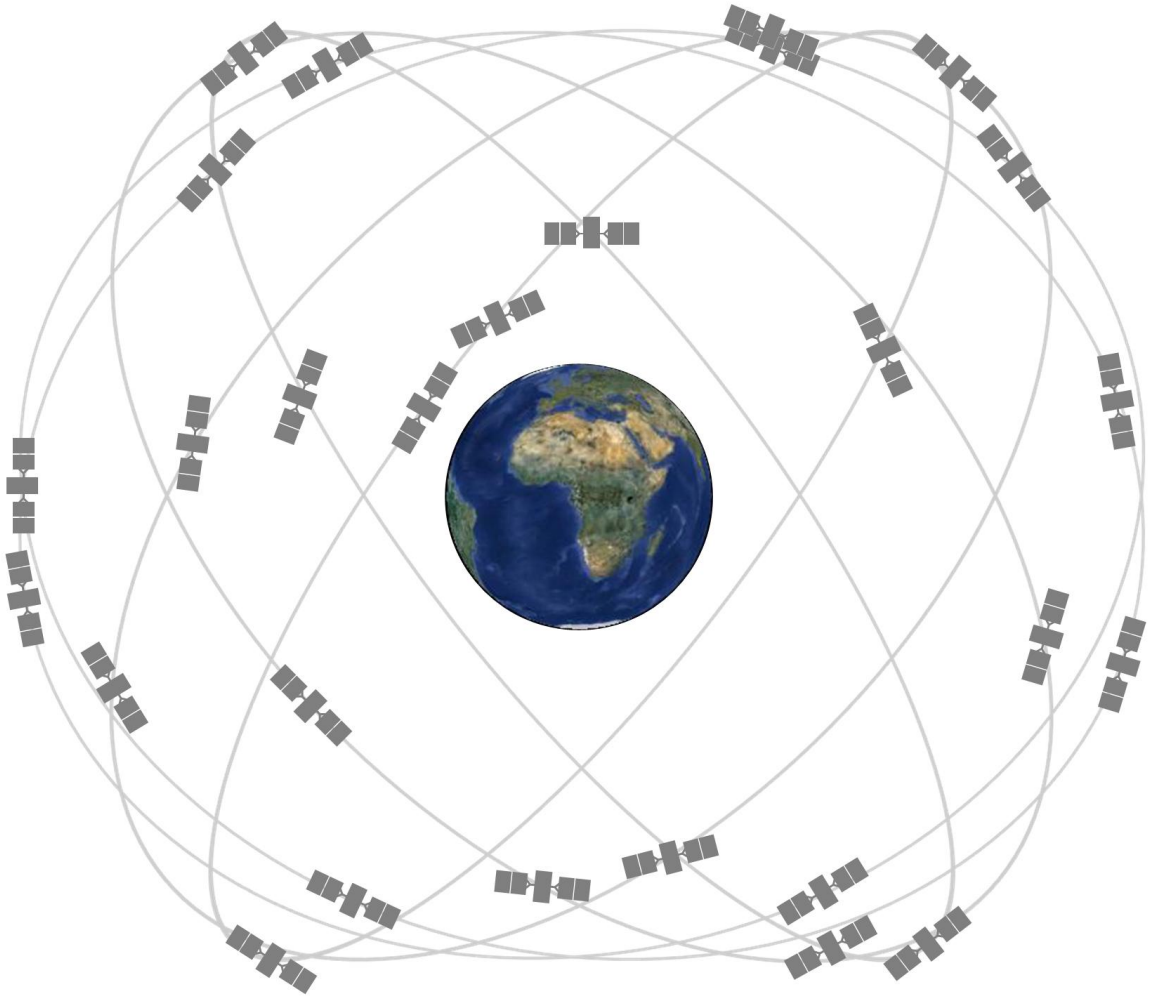
Primer: NAVSTAR GPS (visina: 20200 km, period obilaska: 12 zvezdanih časova (polovina perioda rotacije Zemlje)).

# Arhitektura sistema NAVSTAR

Kosmički segment:

- broj satelita - 24,
- broj orbitalnih ravni - 6,
- nagib orbitalnih ravni - 55°,
- visina orbita - 20200 km,
- poluprečnik orbita - 26560 km,
- period obilaska oko Zemlje - 12 časova (11h 58min 2s),

satelitska konstelacija →

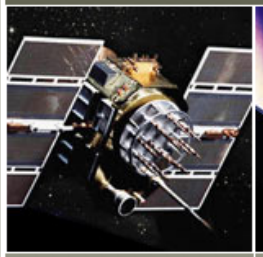
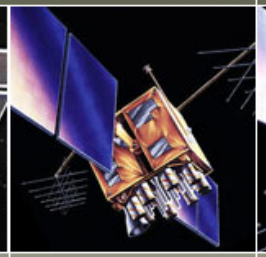
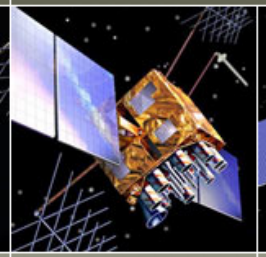
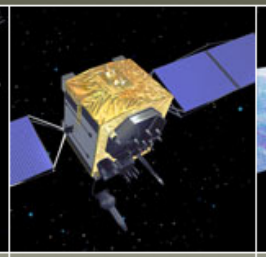


# Arhitektura sistema NAVSTAR

Kosmički segment:

- broj satelita - 24,
- broj orbitalnih ravni - 6,
- nagib orbitalnih ravni - 55°,
- visina orbita - 20200 km,
- poluprečnik orbita - 26560 km,
- period obilaska oko Zemlje - 12 časova (11h 58min 2s),

generacije satelita →

| LEGACY SATELLITES | | MODERNIZED SATELLITES | | |
|---|---|---|---|---|
|  |  |  |  | |
| BLOCK IIA | BLOCK IIR | BLOCK IIR-M | BLOCK IIF | GPS III/IIIF |
| 0 operational | 6 operational | 7 operational | 12 operational | 6 operational |
| ▪ Coarse Acquisition (C/A) code on L1 frequency for civil users<br>▪ Precise P(Y) code on L1 & L2 frequencies for military users<br>▪ 7.5-year design lifespan<br>▪ Launched in 1990-1997<br>▪ Last one decommissioned in 2019 | ▪ C/A code on L1<br>▪ P(Y) code on L1 & L2<br>▪ On-board clock monitoring<br>▪ 7.5-year design lifespan<br>▪ Launched in 1997-2004 | ▪ All legacy signals<br>▪ 2nd civil signal on L2 (L2C) *LEARN MORE* ➡<br>▪ New military M code signals for enhanced jam resistance<br>▪ Flexible power levels for military signals<br>▪ 7.5-year design lifespan<br>▪ Launched in 2005-2009 | ▪ All Block IIR-M signals<br>▪ 3rd civil signal on L5 frequency (L5) *LEARN MORE* ➡<br>▪ Advanced atomic clocks<br>▪ Improved accuracy, signal strength, and quality<br>▪ 12-year design lifespan<br>▪ Launched in 2010-2016 | ▪ All Block IIF signals<br>▪ 4th civil signal on L1 (L1C) *LEARN MORE* ➡<br>▪ Enhanced signal reliability, accuracy, and integrity<br>▪ No Selective Availability *LEARN MORE* ➡<br>▪ 15-year design lifespan<br>▪ IIIF: laser reflectors; search & rescue payload<br>▪ First launch in 2018 |

# Arhitektura sistema NAVSTAR

**Kontrolni segment** (Operational Control Segment - OCS) zadužen je za kompletno upravljanje satelitskim operacijama.

Osnovni zadaci:

- praćenje satelitskih orbita i izvođenje satelitskih manevara,
- praćenje i održavanje ispravnog funkcionisanja satelita,
- održavanje GPS vremena,
- predikcija satelitskih efemerida i parametara časovnika,
- ažuriranje satelitskih navigacionih poruka.

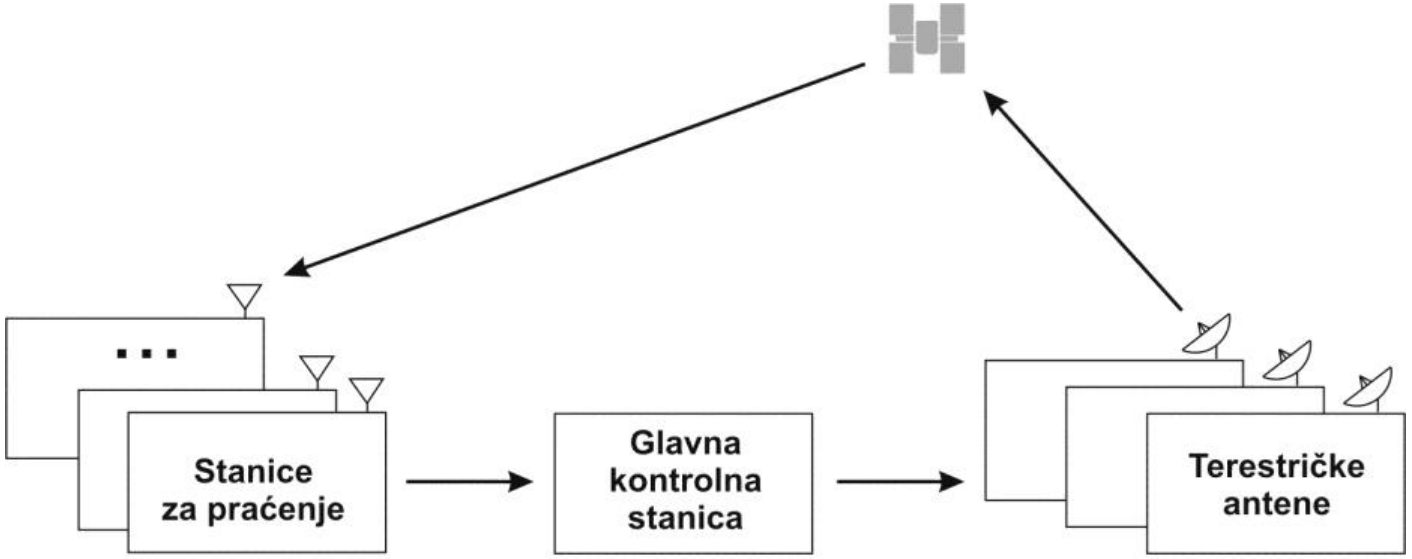
# Arhitektura sistema NAVSTAR

**Kontrolni segment** (Operational Control Segment - OCS) zadužen je za kompletno upravljanje satelitskim operacijama.

Glavna kontrolna stanica (Master Control Station - MCS) → vazduhoplovna baza Schriever, Colorado Springs.

Ostalih 5 stanica za praćenje:

- Ascension Island,
- Diego Garcia,
- Kwajalein,
- Hawaii,
- Cape Canaveral.

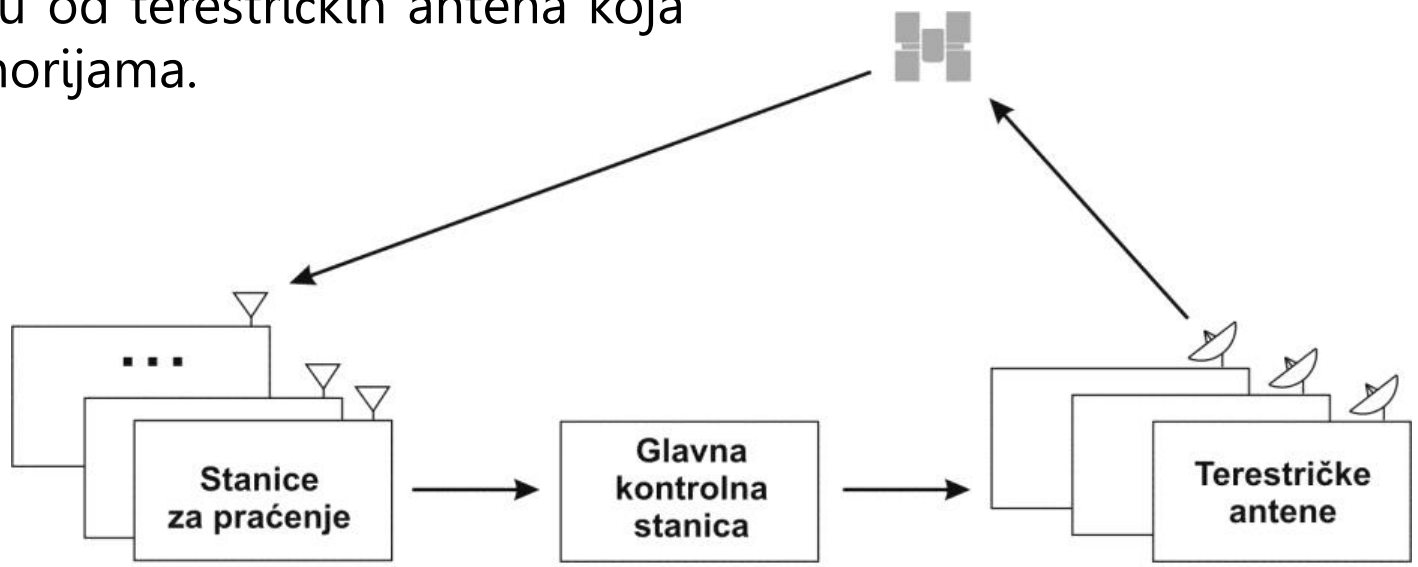


# Arhitektura sistema NAVSTAR

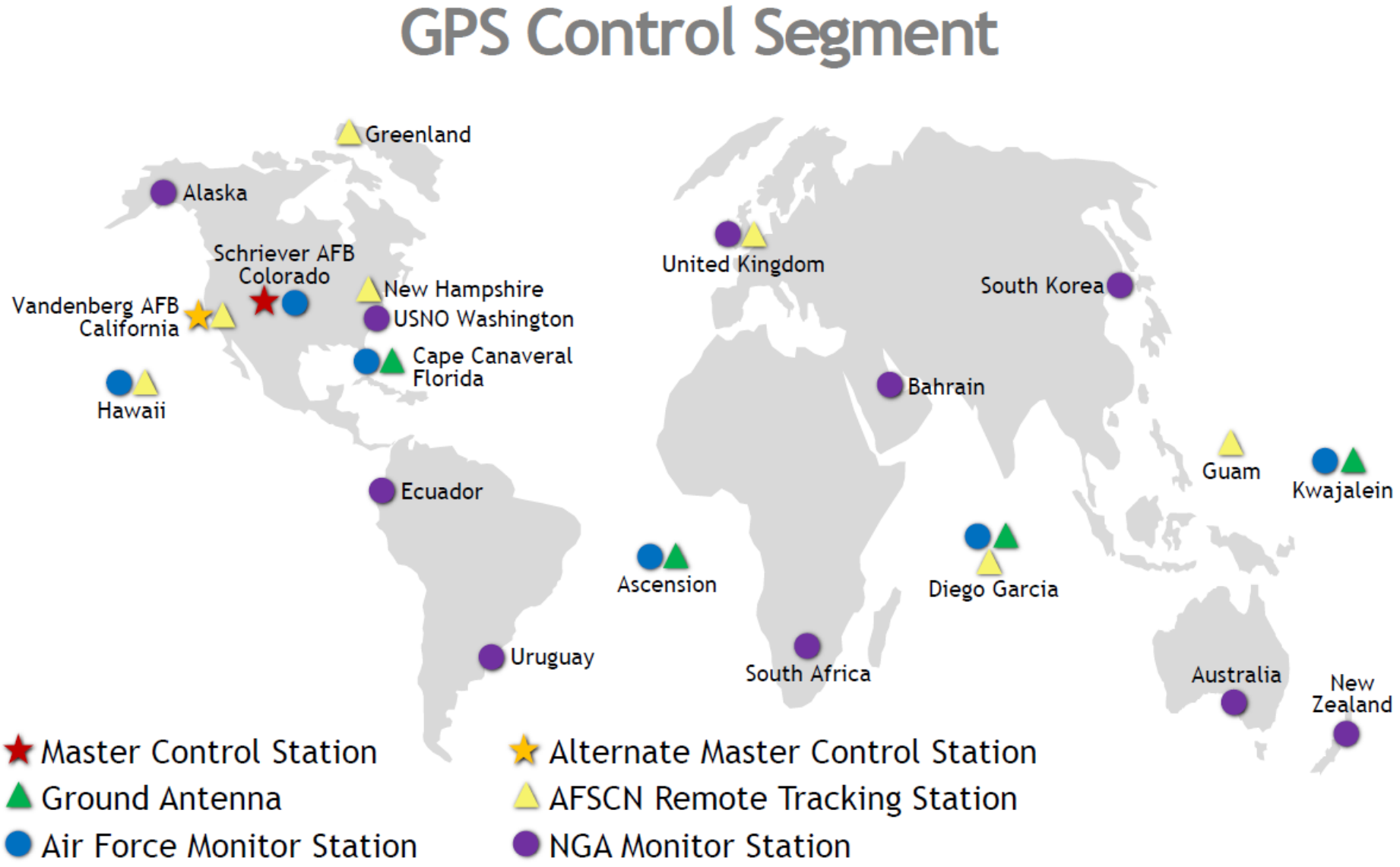
Opažanja sa stanica za praćenje prosleđuju se glavnoj kontrolnoj stanici, gde se na osnovu njih određuju i prognoziraju **orbite GPS satelita** i **stanja njihovih časovnika**.

GPS vreme definiše odabrani skup atomskih časovnika na stanicama za praćenje, tako da se sinhronizacija satelitskih časovnika vrši računanjem koeficijenata polinoma koji modeliraju njihova odstupanja.

Prognozirane satelitske efemeride i koeficijenti časovnika upućuju se potom iz glavne kontrolne stanice u jednu od terestričkih antena koja ih radio putem prosleđuje satelitskim memorijama.



# Arhitektura sistema NAVSTAR



# Arhitektura sistema NAVSTAR

**Korisnički segment** → GPS prijemnici

Početak GPS-a: odnos vojne i civilne upotrebe → 90% - 10%

Prvi prijemnici za precizno pozicioniranje → 1982. godina

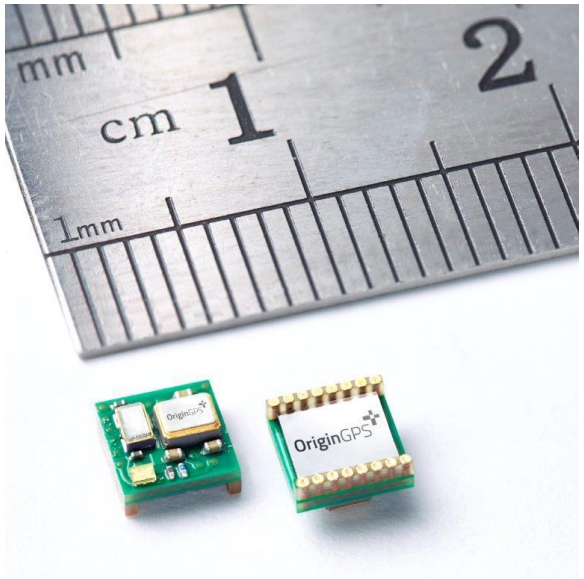
- Macrometer V-1000
- Texas Instruments TI 4100

# Arhitektura sistema NAVSTAR

**Korisnički segment** → GPS prijemnici

Danas: odnos vojne i civilne upotrebe → 10% - 90%

GPS čipovi se ugrađuju u ručne časovnike i mobilne telefone



# SATELITSKA GEODEZIJA

## Globalni referentni sistemi

Definicija: Da bi se koordinatni sistemi definisali u trodimenzionalnom prostoru, neophodno je propisati koordinatni početak (tri elementa), orijentaciju koordinatnih osa (tri elementa) i razmeru (obično jedan element).

Tako usvojeni koordinatni sistemi, uz neophodne konstante, parametre, konvencije i teorije koje definišu koordinate i nedvosmisleno određuju na koji se način one pridružuju tačkama i objektima, nazivaju se **referentnim sistemima**.

Definicija: Referentni sistem sam po sebi ne obezbeđuje nikakvu praktičnu mogućnost određivanja koordinata novih tačaka. Stoga se u modernoj terminologiji razlikuje pojam referentnog okvira ili referentne osnove.

**Referentni okvir** materijalizuje odgovarajući referentni sistem, i na taj način ga čini dostupnim korisnicima. Realizacija referentnog okvira najčešće se postiže skupom fizički stabilizovanih tačaka ili kosmičkih tela i objekata, zajedno sa spiskom njihovih koordinata koje se upravo odnose na referentni sistem koji se materijalizuje.

## Terestrički referentni sistemi

1988: Definisanje i održavanje referentnih sistema povereno je Međunarodnoj službi Zemljine rotacije (International Earth Rotation Service – IERS; od 2003. godine: International Earth Rotation and Reference Systems Service).

**IERS** rezultati su bazirani na modernim tehnikama kao što su SLR, VLBI, GNSS.

Konvencionalni terestrički referentni sistem koji se danas koristi u gotovo svim naučnim i praktičnim primenama, definisan od strane IERS-a, naziva se Međunarodni terestrički referentni sistem (**International Terrestrial Reference System** – **ITRS**), dok se njegova praktična realizacija naziva Međunarodni terestrički referentni okvir (**International Terrestrial Reference Frame** – **ITRF**).

## Globalni referentni sistemi

Referentni sistemi od interesa u satelitskog geodeziji:

- **Inercijalni referentni sistem**:
  opisivanje položaja i kretanja satelita;
- **Terestrički referentni sistem**:
  opisivanje položaja tačaka na površi Zemlje.

## Međunarodni terestrički referentni sistem

Definicija referentnog sistema:

- sistem je geocentričan, pri čemu je centar mase definisan za celu Zemlju uključujući okeane i atmosferu,
- jedinica dužine je SI metar, sa razmerom koja je definisana u kontekstu relativističke teorije gravitacije,
- orijentacija koordinatnih osa zadata je inicijalnom orijentacijom bivše Međunarodne službe vremena (Fr.: Bureau International de l'Heure – BIH) za epohu 1984.0,
- vremenska evolucija orijentacije koordinatnih osa definisana je tako da nema globalnih rezidualnih rotacija u odnosu na Zemljinu koru (No-Net-Rotation – NNR).

# SATELITSKA GEODEZIJA

## Geodetski datum i datumska transformacija

U literaturi se često mogu pronaći i termini geodetski datum i datumska transformacija.

Definicija: „A **Geodetic Datum** is a set of parameters and constants that defines a coordinate system, including its origin and (where appropriate) its orientation and scale, in such a way as to make these accessible for geodetic applications."

„The geodetic datum describes the orientation of any geodetic coordinate system with respect to the Earth's body."

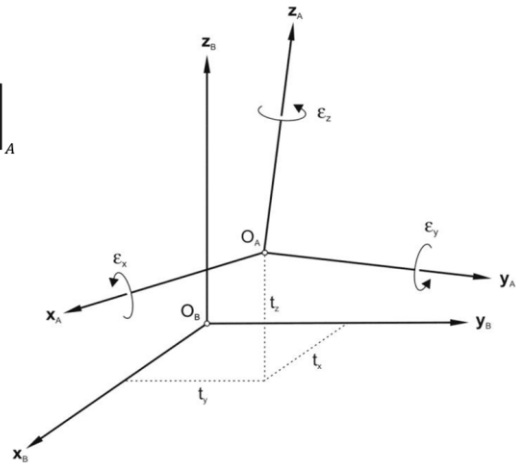
Transformacija između terestričkih referentnih sistema se uglavnom realizuje trodimenzionalnom transformacijom sličnosti koja se često u literaturi naziva **datumskom transformacijom**.

## Geodetski datum i datumska transformacija

Datumska transformacija pravouglih koordinata iz sistema A u sistem B:

$$\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}_{A,B} + (1+dm)\mathbf{R}_1(\varepsilon_x)\mathbf{R}_2(\varepsilon_y)\mathbf{R}_3(\varepsilon_z)\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}_A$$

- tri parametara translacije - $t_x, t_y, t_z$,
- tri parametara rotacije - $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$,
- jedan parametar razmere - $dm$.

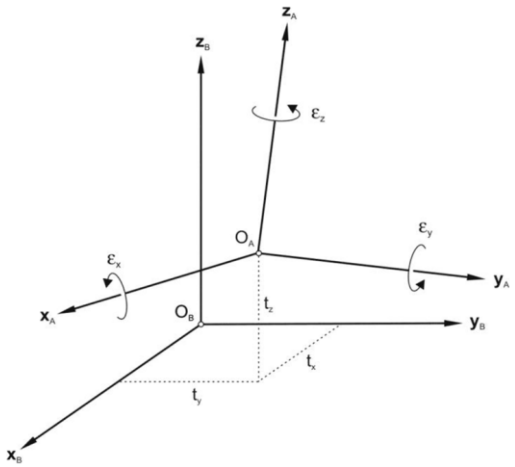



## Geodetski datum i datumska transformacija

Pomenuta transformacija je najčešće u formi sedmoparametarske transformacije:

- tri parametara translacije po koordinatnim osama,
- tri parametara rotacije oko koordinatnih osa,
- jedan parametar razmere,

ili čak u formi 14-o parametarske transformacije, kada se pomenutim parametrima pridružuju parametri koji definišu promene parametara transformacije u vremenu.

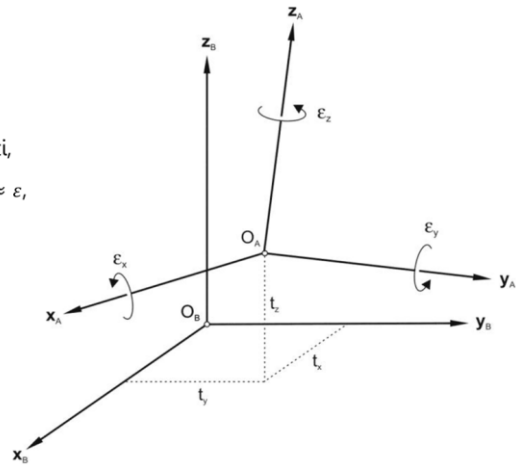



## Geodetski datum i datumska transformacija

$$\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}_B = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}_{A,B} + (1+dm)\begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix}_A$$

Napomena:

- uglovi rotacije $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ imaju male vrednosti,
- usvojene aproksimacije $\cos(\varepsilon) \approx 1$ i $\sin(\varepsilon) \approx \varepsilon$,
- proizvodi $\varepsilon_1\varepsilon_2$ su vrlo bliski nuli.



# SATELITSKA GEODEZIJA

## Referentni sistemi vremena

Metode satelitske geodezije suštinski zavise od sposobnosti mernog sistema da generiše precizno sinhronizovane signale i meri njihovo **vreme** puta.

Definisanje i održavanje precizne vremenske skale ima prema tome fundamentalni značaj za funkcionisanje satelitskih sistema.

- Astronomske vremenske skale:
  - Zvezdano vreme,
  - Solarno vreme,
  - Efemeridsko vreme.
- Atomske vremenske skale:
  - Atomsko vreme,
  - Koordinirano univerzalno vreme,
  - GPS vreme.

## GPS vremenska skala

GPS vremenska skala (Global Positioning System Time - GPST) takođe predstavlja vreme zasnovano na atomskoj skali vremena kao i UTC.

**Dve važne razlike**:

1. UTC vreme se generiše naknadno, dok se kod GPS vremena obrada i ocenjivanje vrše u realnom vremenu.
2. GPST je uniformna vremenska skala koja ne sadrži prestupne sekunde.

GPS vreme je definisano na osnovu merenja skupa cezijumskih i rubidijumskih časovnika na stanicama za praćenje i u samim GPS satelitima.

## Atomsko vreme

Savremena definicija osnovnog vremenskog intervala od jedne sekunde zasnovana je na rezonantnoj frekvenciji atoma cezijuma.

Međunarodnim sporazumom iz 1967. godine, **sekunda** je definisana kao vreme trajanja 9 192 631 770 perioda zračenja koje odgovara prelazu između dva hiperfina nivoa stanja atoma cezijuma Cs-133.

Broj perioda odabran je tako da je ukupno trajanje jednako jednoj efemeridskoj sekundi. Kontinualna vremenska skala bazirana na ovoj definiciji zove se **atomsko vreme** (International Atomic Time - TAI).

Atomsko vreme predstavlja **realizaciju** terestričkog dinamičkog vremena, ali se od njega po definiciji razlikuje za konstantni iznos od 32.184 s:

$$\mathrm{TAI} = \mathrm{TDT} - 32.184\ \mathrm{s}$$

## GPS vremenska skala

Skala je izjednačena sa UTC vremenom u **standardnoj GPS epohi** koja predstavlja ponoć između 5. i 6. januara 1980. godine.

Broj prestupnih sekundi je u standardnoj epohi iznosio $n = 19$:

$$\mathrm{TAI} = \mathrm{GPST} + 19\ \mathrm{s}$$

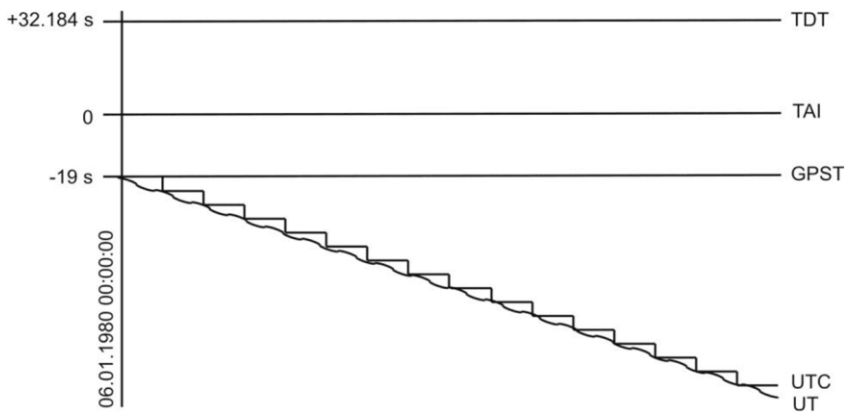
Kontrolni GPS segment neprekidno održava GPS vreme u granicama od 1 $\mu$s u odnosu na UTC vremensku skalu:

$$\mathrm{GPST} = \mathrm{UTC} + n \cdot 1\ \mathrm{s} + \delta$$

gde $\delta$ označava kvalitet kojim se GPS vreme održava u okviru UTC (oko 10 ns).

# SATELITSKA GEODEZIJA

## Referentni sistemi vremena - rekapitulacija




## Referentni sistemi vremena

Praktični primer

- Civilni datum: Y, M, D, UT
- GPS nedelja (GPS WEEK): broj proteklih nedelja od standardne GPS epohe – 06.01.1980. godine u 0 časova UT vremena
- Julijanski dan (JD): broj proteklih srednjih solarnih dana od podneva 01.01.4713. godine pre nove ere u 12 časova UT vremena
- Modifikovani julijanski dan (MJD): iz praktičnih razloga, početak je pomeren u ponoć 17.11.1858. godine u ponoć UT

$$\mathrm{MJD} = \mathrm{JD} - 2400000.5$$

## Referentni sistemi vremena - rekapitulacija

Podaci za 2023. godinu:

- TAI - *International Atomic Time*

$$\mathrm{TAI} = \mathrm{UTC} + 37\ \mathrm{s}$$

- GPST - *Global Positioning System Time*

$$\mathrm{GPST} = \mathrm{UTC} + 18\ \mathrm{s}$$

## Referentni sistemi vremena

Praktični primer

- **Civilni datum**:
  29.10.2024. 09.00 (2024 303, DOY=303)
- **GPS nedelja** (GPS WEEK):
  2338 2 (DOW = 2)
- **Julijanski dan** (JD):
  2460612.875
- **Modifikovani julijanski dan** (MJD):
  60612.375

# Referentni sistem WGS84

**WGS84** (World Geodetic System 1984) je realizacija konvencionalnog terestričkog referentnog sistema (CTRS) koja predstavlja oficijelni terestrički referentni okvir američkog Ministarstva odbrane i njegovih službi za pozicioniranje i navigaciju i sve kartografske i geodetske aktivnosti.

- Geocentrična definicija
- Usaglašavanje sa ITRF
- WGS84 elipsoid – GRS80 elipsoid

| Oznaka | Parametar | Vrednost |
|---|---|---|
| $a$ | Velika poluosa elipsoida | 6 378 137.0 m |
| $1/f$ | Recipročna spljoštenost elipsoida | 298.257 223 563 |
| $\omega_E$ | Uglovna brzina rotacije Zemlje | $7\,292\,115.0 \cdot 10^{-11}$ rad/s |
| $GM$ | Geocentrična gravitaciona konstanta | $3\,986\,004.418 \cdot 10^{8}$ m$^3$/s$^2$ |
| $c$ | Brzina svetlosti u vakuumu | $2.997\,924\,58 \cdot 10^{8}$ m/s |

# Referentni sistem WGS84

**WGS84** (World Geodetic System 1984) je realizacija konvencionalnog terestričkog referentnog sistema (CTRS) koja predstavlja oficijelni terestrički referentni okvir američkog Ministarstva odbrane i njegovih službi za pozicioniranje i navigaciju i sve kartografske i geodetske aktivnosti.

Realizacije: WGS84(G730), WGS84(G873), WGS84 (G1150) - ITRF92, ITRF94, ITRF2000

Aktuelna realizacija: WGS84 (G2296) - ITRF2020

Realizacija: fazni centri antena satelita

Vremenska skala: GPS vreme

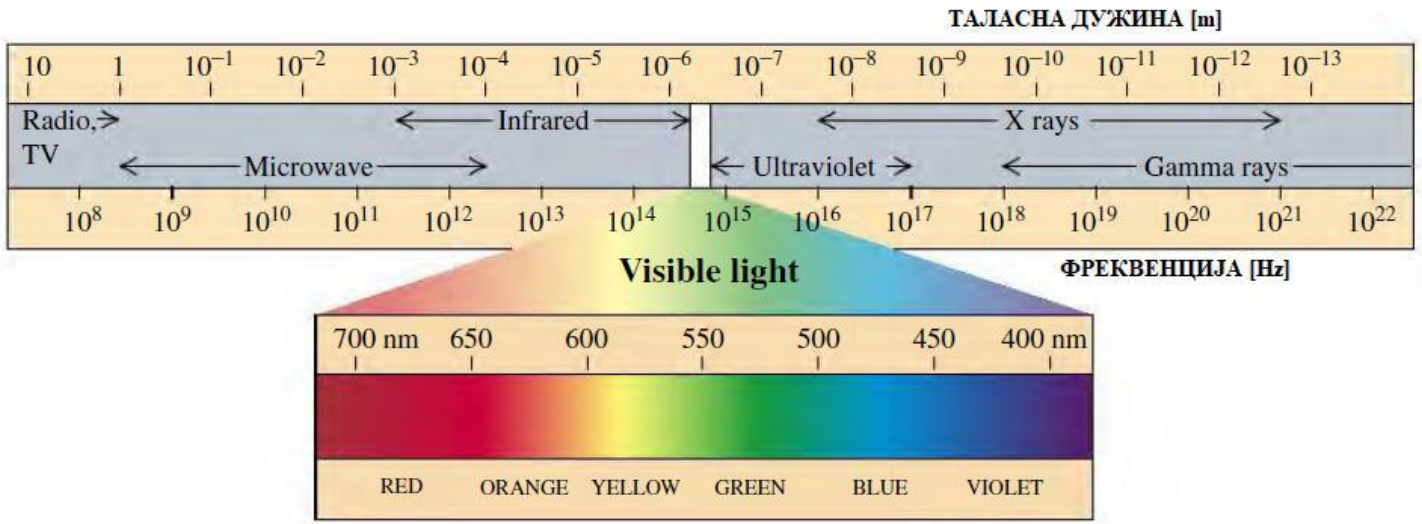
| Oznaka | Parametar | Vrednost |
|---|---|---|
| $a$ | Velika poluosa elipsoida | 6 378 137.0 m |
| $1/f$ | Recipročna spljoštenost elipsoida | 298.257 223 563 |
| $\omega_E$ | Uglovna brzina rotacije Zemlje | $7\,292\,115.0 \cdot 10^{-11}$ rad/s |
| $GM$ | Geocentrična gravitaciona konstanta | $3\,986\,004.418 \cdot 10^{8}$ m$^3$/s$^2$ |
| $c$ | Brzina svetlosti u vakuumu | $2.997\,924\,58 \cdot 10^{8}$ m/s |

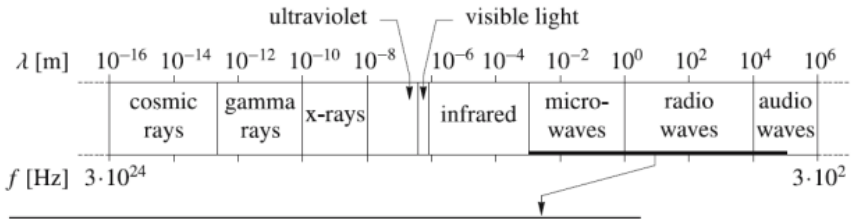
# Ostali sistemi?

| | | |
|---|---|---|
| ➢ NAVSTAR GPS: | World Geodetic System 1984 | GPS Time (GPST) |
| ➢ GLONASS: | Glonass Reference Frame PZ-90 | Glonass Time (GLNT) |
| ➢ GALILEO: | Galileo Reference Frame (GTRF) | Galileo System Time (GST) |
| ➢ BEIDOU: | Beidou Reference Frame (CGCS2000) | BeiDou Time (BDT) |

# Osnovni pojmovi o signalima

- Spektar EM talasa
  - Radio talasi
    - Mikrotalasi (1 mm – 1 m)




| Notation | Wavelength $\lambda$ | Frequency $f$ |
|---|---|---|
| Extremely high frequency (EHF) | 0.1–1 cm | 300–30 GHz |
| Super high frequency (SHF) | 1–10 cm | 30–3 GHz |
| Ultra high frequency (UHF) | 10–100 cm | 3–0.3 GHz |
| Very high frequency (VHF) | 1–10 m | 300–30 MHz |
| High frequency (HF) | 10–100 m | 30–3 MHz |
| Medium frequency (MF) | 0.1–1 km | 3–0.3 MHz |
| Low frequency (LF) | 1–10 km | 300–30 kHz |
| Very low frequency (VLF) | 10–100 km | 30–3 kHz |

| Band | $f$ [GHz] |
|---|---|
| K | 26.5–18 |
| Ku | 18–12.4 |
| X | 12.4–8 |
| C | 8–4 |
| S | 4–2 |
| L | 2–1 |

| Frekvencijski opseg | Frekvencija | Talasna dužina |
|---|---|---|
| VLF (veoma niska frekvencija) | < 30 kHz | > 10 km |
| LF (niska frekvencija) | 30 kHz – 300 kHz | 1 km – 10 km |
| MF (srednja frekvencija) | 300 kHz – 3 MHz | 100 m – 1 km |
| HF (visoka frekvencija) | 3 MHz – 30 MHz | 10 m – 100 m |
| VHF (veoma visoka frekvencija) | 30 MHz – 300 MHz | 1 m – 10 m |
| UHF (ultra visoka frekvencija) | 300 MHz – 3 GHz | 10 cm – 1 m |
| SHF (super visoka frekvencija) | 3 GHz – 30 GHz | 1 cm – 10 cm |
| EHF (ekstremno visoka frekvencija) | 30 GHz – 300 GHz | 1 mm – 1 cm |

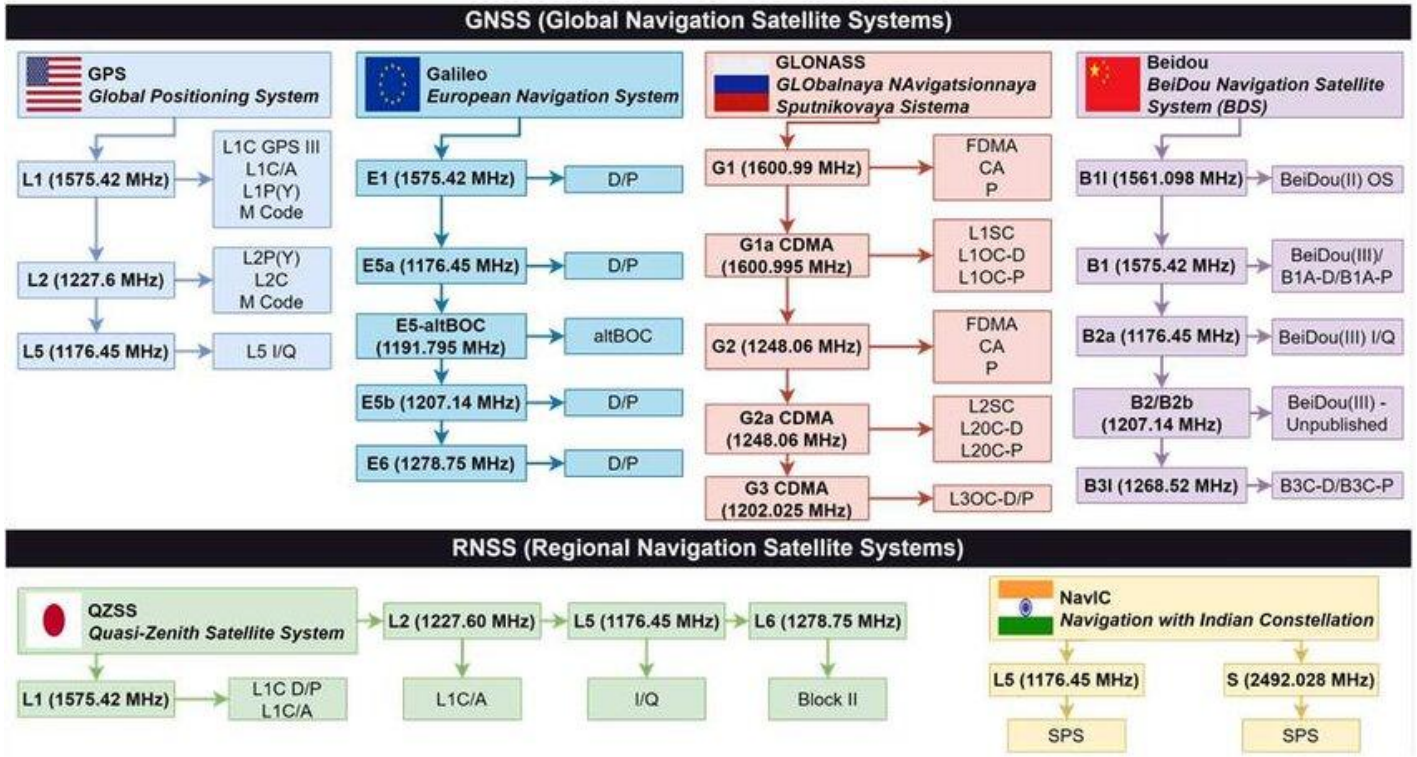
# Struktura GPS signala

GPS sateliti emituju signale koristeći dve frekvencije iz L-opsega (UHF frekvencijsko područje):

- Link 1 (L1) - $f_{L1} = 1575.42$ MHz
- Link 2 (L2) - $f_{L2} = 1227.60$ MHz

Prikazane frekvencije su izvedene iz osnovne frekvencije $f_0 = 10.23$ MHz:

- $f_{L1} = 154 \cdot f_0$ MHz
- $f_{L2} = 120 \cdot f_0$ MHz



# Struktura GPS signala

Osnovne komponente satelitskih signala:

- **Noseći talas**: čist sinusni talas definisane frekvencije $f_{L1}$ i $f_{L2}$ sa odgovarajućim talasnim dužinama $\lambda_{L1} = 19.0$ cm i $\lambda_{L2} = 24.4$ cm;

- **Kodovi**: jedinstveni binarni niz nula i jedinica generisan na osnovu matematičkog algoritma tako da se ne može definisati specifična pravilnost ili prepoznatljivi šablon, koji se odlikuju specijalnim autokorelacionim i kroskorelacionim svojstvima; nazivaju se još i pseudoslučajni kodovi;

- **Navigacioni podaci**: binarno kodirana poruka koja sadrži neophodne podatke za pozicioniranje kao što su: efemeride satelita (podaci o položaju i brzini), parametri časovnika satelita, podaci o stanju i ispravnosti satelita, podaci nephodni za primenu određenih korekcionih modela, kao i mnogi drugi parametri.

# Struktura GPS signala

Pseudoslučajni kodovi:

- javno dostupni kodovi – **C/A**: niz od 1023 bitova koji se ponavljaju svake milisekunde; frekvencija smenjivanja čipova iznosi 1.023 MHz, što znači da je trajanje jednog čipa oko 1 μs, a njegova širina (talasna dužina) oko 300 m; svakom GPS satelitu dodeljen je jedinstveni C/A kod.

- zaštićeni precizni kodovi – **P(Y)**: dugačak niz od oko $10^{14}$ čipova sa frekvencijom smenjivanja 10.23 MHz i talasnom dužinom od oko 30 m; svakom GPS satelitu dodeljen je deo kodne sekvence koji se ponavlja nakon nedelju dana.

| Komponenta signala | Frekvencija |
|---|---|
| Noseći talas L1 | $154 \cdot f_0$ |
| Noseći talas L2 | $120 \cdot f_0$ |
| C/A kod | $f_0/10$ |
| P(Y) kod | $1 \cdot f_0$ |
| Navigaciona poruka | $f_0/204\,600$ |

# Struktura GPS signala

Navigaciona poruka:

- bitovi navigacione poruke emituju se na frekvenciji od svega 50 Hz, što znači da je trajanje jednog navigacionog bita 20 ms; potrebno je ukupno 12.5 minuta da se emituje cela navigaciona poruka, ali se podaci koji su kritični za pozicioniranje i navigaciju ponavljaju svakih 30 s.

Pseudoslučajni kodovi i navigacioni podaci su takođe izvedeni iz osnovne frekvencije $f_0$:

| Komponenta signala | Frekvencija |
|---|---|
| Noseći talas L1 | $154 \cdot f_0$ |
| Noseći talas L2 | $120 \cdot f_0$ |
| C/A kod | $f_0/10$ |
| P(Y) kod | $1 \cdot f_0$ |
| Navigaciona poruka | $f_0/204\ 600$ |

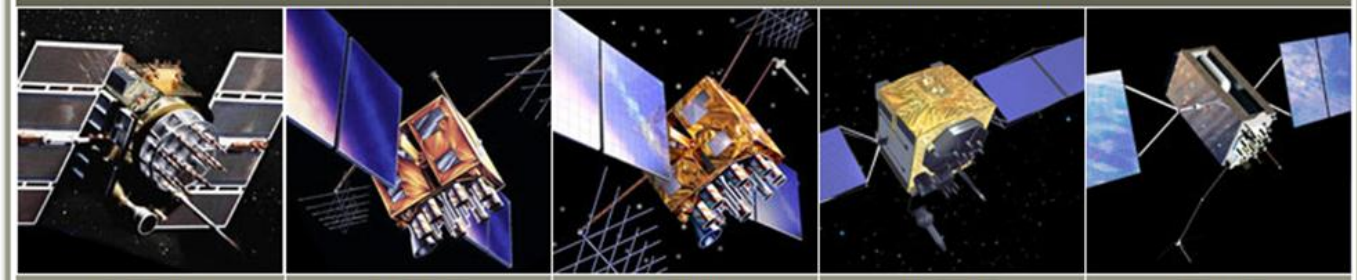
# Struktura GPS signala

Prikazani podaci u literature se odnose na **Legacy** generacije satelita.

**Modernizacija** GPS sistema dovela je do unapređenja Legacy arhitekture.

podaci o signalima →

**Civilni signali**: L1, L2, L5 (L2C), L1C



| LEGACY SATELLITES | | MODERNIZED SATELLITES | | |
|---|---|---|---|---|
| BLOCK IIA | BLOCK IIR | BLOCK IIR-M | BLOCK IIF | GPS III/IIIF |
| 0 operational | 6 operational | 7 operational | 12 operational | 6 operational |
| ▪ Coarse Acquisition (C/A) code on L1 frequency for civil users<br>▪ Precise P(Y) code on L1 & L2 frequencies for military users<br>▪ 7.5-year design lifespan<br>▪ Launched in 1990-1997<br>▪ Last one decommissioned in 2019 | ▪ C/A code on L1<br>▪ P(Y) code on L1 & L2<br>▪ On-board clock monitoring<br>▪ 7.5-year design lifespan<br>▪ Launched in 1997-2004 | ▪ All legacy signals<br>▪ 2nd civil signal on L2 (L2C) *LEARN MORE* ➡<br>▪ New military M code signals for enhanced jam resistance<br>▪ Flexible power levels for military signals<br>▪ 7.5-year design lifespan<br>▪ Launched in 2005-2009 | ▪ All Block IIR-M signals<br>▪ 3rd civil signal on L5 frequency (L5) *LEARN MORE* ➡<br>▪ Advanced atomic clocks<br>▪ Improved accuracy, signal strength, and quality<br>▪ 12-year design lifespan<br>▪ Launched in 2010-2016 | ▪ All Block IIF signals<br>▪ 4th civil signal on L1 (L1C) *LEARN MORE* ➡<br>▪ Enhanced signal reliability, accuracy, and integrity<br>▪ No Selective Availability *LEARN MORE* ➡<br>▪ 15-year design lifespan<br>▪ IIIF: laser reflectors; search & rescue payload<br>▪ First launch in 2018 |

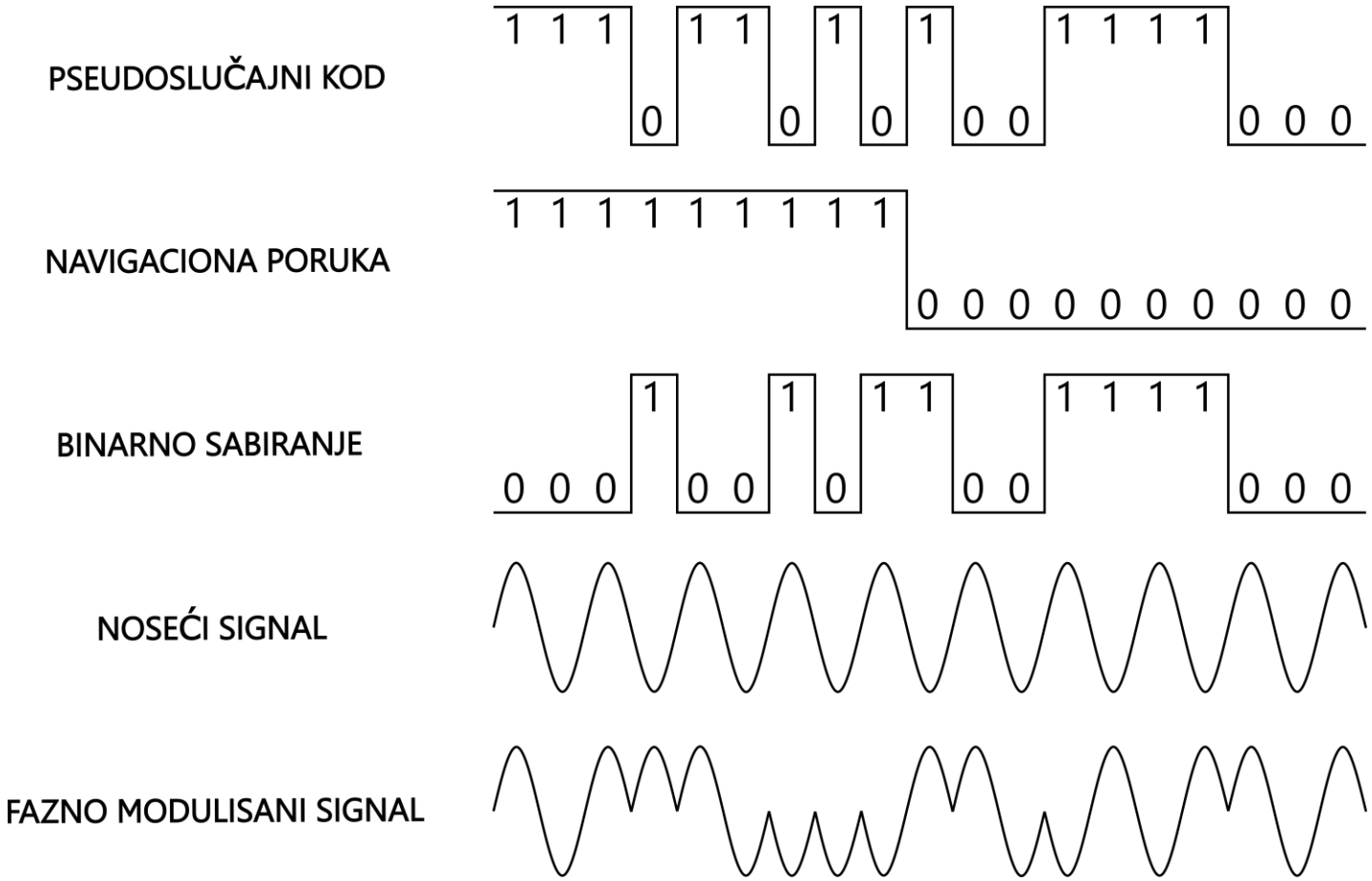
# Struktura GPS signala

Kompletni signal dobija se kombinovanjem prethodno navedenih komponenti u okviru procesa binarnog sabiranja i fazne modulacije (binarno fazno kodiranje - Binary Phase Shift Keying BPSK):

- binarno sabiranje: kombinovanje navigacione poruke sa pseudoslučajnim kodom na sledeći način:
  - ako su bitovi pseudoslučajnog koda i navigacione poruke jednaki (bitovi u kombinacijama 1-1 ili 0-0), rezultujući bit novonastalog binarnog niza je jednak 0,
  - ako su bitovi pseudoslučajnog koda i navigacione poruke različiti (bitovi u kombinacijama 1-0 ili 0-1), rezultujući bit novonastalog binarnog niza je jednak 1.
- fazna modulacija: kombinovanje binarnog niza sa nosećim talasom tako da se faza nosećeg talasa promeni za 180° ukoliko se u okviru binarnog niza identifikuje promena bita (sa 1 na 0 ili obrnuto).

# Struktura GPS signala

Kompletni signal dobija se kombinovanjem prethodno navedenih komponenti u okviru procesa binarnog sabiranja i fazne modulacije (binarno fazno kodiranje - Binary Phase Shift Keying BPSK):



# Struktura GPS signala

Snaga GPS signala je nakon puta od preko 20 000 km i prolaska kroz atmosferu tako mala da je signal u potpunosti maskiran prirodnim šumom prisutnim na površi Zemlje.

Pseudoslučajni (PRN) kodovi su dizajnirani tako da poseduju dva specijalna korelaciona svojstva.

- kroskorelacija dva kodna niza ima zanemarljivo malu vrednost,
- kodna sekvenca ima zanemarljivo malu autokorelaciju za svako $n$, osim za $n = 0$, kada se poklapa sama sa sobom.

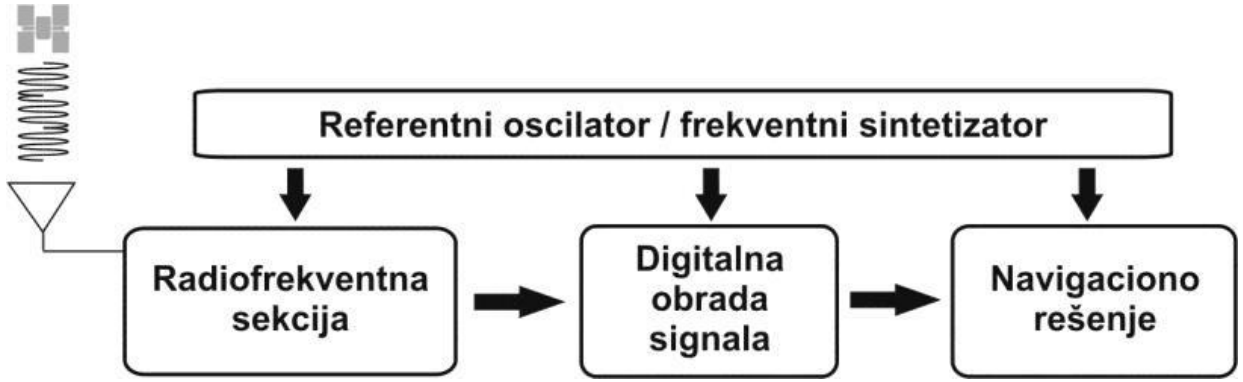
Zahvaljujući kroskorelacionim i autokorelacionim svojstvima kodova, GPS prijemnici su u stanju da detektuju slabe signale, identifikuju satelite koji ih emituju i vrše merenje pseudodužina.

$$\sum_{i=0}^{1022} x^{(k)}(i) \cdot x^{(l)}(i+n) \approx 0 \qquad \sum_{i=0}^{1022} x^{(k)}(i) \cdot x^{(k)}(i+n) \approx 0\,.$$

# Princip kodnih i faznih merenja

Pet osnovnih funkcija GPS prijemnika:

- prijem emitovanih satelitskih signala,
- razdvajanje signala po pojedinim sistemima,
- merenje vremena puta signala i Doplerskog pomaka,
- dekodiranje navigacione poruke,
- određivanje položaja, brzine i vremena.



# Princip kodnih i faznih merenja

Prijem i obrada signala:

- Antena: prijem, filtriranje i pojačavanje satelitskih signala
  *omnidirekcione antene – prihvatanje signala sa satelita koji su raspoređeni svuda iznad lokalnog horizonta.

- Radiofrekventna sekcija: dodatno filtriranje i pojačavanje signala, snižavanje frekvencije na pogodnu vrednost za digitalizaciju analogno-digitalnim pretvaračem (ADC).

- Digitalna obrada signala: merenje vremena puta, određivanje Doplerovog pomaka i dekodiranje navigacione poruke za svaki satelit čiji se signal prati.

- Obrada izvršenih merenja i navigacione podatke u skladu sa predviđenom namenom prijemnika.

Opisanim postupkom upravlja mikroprocesor, a obezbeđuje ga referentni oscilator prijemnika preko niza takozvanih numerički kontrolisanih lokalnih časovnika (NCO).

# Princip kodnih i faznih merenja

Merenje vremena puta:

- Prijemnik generiše **kopiju** C/A kodnog niza i vremenski je pomera u odnosu na originalni C/A kodni niz koga prima sa satelita, prateći pri tome neprekidno vrednost **korelacione funkcije**.

- Kopija i original koda vremenski su poravnate onda kada vrednost korelacione funkcije dostigne maksimum.

- Ukupan vremenski pomak do momenta poravnanja predstavlja vreme potrebno signalu da od satelitske antene stigne do antene prijemnika. Množenjem brzinom prostiranja radio talasa dobijamo **kodnu pseudodužinu**.

- Ceo proces odvija se u povratnom kontrolnom sistemu implementiranom u vidu kodnog filtera (DLL).

# Princip kodnih i faznih merenja

Merenje fazne razlike:

- Nakon poravnanja i merenja vremena puta kodovi se uklanjaju iz signala, tako da preostaje samo noseći talas modulisan navigacionom porukom.
- Prijemnik generiše **kopiju** nosećeg talasa i menja mu frekvenciju sve dok se ne poklopi sa frekvencijom i fazom originalnog nosećeg talasa.
- Tokom tog procesa istovremeno se identifikuju bitovi **navigacionih podataka**.
- Razlika između frekvencije kopije i originala nosećeg talasa pokazuje koliko je satelitski noseći talas Doplerski pomeren usled relativnog kretanja satelita i prijemnika.

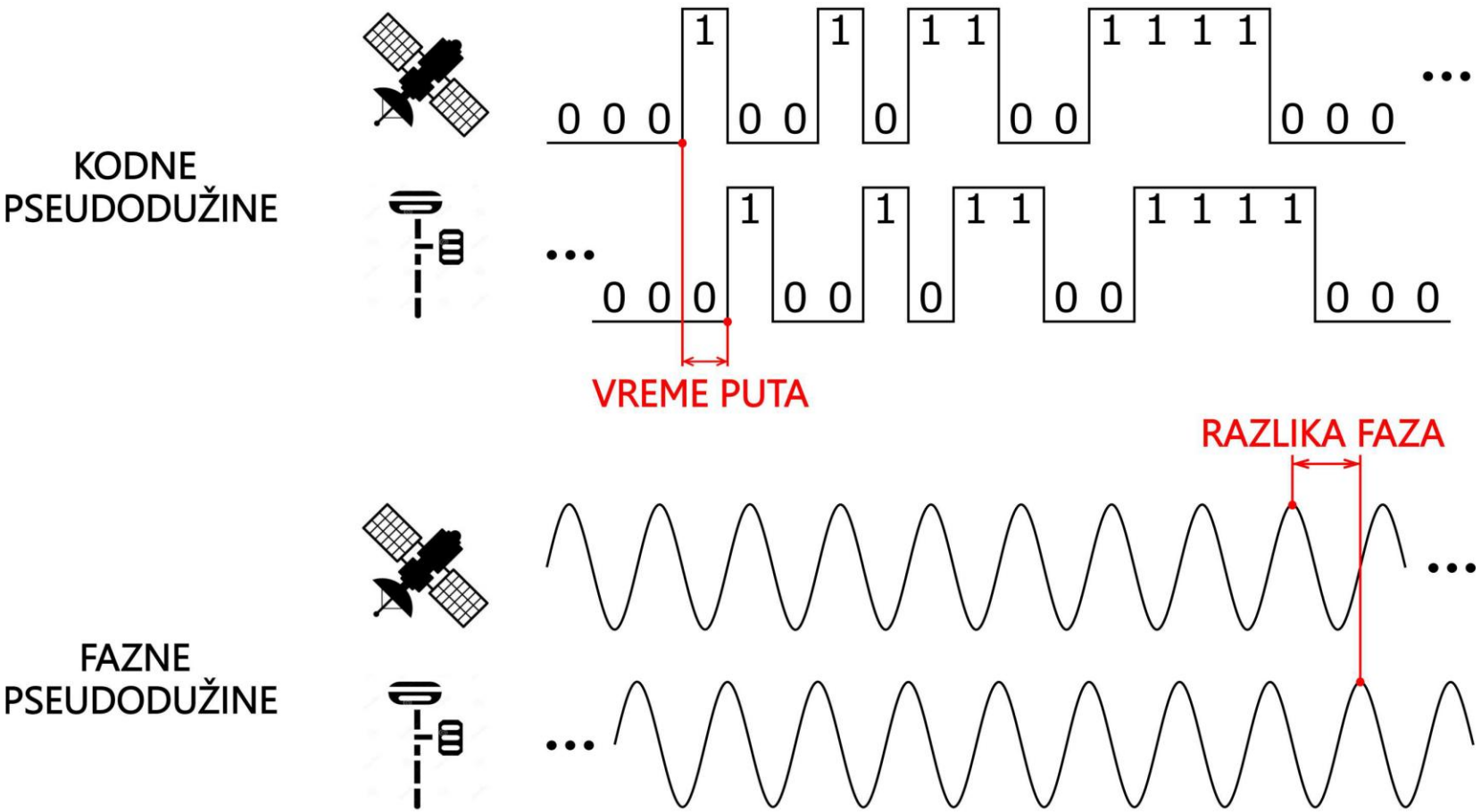
# Princip kodnih i faznih merenja

Merenje fazne razlike:

- Razlika između faze kopije i originala nosećeg talasa se u trenutku prvog merenja može odrediti samo u okviru jednog faznog ciklusa zbog periodičnosti sinusne funkcije.
- Nepoznati ceo broj faznih ciklusa na početku merenja naziva se **faznom neodređenošću**.
- Množenjem izmerene fazne razlike talasnom dužinom radio talasa dobijamo **faznu pseudodužinu**.
- Množenje Doplerskog pomaka talasnom dužinom dobija se brzina promene fazne pseudodužine.
- Ceo proces odvija se u drugom povratnom kontrolnom sistemu koji se naziva faznim filterom (PLL).

# Princip kodnih i faznih merenja

Sam nacin određivanja rastojanja zasniva se na principima određivanja vremena puta signala (vrši se vremensko poravnanje kodova) i određivanju fazne razlike:



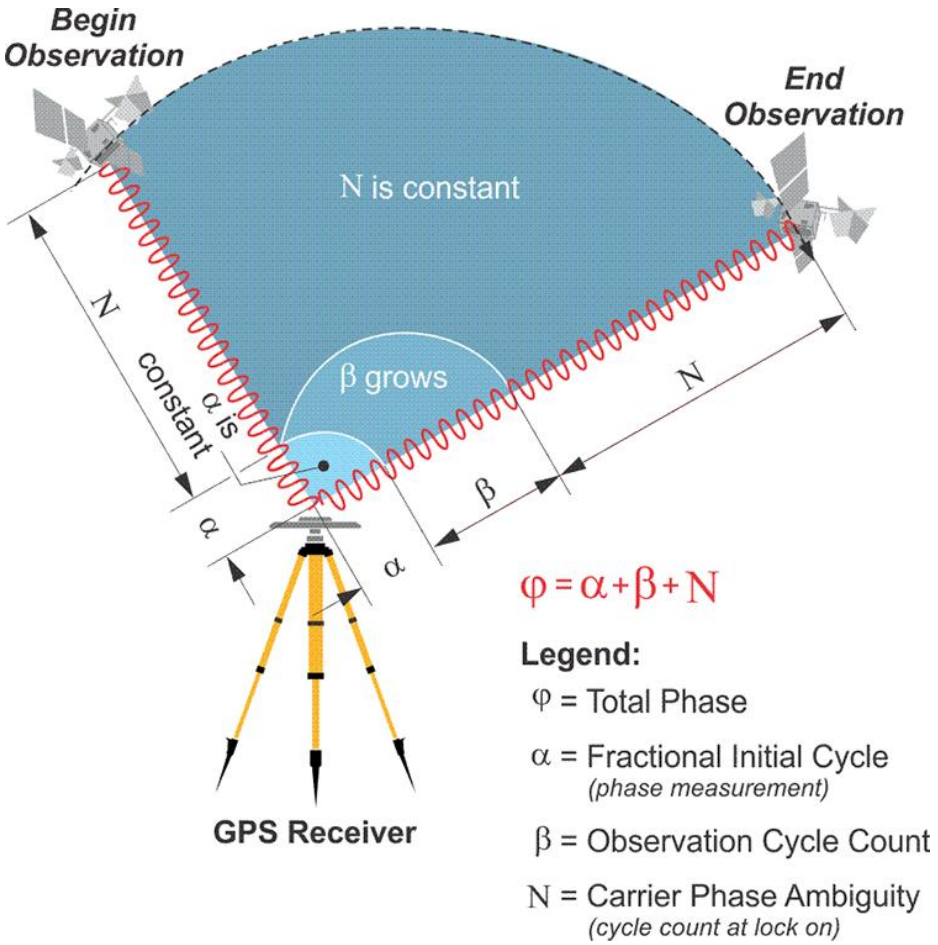
# Princip kodnih i faznih merenja

Kodne i fazne pseudodužine predstavljaju meru istih rastojanja, ali između njih postoje razlike.

Dve osnovne razlike:

- Rezolucija sa kojom komponente prijemnika mere vreme puta signala i njegovu fazu iznosi oko 1% odgovarajuće talasne dužine - tačnost kodnih pseudodužina je na metarskom, a faznih pseudodužina na milimetarskom nivou.

- Kodne pseudodužine predstavljaju potpunu meru rastojanja između prijemnika i satelita, dok su fazne pseudodužine neodređene zbog nepoznatog celog broja faznih ciklusa.



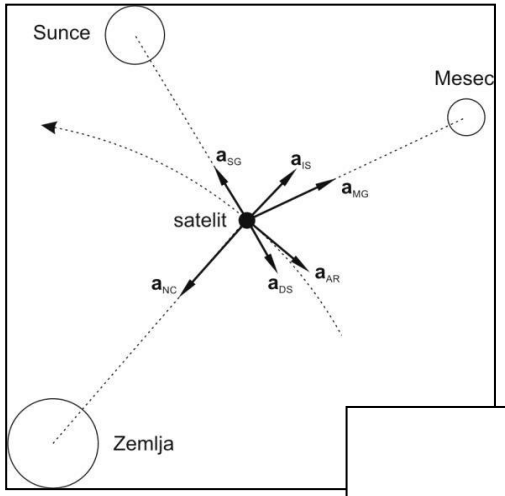
# Princip kodnih i faznih merenja

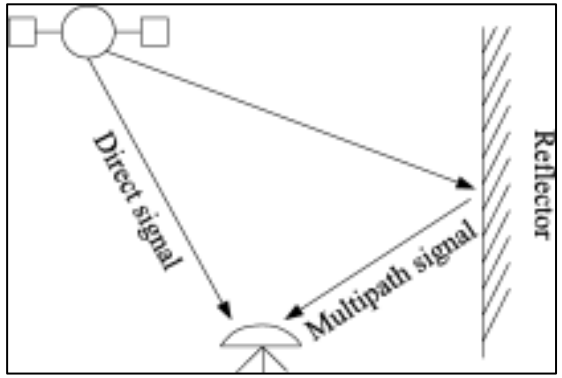
Određivanje PVT (položaj, brzina, vreme) navigacionog rešenja:

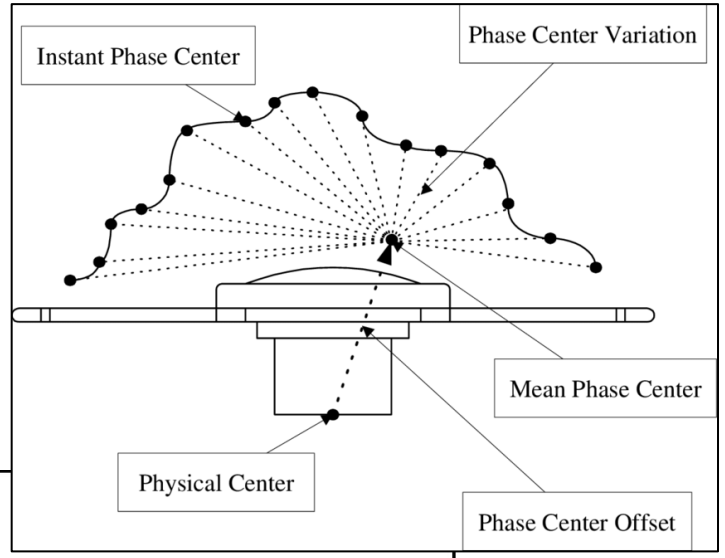
- Simultano merenje kodnih pseudodužina i Doplerskih pomaka do najmanje četiri satelita dovoljno je da korisnik može odrediti položaj, brzinu i stanje časovnika prijemnika.
- Algoritam se zasniva na matematičkoj obradi rezultata merenja uz pomoć informacija iz dekodiranih navigacionih poruka o satelitskim položajima i brzinama.
- Kvalitet rešenja zavisi od tačnosti merenja, broja satelita i njihovog rasporeda.
- PVT računanje se izvršava automatski, kontinualno i gotovo trenutno.

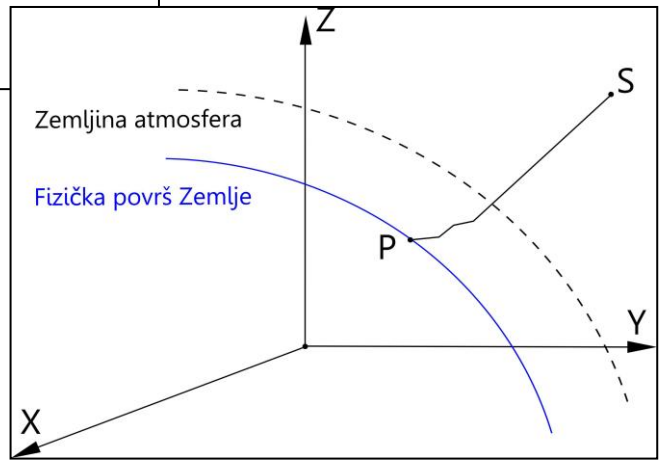
# Osnovni izvori grešaka

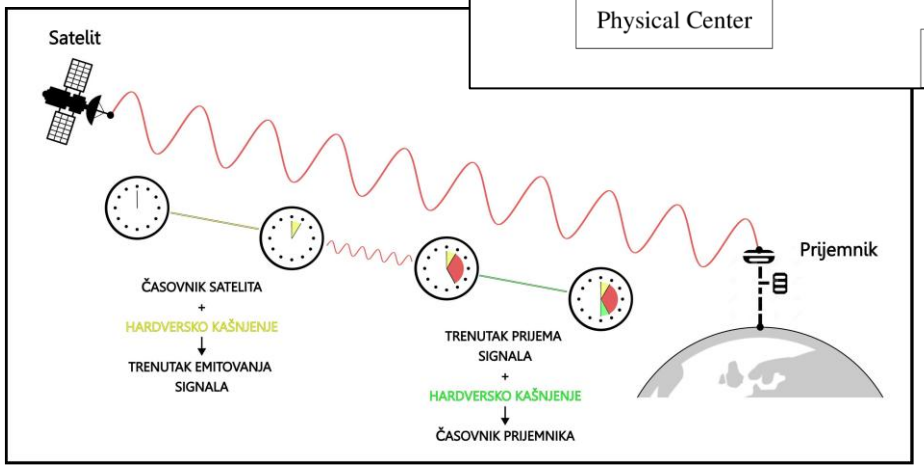
Definisani fundamentalni princip bi predstavljao osnovnu matematičku relaciju prilikom pozicioniranja u idealnim uslovima. Imajući u vidu realne uslove, merene veličine prilikom pozicioniranja su opterećene nizom sistematskih i slučajnih uticaja koji se moraju pažljivo razmatrati i uzeti u obzir.



# Osnovni izvori grešaka

Sistematski i slučajni uticaji nastaju kao posledica raznih efekata:

- istinita putanja satelita se razlikuje od predefinisanih putanja (satelitskih efemerida),
- prostiranje satelitskih signala se ne odvija u vakuumu,
- procesiranje signala u okviru prijemnika se odvija u okviru električnih komponenata koje nisu u potpunosti stabilne,
- planeta Zemlja ne predstavlja kruto telo homogene mase fiksirano u prostoru, već se konstantno kreće zajedno sa prijemnikom,
- sateliti i prijemnici se kreću u potpuno drugačijem gravitacionom polju,
- kontinentalne mase Zemlje se kreću usled gravitacionog uticaja Sunca i Meseca, i dr.

# Osnovni izvori grešaka - klasifikacija

U literaturi se mogu naći različite klasifikacije, ali se u opštem slučaju svi uticaji mogu klasifikovati u tri osnovne grupe grešaka u zavisnosti od porekla nastanka i to:

- greške satelitskog porekla,
- greške prijemnika,
- greške sredine prostiranja.

# Osnovni izvori grešaka - klasifikacija

Greške satelitskog porekla:

- greška satelitskih orbita,
- greška časovnika satelita,
- greška položaja i varijacije faznog centra antene satelita,
- greška nastala kao posledica hardverskog kašnjenja satelita,
- greška nastala kao posledica fazne „wind-up“ greške,
- greška nastala kao posledica relativističkog efekta.

# Osnovni izvori grešaka - klasifikacija

Greške prijemnika:

- greška časovnika prijemnika,
- greška položaja i varijacije faznog centra antene prijemnika,
- greška nastala kao posledica hardverskog kašnjenja prijemnika.

# Osnovni izvori grešaka - klasifikacija

Greške sredine prostiranja:

- greška nastala kao posledica uticaja jonosfere,
- greška nastala kao posledica uticaja troposfere,
- greška nastala kao posledica višestruke refleksije signala.

# Osnovni izvori grešaka - klasifikacija

Ostali izvori grešaka:

- greška nastala usled uticaja pomeranja masa kontinentalnih ploča (engl. *tectonic plate motion*),
- greška nastala usled uticaja masa atmosfere (engl. *atmospheric tide loading*),
- greška nastala usled uticaja masa okeana (engl. *ocean tide loading*),
- greška nastala usled uticaja masa čvrste Zemlje (engl. *solid Earth tides*),
- greška nastala usled seizmičke aktivnosti (engl. *post seismic deformation*).

# Osnovni izvori grešaka

**Greška satelitskih orbita**

- podaci o satelitskim orbitama rezultat su određivanja kontrolnog GPS segmenta na osnovu opažanja sa stanica za praćenje - kontrolni GPS segment prognozira vrednosti ovih parametara, da bi ih potom prosledio satelitima koji ih emituju u obliku navigacione poruke,

- tačnost određivanja efemerida GPS satelita: 1-2 m (emitovane efemeride),

- Međunarodna GNSS služba (IGS) određuje efemeride:

| Naziv proizvoda | Tačnost | Dostupnost |
|---|---|---|
| Ultra-rapid (predicted) | ~ 5 cm | U realnom vremenu |
| Ultra-rapid (observed) | ~ 3 cm | 3 – 9 časova |
| Rapid | ~ 2.5 cm | 17 – 41 časova |
| Final | ~ 2.5 cm | 12 – 18 dana |

# Osnovni izvori grešaka

**Greška časovnika satelita**

- odstupanje pokazivanja časovnika satelita od sistemskog GPS vremena,
- podatke o stanju časovnika satelita određuje kontrolni GPS segment,
- GPS sateliti su opremljeni atomskim oscilatorima,
- odstupanje pokazivanja časovnika satelita od sistemskog GPS vremena modelira se polinomom drugog stepena:

$$\Delta t = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2$$

  - sateliti emituju koeficijente $a_0, a_1, a_2$

- za precizne aplikacije – odstupanja određena od strane IGS-a,
- tačnost – emitovani koeficijenti 5 ns (1.5 m), IGS finalna rešenja 0.075 ns (2 cm).

# Osnovni izvori grešaka

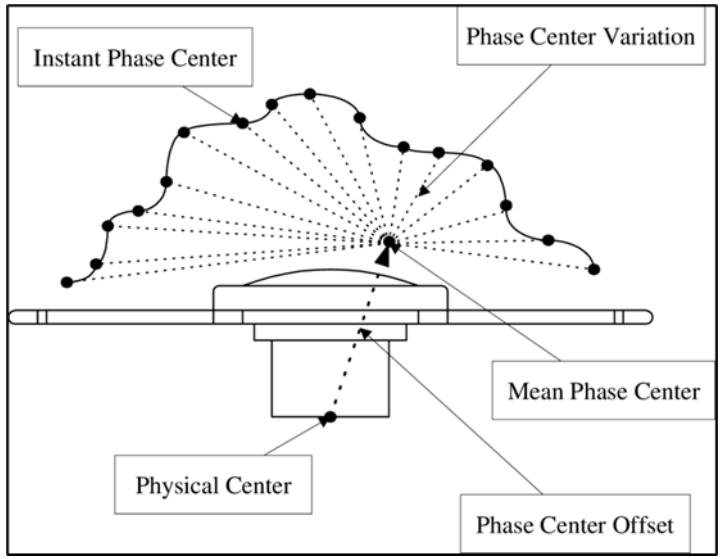
**Greška časovnika prijemnika**

- odstupanje pokazivanja časovnika prijemnika od sistemskog GPS vremena,
- GPS prijemnici su opremljeni kvarcnim oscilatorima,
- odstupanje časovnika – manje od 1 ms (300 km),
- ocenjuje se kao nepoznati parametar ili se eliminiše odgovarajućom strategijom procesiranja.

# Osnovni izvori grešaka

**Greška položaja i varijacije faznog centra antene**

- fazni centar antene je zamišljena tačka antene iz koje se vrši emitovanje signala (satelit), odnosno prijem signala (prijemnik),
- fazni centar satelitske antene opisuje se svojim srednjim položajem u odnosu na centar mase satelita (u slučaju preciznih efemerida),
- fazni centar antene prijemnika, položaj se odnosi na referentnu tačku antene (ARP),
- srednji položaj faznog centra – veza između tačaka između kojih se meri pseudodužina,
- varijacija faznog centra oko srednjeg položaja u funkciji azimuta i zenitnog ugla.



# Osnovni izvori grešaka

**Greška nastala kao posledica uticaja troposfere**

- atmosferski sloj od fizičke površi Zemlje do visine od približno 80 km naziva se neutralnom atmosferom, i obuhvata tri temperaturno razdvojena regiona: troposferu, stratosferu i deo mezosfere,

- neutralna atmosfera nije disperzivna sredina,

- indeks prelamanja zavisi od aktuelnih atmosferskih parametara: temperatura $T$, atmosferski pritisak $P$ i parcijalni pritisak vodene pare $e$,

$$n = 1 + c_1 \frac{P}{T} + c_2 \frac{e}{T^2}$$

- troposfera u užem smislu: deo atmosfere do 20 km,

- greška merenja pseudodužina – od 2 m do 15 m.

# Osnovni izvori grešaka

**Greška nastala kao posledica uticaja jonosfere**

- jonosfera se prostire na visinama od oko 50 km do preko 1000 km, i usled velike količine elektrona i jona utiče na prostiranje elektromagnetnih talasa,

- jonosfere je disperzivna sredina - promena indeksa prelamanja u zavisnosti od posmatrane vrednosti frekvencije,

- efekat jonosfere je drugačiji kod kodnih i faznih pseudodužina – istog je intenziteta ali suprotnog smera:

$$n_{gr} = 1 + 40.3\frac{N_e}{f^2}, \qquad n_{ph} = 1 - 40.3\frac{N_e}{f^2},$$

- greška merenja pseudodužina – od 10 m do 150 m.

# Osnovni izvori grešaka

**Greška nastala kao posledica uticaja višestruke refleksije signala**

- višestruka refleksija je pojava da GPS antena pored toga što prima direktno signale sa GPS satelita, prima i signale koji se odbijaju od okolnih glatkih prirodnih ili veštačkih površina,
- direktni i odbijeni signali mešaju se u anteni, zbog čega kodne pseudodužine mogu imati grešku od nekoliko metara,
- fazne pseudodužine teorijski ne mogu imati grešku usled višestruke refleksije veću od četvrtine talasne dužine (oko 5 cm),
- uticaj se može smanjiti postavljanjem prijemnika daleko od reflektujućih površina.

# PREDAVANJE 3

Matematički model GPS merenja

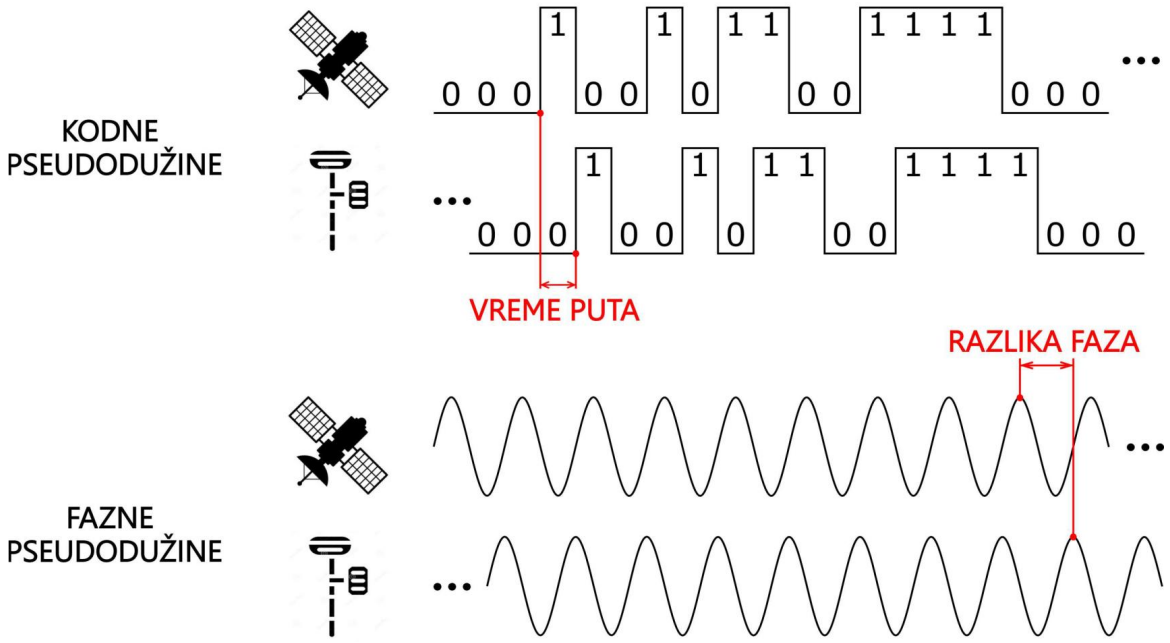
# Matematički model GPS merenja

1. Funkcionalni model pseudodužina
2. Funkcionalni model kodnih pseudodužina
3. Funkcionalni model faznih pseudodužina
4. Osnovne razlike funkcionalnih modela
5. Određivanje položaja GPS satelita

# Funkcionalni model pseudodužina

GPS prijemnik meri kodne pseudodužine do satelita na taj način što upoređuje primljene kodove sa kodovima koje sam generiše, čime efektivno meri vreme puta signala.

Fazne pseudodužine mere se tako što GPS prijemnik upoređuje fazu primljenog nosećeg talasa sa fazom nosećeg talasa kojeg sam generiše, čime efektivno meri faznu razliku.




Funkcionalni model ovih pseudodužina predstavlja funkcionalnu vezu između merenih i nepoznatih veličina, koje u opštem slučaju predstavljaju koordinate tačaka.

# Funkcionalni model kodnih pseudodužina

Kodna pseudodužina emitovana u trenutku vremena $t^S$ od strane satelita $S$ i registrovana u trenutku vremena $t_R$ od strane prijemnika $R$ definisana je na sledeći način:

$$P_R^S(t) = c_0\Big(t_R(t) - t^S(t-\tau)\Big)$$

gde je:

- $P_R^S(t)$ - kodna pseudodužina izražena u linearnim jedinicama
- $c_0$ - brzina svetlosti u vakuumu
- $t_R(t)$ - trenutak vremena registrovan od strane časovnika u prijemniku $R$
- $t^S(t-\tau)$ - trenutak vremena registrovan od strane časovnika u satelitu $S$

# Funkcionalni model kodnih pseudodužina

Časovnici koji se nalaze u satelitu $S$ i prijemniku $R$ su opterećeni greškom časovnika satelita i prijemnika:

$$t^S(t-\tau) = t - \tau + \Delta t^S(t-\tau)$$

$$t_R(t) = t + \Delta t_R(t)$$

gde je:

- $t$ - istiniti trenutak vremena prijema signala
- $\tau$ - istinita vrednost vremena koje je potrebno signalu da stigne od satelita do prijemnika
- $t-\tau$ - istiniti trenutak vremena emitovanja signala
- $\Delta t^S(t-\tau)$ - greška časovnika satelita
- $\Delta t_R(t)$ - greška časovnika prijemnika

# Funkcionalni model kodnih pseudodužina

Kodna pseudodužina emitovana u trenutku vremena $t^S$ od strane satelita $S$ i registrovana u trenutku vremena $t_R$ od strane prijemnika $R$ definisana je na sledeći način:

$$P_R^S(t) = c_0\Big(t + \Delta t_R(t) - (t - \tau + \Delta t^S(t - \tau))\Big)$$

$$P_R^S(t) = c_0\Big(t + \Delta t_R(t) - t + \tau - \Delta t^S(t - \tau)\Big)$$

$$P_R^S(t) = c_0\tau + c_0\Big(\Delta t_R(t) - \Delta t^S(t - \tau)\Big)$$

$$P_R^S(t) = \rho_R^S(t, t - \tau) + c_0\Big(\Delta t_R(t) - \Delta t^S(t - \tau)\Big)$$

gde je:

- $\rho_R^S(t, t - \tau)$ – istinito geometrijsko rastojanje između satelita $S$ i prijemnika $R$ koje bi signal prešao da se kretao u vakuumu

# Funkcionalni model kodnih pseudodužina

Kodna pseudodužina emitovana u trenutku vremena $t^S$ od strane satelita $S$ i registrovana u trenutku vremena $t_R$ od strane prijemnika $R$ definisana je na sledeći način:

$$P_R^S(t) = \rho_R^S(t, t-\tau) + c_0\Big(\Delta t_R(t) - \Delta t^S(t-\tau)\Big)$$

Napomene:

- Signal se kreće kroz atmosferu Zemlje – neophodno je razmatrati uticaj jonosfere i troposfere
- Položaj satelita nije apsolutno poznat – neophodno je razmatrati uticaj satelitskih efemerida
- Direktni signal se u prijemniku može mešati sa signalom nastalim usled odbijanja od okolnih prirodnih i veštačkih reflektujućih površina
- Slučajna greška merenja se ne može u potpunosti izbeći

# Funkcionalni model kodnih pseudodužina

Kodna pseudodužina emitovana u trenutku vremena $t^S$ od strane satelita $S$ i registrovana u trenutku vremena $t_R$ od strane prijemnika $R$ definisana je na sledeći način:

$$P_R^S(t) = \rho_R^S(t, t-\tau) + c_0\Big(\Delta t_R(t) - \Delta t^S(t-\tau)\Big)$$

Neophodno je dodati članove koji se odnose na:

- $I_R^S(t)$ – uticaja jonosfere
- $T_R^S(t)$ – uticaja troposfere
- $E^S(t-\tau)$ – uticaj satelitskih efemerida
- $M_R^S(t)$ – uticaj višestruke refleksije signala
- $\varepsilon_P(t)$ – slučajna greška merenja

# Funkcionalni model kodnih pseudodužina

Kompletan funkcionalni model kodnih pseudodužina:

$$P_R^S(t) = \rho_R^S(t, t-\tau) + c_0 \Delta t_R(t) - c_0 \Delta t^S(t-\tau) + I_R^S(t) + T_R^S(t) + E^S(t-\tau) + M_R^S(t) + \varepsilon_P(t)$$

Napomene:

- $E^S(t-\tau) \approx E^S(t)$ – greška satelitskih efemerida se sporo menja, pa se može reći da ima istu vrednost i u trenutku prijema
- $\Delta t^S(t-\tau) \approx \Delta t^S(t)$ – satelitski časovnici su veoma stabilni i njihova greška se takođe sporo menja, pa se može reći da je greška satelitskog časovnika u trenutku prijema signala ista kao i u trenutku emitovanja signala
- Geometrijsko rastojanje $\rho_R^S(t, t-\tau)$ odnosi se na dužinu između položaja satelita u trenutku emitovanja signala i položaja prijemnika u trenutku prijema signala.

# Funkcionalni model kodnih pseudodužina

Kompletan funkcionalni model kodnih pseudodužina:

$$P_R^S(t) = \rho_R^S(t, t-\tau) + c_0 \Delta t_R(t) - c_0 \Delta t^S(t) + I_R^S(t) + T_R^S(t) + E^S(t) + M_R^S(t) + \varepsilon_P(t)$$

odnosno:

$$P_R^S = \rho_R^S + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^S + I_R^S + T_R^S + E^S + M_R^S + \varepsilon_P$$

Napomene:

- Pošto se sada svi članovi modela odnose na istiniti trenutak prijema signala, eksplicitna zavisnost od vremena se može izostaviti da bi se pojednostavila notacija
- Član funkcionalnog modela $\varepsilon_P$ sadrži sve ostale nemodelirane efekte
- Notacija koja se odnosi na posmatranu frekvenciju je izostavljena u cilju jednostavnijeg prikaza

# Funkcionalni model faznih pseudodužina

Fazna pseudodužina emitovana u trenutku vremena $t^S$ od strane satelita $S$ i registrovana u trenutku vremena $t_R$ od strane prijemnika $R$ definisana je kao zbir celog broja faznih ciklusa i razlike faza kopije nosećeg talasa generisanog u prijemniku $R$ u trenutku vremena $t$ i faze nosećeg talasa satelita $S$ u trenutku vremena $t - \tau$:

$$\Phi_R^S(t) = \varphi_R(t) - \varphi^S(t - \tau) + N_R^S$$

gde je:

- $\Phi_R^S(t)$ - fazna pseudodužina izražena u faznim ciklusima
- $N_R^S$ - ceo broj faznih ciklusa
- $\varphi_R(t)$ - faza nosećeg talasa prijmenika $R$
- $\varphi^S(t - \tau)$ - faza nosećeg talasa satelita $S$

*Napomena: vrednost $N_R^S$ je inicijalno nepoznata, ali ostaje konstantna sve dok ne dođe do eventualnog prekida prijema signala, zbog čega je prikazana kao nezavisan od vremena

# Funkcionalni model faznih pseudodužina

Kako se faza nosećeg talasa može izraziti kao proizvod frekvencije i vremena, sledi:

$$\Phi_R^S(t) = f t_R(t) - f t^S(t-\tau) + N_R^S$$

pri čemu važi:

- $\varphi_R(t) = f t_R(t) = f\big(t + \Delta t_R(t)\big)$
- $\varphi^S(t-\tau) = f t^S(t-\tau) = f\Big(t - \tau + \Delta t^S(t-\tau)\Big)$

Sledi:

$$\Phi_R^S(t) = f\big(t + \Delta t_R(t)\big) - f\Big(t - \tau + \Delta t^S(t-\tau)\Big) + N_R^S$$

$$\Phi_R^S(t) = f\tau + f\Delta t_R(t) - f\Delta t^S(t-\tau) + N_R^S$$

# Funkcionalni model faznih pseudodužina

Kako bi faznu dužinu dobili u linearnim jedinicama, neophodno je celu jednačinu pomnožiti talasnom dužinom nosećeg talasa:

$$L_R^S(t) = \lambda \Phi_R^S(t) = \lambda f \tau + \lambda f \Delta t_R(t) - \lambda f \Delta t^S(t - \tau) + \lambda N_R^S$$

Imajući u vidu da važi $c_0 = \lambda f$ možemo pisati:

$$L_R^S(t) = c_0 \tau + c_0 \Delta t_R(t) - c_0 \Delta t^S(t - \tau) + \lambda N_R^S$$

$$L_R^S(t) = \rho_R^S(t, t - \tau) + c_0 \Delta t_R(t) - c_0 \Delta t^S(t - \tau) + \lambda N_R^S$$

# Funkcionalni model faznih pseudodužina

Slično kao i kod kodnih pseudodužina, možemo dodati sledeće članove koji se odnose na:

- $I_R^S(t)$ – uticaja jonosfere
- $T_R^S(t)$ – uticaja troposfere
- $E^S(t-\tau)$ – uticaj satelitskih efemerida
- $M_R^S(t)$ – uticaj višestruke refleksije signala
- $\varepsilon_L(t)$ – slučajna greška merenja

Dakle, možemo pisati:

$$L_R^S(t) = \rho_R^S(t, t-\tau) + c_0 \Delta t_R(t) - c_0 \Delta t^S(t-\tau) - I_R^S(t) + T_R^S(t) + E^S(t-\tau) + M_R^S(t) + \varepsilon_L(t) + \lambda N_R^S$$

# Funkcionalni model faznih pseudodužina

Pojednostavljene u kontekstu eksplicitne zavisnosti od vremena pojedinih članova modela važi kao i u slučaju kodnih pseudodužina, pa možemo pisati:

$$L_R^S(t) = \rho_R^S(t, t-\tau) + c_0 \Delta t_R(t) - c_0 \Delta t^S(t) - I_R^S(t) + T_R^S(t) + E^S(t) + M_R^S(t) + \varepsilon_L(t) + \lambda N_R^S$$

odnosno:

$$L_R^S = \rho_R^S + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^S - I_R^S + T_R^S + E^S + M_R^S + \varepsilon_L + \lambda N_R^S$$

pri čemu je bitno napomenuti sledeće:

- Član funkcionalnog modela $\varepsilon_L$ sadrži sve ostale nemodelirane efekte
- Notacija koja se odnosi na posmatranu frekvenciju je izostavljena u cilju jednostavnijeg prikaza

# Osnovne razlike funkcionalnih modela

Prikazani funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina su veoma slični:

$$P_R^S = \rho_R^S + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^S + I_R^S + T_R^S + E^S + M_R^S + \varepsilon_P$$
$$L_R^S = \rho_R^S + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^S - I_R^S + T_R^S + E^S + M_R^S + \varepsilon_L + \lambda N_R^S$$

ali se ipak mogu definisati osnovne razlike između njih:

- funkcionalni model faznih pseudodužina ima jedan član više $\lambda N_R^S$, koji se odnosi na ceo broj talasnih dužina; Dakle, kodne pseudodužine predstavljaju punu meru rastojanja između satelita i prijemnika, za razliku od faznih pseudodužina koje sadrže nepoznati broj talasnih dužina.
- član koji se odnosi na kašnjenje signala usled uticaja Zemljine jonosfere $I_R^S$ ima drugačiji predznak, pozitivan kod kodnih a negativan kod faznih pseudodužina, kao posledica disperzivnosti jonosfere

# Funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina

U okviru prikazanih jednačina se može uočiti čitav niz uticaja koji se moraju uzeti u obzir, ali se za neke prosečne uslove može reći sledeće:

- Uticaj greške efemerida $E$: Da bi se sračunale koordinate satelita u trenutku emitovanja signala koriste se podaci o satelitskim efemeridama iz navigacione poruke. Greška pseudodužine $E$ pojavljuje se zbog toga što su podaci iz navigacione poruke takođe opterećeni greškama jer su rezultat merenja i računanja koja vrši kontrolni GPS segment. Ova greška iznosi oko 1 m kada se koriste komercijalne efemeride koje su dostupne u realnom vremenu. Precizne efemeride imaju mnogo veću tačnost, i u tom slučaju greška E iznosi 2 – 3 cm.

# Funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina

U okviru prikazanih jednačina se može uočiti čitav niz uticaja koji se moraju uzeti u obzir, ali se za neke prosečne uslove može reći sledeće:

- Greška časovnika prijemnika $\Delta t_R$: Kod savremenih GPS prijemnika greška časovnika nikad ne prelazi vrednost od 1 ms. Međutim, problem je u tome što se ona množi brzinom svetlosti, tako da odgovarajuća greška pseudodužine dostiže 300 km.
- Greška časovnika satelita $\Delta t^S$: Za razliku od prijemnika, GPS sateliti su opremljeni rubidijumskim i cezijumskim atomskim časovnicima visoke preciznosti i stabilnosti. Osim toga, u navigacionoj poruci emituju se podaci o koeficijentima kojima se može sračunati greška satelitskog časovnika. Pošto su ti podaci takođe rezultat merenja i računanja kontrolnog GPS segmenta, preostala greška časovnika iznosi manje od 5 ns, što nakon množenja brzinom svetlosti daje grešku pseudodužine od 1 – 2 m.

# Funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina

U okviru prikazanih jednačina se može uočiti čitav niz uticaja koji se moraju uzeti u obzir, ali se za neke prosečne uslove može reći sledeće:

- Uticaj jonosfere $I_R^S$: Jonosferski uticaj zavisi od doba dana, godine, Sunčeve aktivnosti, frekvencije talasa i vertikalnog ugla satelita u trenutku opažanja. Kada je satelit u zenitu, greška pseudodužine usled uticaja jonosfere kreće se od 3 – 15 m. Za satelite blizu horizonta ovaj uticaj može biti 3 – 4 puta veći.
- Uticaj troposfere $T_R^S$ : Troposferski uticaj pre svega zavisi od stanja atmosfere odnosno vrednosti temperature, atmosferskog pritiska i vlažnosti vazduha. Osim toga, od značaja su i visina na kojoj je prijemnik, kao i vertikalni ugao satelita u trenutku merenja. Kada je satelit u zenitu, greška pseudodužine usled uticaja troposfere iznosi 1 – 2.5 m. Za satelite u blizini horizonta, greška može biti i do 10 puta veća.

# Funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina

U okviru prikazanih jednačina se može uočiti čitav niz uticaja koji se moraju uzeti u obzir, ali se za neke prosečne uslove može reći sledeće:

- Uticaj višestruke refleksije $M_R^S$: Zbog odbijanja GPS signala od okolnih prirodnih i veštačkih površi, u prijemniku dolazi do mešanja direktnih i reflektovanih talasa, zbog čega je izmerena pseudodužina opterećena određenom greškom. Ovaj uticaj nije isti za kodne i fazne pseudodužine. Kod kodnih pseudodužina je greška usled višestruke refleksije 1 – 2 m u normalnim okolnostima. Greška faznih pseudodužina teorijski može iznositi najviše četvrtinu talasne dužine, odnosno oko 5 cm.

# Funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina

U okviru prikazanih jednačina se može uočiti čitav niz uticaja koji se moraju uzeti u obzir, ali se za neke prosečne uslove može reći sledeće:

- Slučajna greška merenja $\varepsilon$: Merenje vremena puta signala i fazne razlike obavlja se u posebnim digitalnim filterima prijemnika, i to je proces kojeg prate neizbežne slučajne greške. Elektronske komponente prijemnika omogućuju tačnost merenja sa greškom manjom od 1% od talasne dužine. To znači da je slučajna greška merenja kodne pseudodužine na metarskom nivou (oko 2 – 3 m), dok je kod fazne pseudodužine na milimetarskom nivou (oko 2 – 3 mm).

# Funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina

Na osnovu prikazanog se može reći da kodne pseudodužine predstavljaju potpuna, ali neprecizna rastojanja, a fazne pseudodužine veoma precizna ali zato neodređena rastojanja.

Kada se, međutim, na neki način reši fazna neodređenost, odnosno ceo broj talasnih dužina $N$, fazne pseudodužine pretvaraju se u potpuna, milimetarski precizna rastojanja.

Finalno, neophodno je obratiti pažnju na to da funkcionalni modeli predstavljaju vezu između merenih veličina i nepoznatih parametara, što u našem slučaju predstavljaju nepoznate koordinate prijemnika $R$.

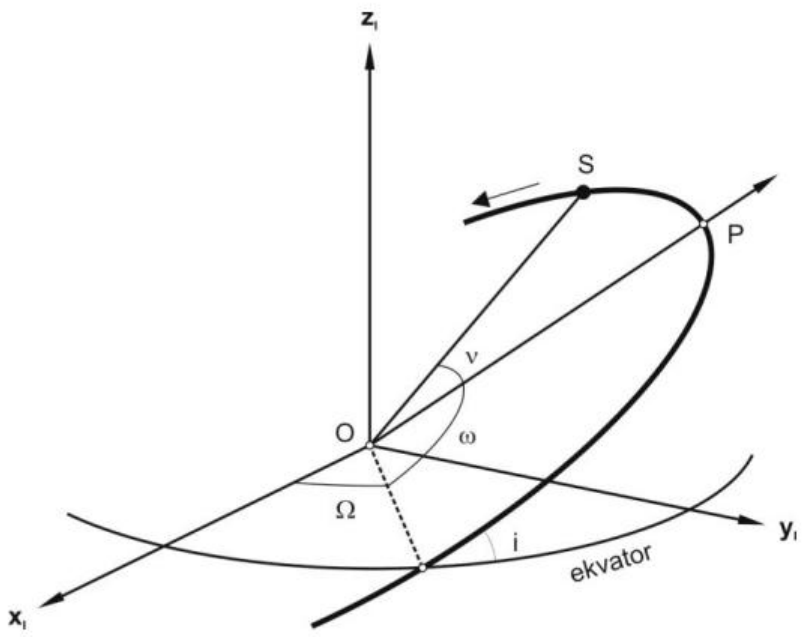
One su implicitno sadržane u geometrijskom rastojanju $\rho_R^S(t, t-\tau)$:

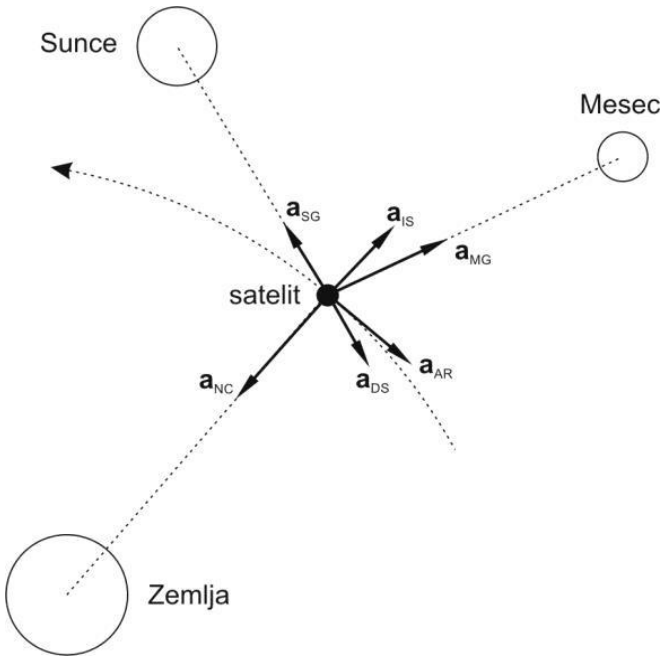
$$\rho_R^S(t, t-\tau) = \sqrt{(X_R(t) - X^S(t-\tau))^2 + (Y_R(t) - Y^S(t-\tau))^2 + (Z_R(t) - Z^S(t-\tau))^2}$$

# Određivanje položaja satelita

Prikazani funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina, kao i opisani koncept pozicioniranja primenom GNSS-a, podrazumevaju poznate položaje satelita.

Određivanje položaja satelita vrši se pomoću Keplerovih orbitalnih elemenata, imajući u vidu i dodatne parametre u cilju opisivanja realnog kretanja satelita.



# SATELITSKA GEODEZIJA

## Određivanje položaja satelita

Skup Keplerovih elemenata ekvivalentan je skupu šest komponenti vektora položaja i brzine:

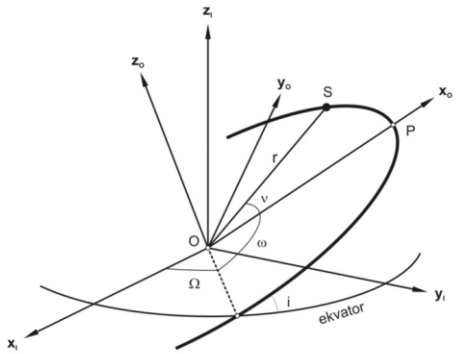
- Keplerovi elementi:
  $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$
- Komponente vektora položaja i brzine:
  $(\vec{\mathbf{r}}_0, \dot{\vec{\mathbf{r}}}_0)_{t_0}$

Veza između navedenih skupova postoji → moguće je određivanje položaja i brzina satelita na osnovu zadatih Keplerovih elemenata, kao i elemenata satelitskih putanja na osnovu poznatih položaja i brzina.

## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

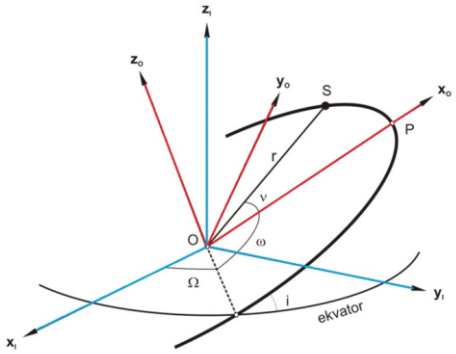
- Inercijalni koordinatni sistem:
  $(x, y, z)_I$
- Orbitalni koordinatni sistem:
  $(x, y, z)_O$
- Satelit: S
- Zemlja: O




## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

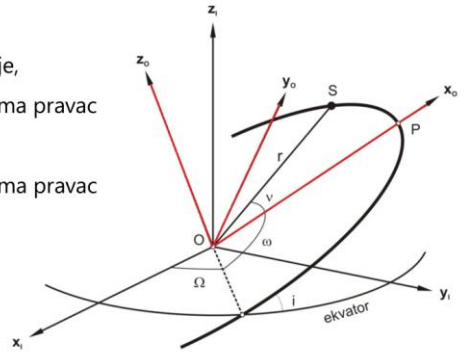
- Inercijalni koordinatni sistem:
  $(x, y, z)_I$
- Orbitalni koordinatni sistem:
  $(x, y, z)_O$
- Satelit: S
- Zemlja: O




## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

- Definicija orbitalnog koordinatnog sistema:
  - koordinatni početak u centru mase Zemlje,
  - osa $x_O$ se nalazi u orbitalnoj ravni i zauzima pravac ka perigeumu,
  - osa $y_O$ se nalazi u orbitalnoj ravni i zauzima pravac upravan na $x_O$ osu,
  - osa $z_O$ je upravna na orbitalnu ravan i sa osama $x_O$ i $y_O$ formira sistem desne orijentacije.

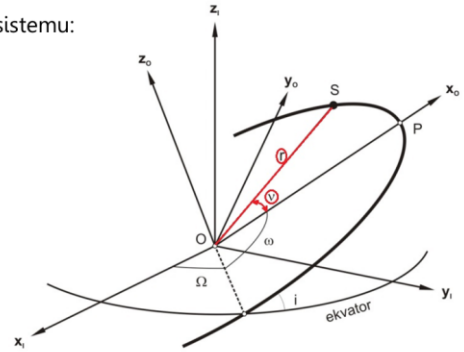


# SATELITSKA GEODEZIJA

## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

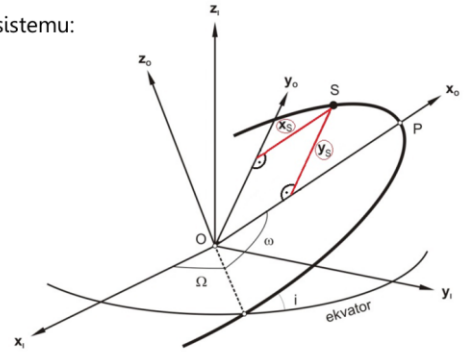
- Položaj satelita u orbitalnom koordinatnom sistemu:
  - polarne koordinate orbitalne ravni: $r, v$
  - pravougle koordinate: $x, y$




## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

- Položaj satelita u orbitalnom koordinatnom sistemu:
  - polarne koordinate orbitalne ravni: $r, v$
  - pravougle koordinate: $x, y$




## Određivanje položaja satelita

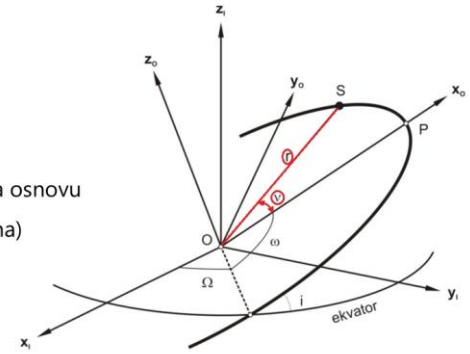
Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

Dato: $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$ → Traženo: $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I}$

- Korak 1: određivanje položaja satelita $(v, r)$ u orbitalnom koordinatnom sistemu:
  - određivanje ekscentrične anomalije $E$ na osnovu srednje anomalije $M$ (Keplerova jednačina)

    $M = E - e \sin E \quad \rightarrow \quad E = M + e \sin E$

    $E_{i+1} = M + e \sin E_i$



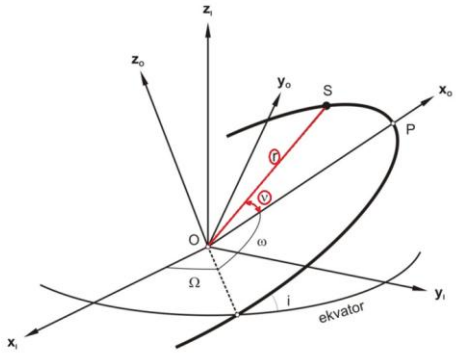

## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

Dato: $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$ → Traženo: $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I}$

- Korak 1: određivanje položaja satelita $(v, r)$ u orbitalnom koordinatnom sistemu:
  - Računanje prave anomalije $v$

    $$v = 2\,\mathrm{atan}\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan\frac{E}{2}\right)$$



# SATELITSKA GEODEZIJA

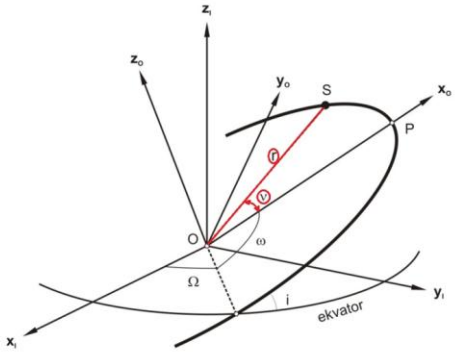
## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

Dato: $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$ → Traženo: $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I}$

- Korak 1: određivanje položaja satelita $(v, r)$ u orbitalnom koordinatnom sistemu:
  - Računanje rastojanja do satelita $r$

    $r = a(1 - e\cos E)$




## Određivanje položaja satelita

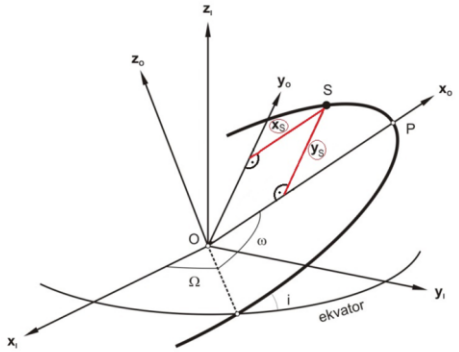
Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

Dato: $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$ → Traženo: $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I}$

- Korak 2: određivanje položaja satelita u orbitalnom koordinatnom sistemu:

  $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{o}(x_\mathrm{o}, y_\mathrm{o}, z_\mathrm{o})$

  $x_\mathrm{o} = r\cos v\,, y_\mathrm{o} = r\sin v\,, z_\mathrm{o} = 0$



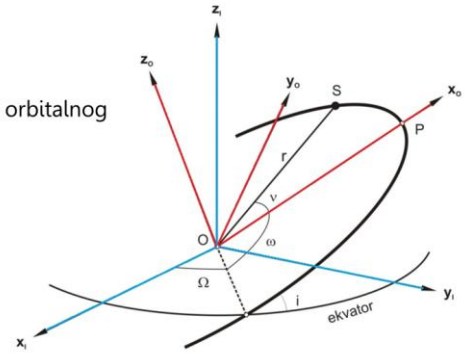

## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

Dato: $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$ → Traženo: $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I}$

- Korak 3: transformacija koordinata satelita iz orbitalnog u inercijalni koordinatni sistem:

  3 rotacije: dve oko $z_\mathrm{o}$ ose i jedna oko $x_\mathrm{o}$ ose

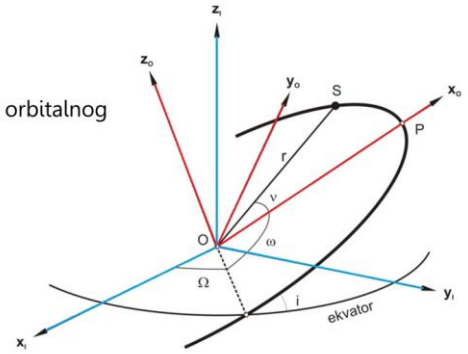



## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

Dato: $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$ → Traženo: $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I}$

- Korak 3: transformacija koordinata satelita iz orbitalnog u inercijalni koordinatni sistem:
  - rotacija oko $z_\mathrm{o}$ ose za ugao $-\omega$
  - rotacija oko $x_\mathrm{o}$ ose za ugao $-i$
  - rotacija oko $z_\mathrm{o}$ ose za ugao $-\Omega$



# SATELITSKA GEODEZIJA

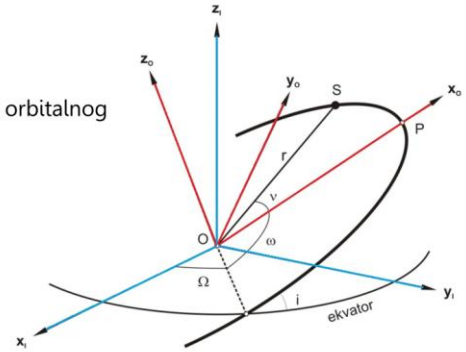
## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

Dato: $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$ → Traženo: $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I}$

- Korak 3: transformacija koordinata satelita iz orbitalnog u inercijalni koordinatni sistem:

$$\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I} = \mathbf{R}(\omega, i, \Omega)\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{o}$$





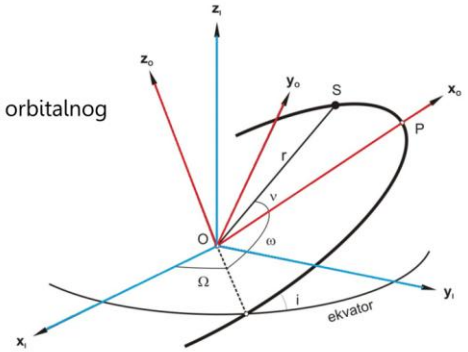
## Određivanje položaja satelita

Određivanje položaja satelita u inercijalnom koordinatnom sistemu na osnovu Keplerovih elemenata za trenutak vremena $t_0$:

Dato: $(a, e, i, \Omega, \omega, M)_{t_0}$ → Traženo: $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I}$

- Korak 3: transformacija koordinata satelita iz orbitalnog u inercijalni koordinatni sistem:

$$\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{I} = \mathbf{R}(\omega, i, \Omega)\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{o}$$

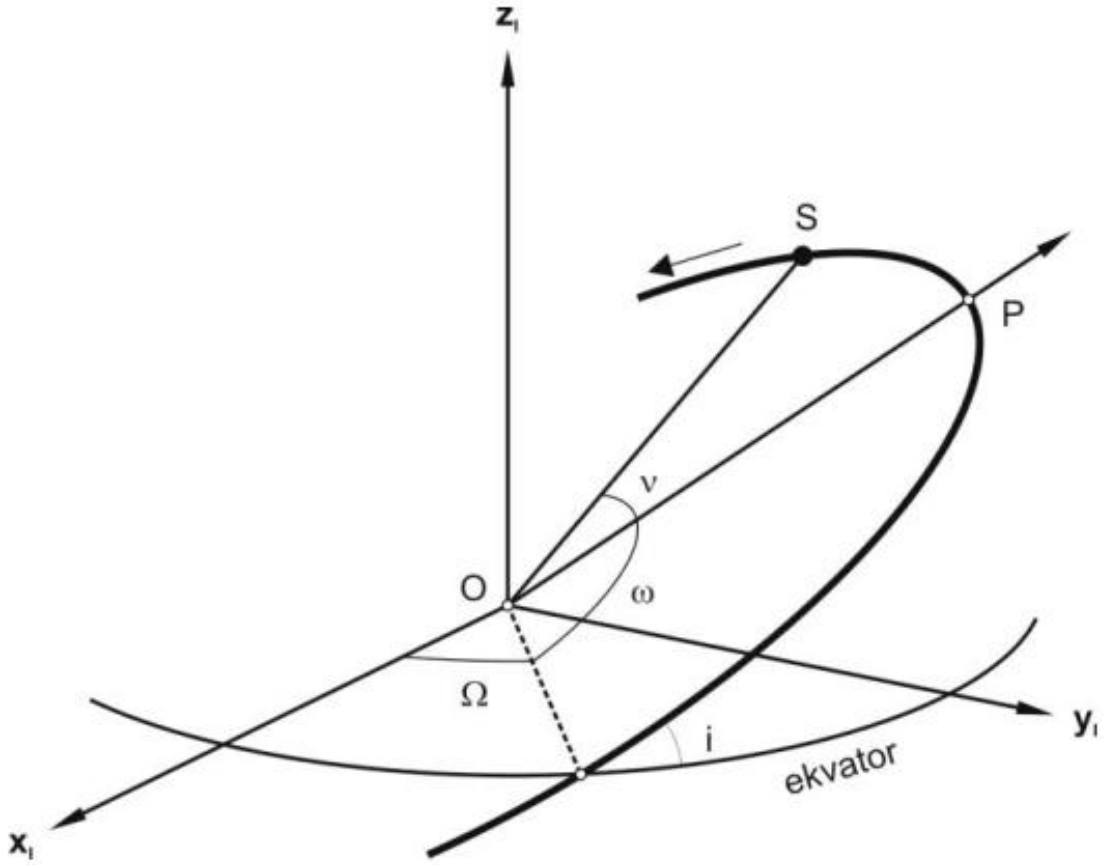



# Određivanje položaja satelita

Šest Keplerovih elemenata služi za definiciju veličine, oblika i orijentaciju satelitske orbite, kao i položaj satelita na putanji.

<u>Keplerovi elementi</u>:

- velika poluosa elipse - $a$
- prvi numerički ekscentricitet - $e$
- inklinacija - $i$
- rektascenzija uzlaznog čvora - $\Omega$
- argument perigeuma - $\omega$
- istinita anomalija - $\nu$

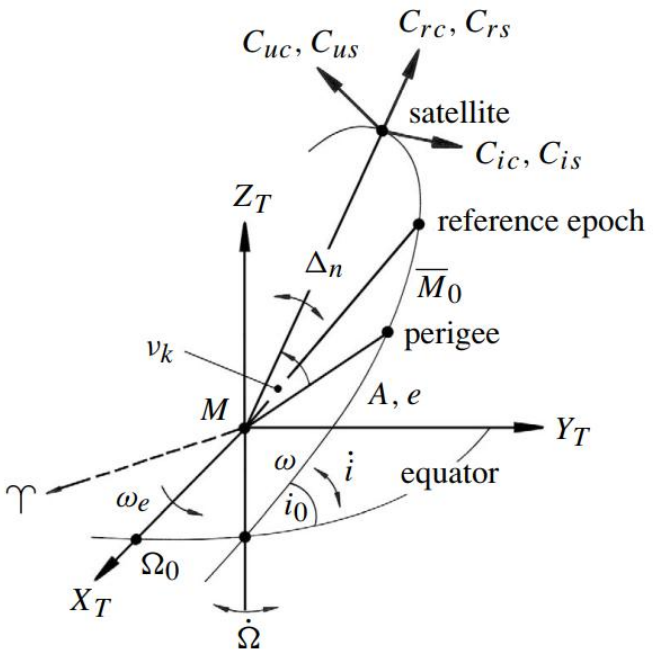


# Određivanje položaja GPS satelita

Pored pomenutih elemenata, neophodno je definisati i promene Keplerovih elemenata tokom vremena.

Usvojeno rešenje:

- određivanje položaja na osnovu sadržaja navigacione poruke



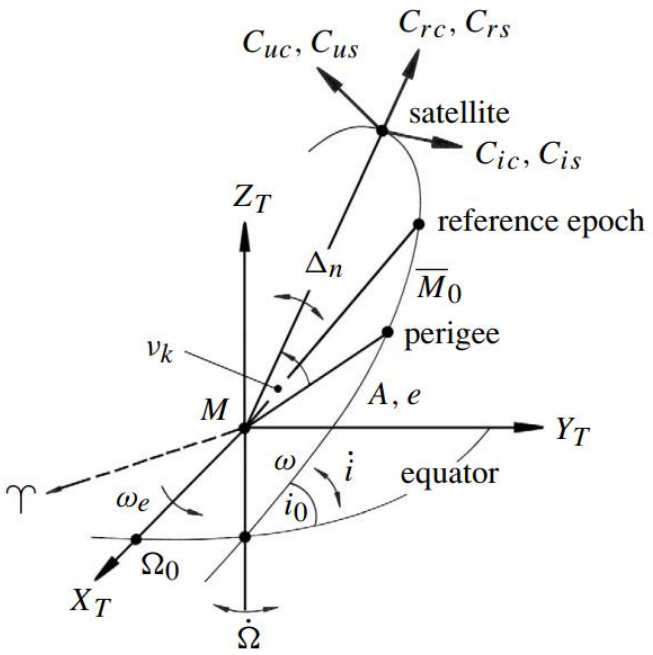

| Parametar | Značenje |
|---|---|
| $t_{0e}$ | referentni trenutak vremena satelitskih efemerida na koji se odnose svi Keplerovi elementi |
| $a^{1/2}$ | kvadratni koren velike poluose satelitske orbite |
| $e$ | prvi numerički ekscentricitet satelitske orbite |
| $i_0$ | inklinacija satelitske orbite u referentnom trenutku vremena |
| $\Omega_0$ | longituda uzlaznog čvora satelitske orbite u referentnom trenutku vremena, u odnosu na položaj Griničkog meridijana na početku aktuelne GPS nedelje |
| $\omega$ | argument perigeuma satelitske orbite |
| $M_0$ | srednja anomalija GPS satelita u referentnom trenutku vremena |
| $di/dt$ | brzina promene inklinacije satelitske orbite |
| $\dot{\Omega}$ | brzina promene rektascenzije uzlaznog čvora satelitske orbite |
| $\Delta n$ | korekcija srednjeg kretanja satelita |
| $C_{rc}, C_{rs}$ | harmonijski koeficijenti za računanje korekcije rastojanja do satelita |
| $C_{uc}, C_{us}$ | harmonijski koeficijenti za računanje korekcije argumenta širine |
| $C_{ic}, C_{is}$ | harmonijski koeficijenti za računanje korekcije inklinacije satelitske orbite |

# Određivanje položaja GPS satelita

Pored pomenutih elemenata, neophodno je definisati i promene Keplerovih elemenata tokom vremena.

Usvojeno rešenje:

- određivanje položaja na osnovu sadržaja navigacione poruke




| | |
|---|---|
| $\Delta n$ | secular drift in $d\omega/dt$ due to the second zonal harmonic ($C_{20}$); also it absorbs effects of the Sun's and Moon's gravitation and solar radiation pressure over the interval of fit, |
| $\dot{\Omega}$ | secular drift in right ascension of the node due to the second zonal harmonic; includes also effects of polar motion, |
| $\dot{i}$ | rate of change of inclination, and |
| $C_{us}, C_{uc}$ | short periodic effects of $C_{20}$; also include higher order effects and |
| $C_{is}, C_{ic}$ | short periodic effects of lunar gravitation (during the closest approach |
| $C_{rs}, C_{rc}$ | of the space vehicle to the Moon); also absorb further perturbations. |

# Određivanje položaja GPS satelita

Algoritam određivanja položaja satelita u trenutku vremena $t$:

- Vremensko udaljenje $t_k$ od referentnog trenutka vremena $t_{0e}$:

$$t_k = t - t_{0e}$$

- Popravljeno srednje kretanje satelita $n$ (pri čemu je vrednost geocentrične gravitacione konstante $GM$ poznata):

$$n = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} + \Delta n$$

- Srednja anomalija $\mathrm{M}_k$:

$$M_k = M_0 + n \cdot t_k$$

# Određivanje položaja GPS satelita

Algoritam određivanja položaja satelita u trenutku vremena $t$:

- Ekscentrična anomalija $E_k$ (iterativno rešavanje Keplerove jednačine):

$$E_k = M_k + e \cdot \sin E_k$$

- Prava (istinita) anomalija $\nu_k$:

$$\nu_k = 2\,\mathrm{atan}\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan\frac{E}{2}\right)$$

- Približna vrednost argumenta širine $\varphi_k$:

$$\varphi_k = \omega + \nu_k$$

# Određivanje položaja GPS satelita

Algoritam određivanja položaja satelita u trenutku vremena $t$:

- Korekcija za rastojanje do satelita $\delta r_k$:

$$\delta r_k = C_{rc}\cos(2\varphi_k) + C_{rs}\sin(2\varphi_k)$$

- Korekcija za argument širine $\delta u_k$:

$$\delta u_k = C_{uc}\cos(2\varphi_k) + C_{us}\sin(2\varphi_k)$$

- Korekcija za nagib satelitske orbite $\delta i_k$:

$$\delta i_k = C_{ic}\cos(2\varphi_k) + C_{is}\sin(2\varphi_k)$$

# Određivanje položaja GPS satelita

Algoritam određivanja položaja satelita u trenutku vremena $t$:

- Korigovano rastojanje do satelita $r_k$:

$$r_k = a(1 - e\cos E_k) + \delta r_k$$

- Korigovani argument širine $u_k$:

$$u_k = \varphi_k + \delta u_k$$

- Korigovani nagib satelitske orbite $i_k$:

$$i_k = i_0 + \frac{di}{dt} t_k + \delta i_k = i_0 + \dot{i} \cdot t_k + \delta i_k$$

# Određivanje položaja GPS satelita

Algoritam određivanja položaja satelita u trenutku vremena $t$:

- Korigovana rektascenzija uzlaznog čvora $\Omega_k$ (pri čemu je vrednost uglovne brzine rotacije Zemlje $\dot{\Omega}_e$ poznata):

$$\Omega_k = \Omega_0 + \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e\right)t_k - \dot{\Omega}_e t_{0e}$$

  - $\Omega_0$ - rektascenzija uzlaznog čvora u referentnom trenutku vremena u odnosu na položaj Griničkog meridijana na početku aktuelne GPS nedelje:

$$\Omega_0 = \Omega(t_{0e}) - \theta(t_0)$$

$\Omega(t_{0e})$ – rektascenzija uzlaznog čvora u referentnom trenutku vremena

$\theta(t_0)$ – časovni ugao Griničkog meridijana u trenutku početka aktuelne GPS nedelje

# Određivanje položaja GPS satelita

Algoritam određivanja položaja satelita u trenutku vremena $t$:

- Korigovana rektascenzija uzlaznog čvora $\Omega_k$ (pri čemu je vrednost uglovne brzine rotacije Zemlje $\dot{\Omega}_e$ poznata):

$$\Omega_k = \Omega_0 + \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e\right)t_k - \dot{\Omega}_e t_{0e}$$

  - $\Omega_k$ - rektascenzija uzlaznog čvora u proizvoljnom trenutku $t$:

$$\Omega_k = \Omega(t) - \theta(t) = \Omega(t_{0e}) + \dot{\Omega}t_k - \left(\theta(t_0) + \dot{\Omega}_e(t_{0e} + t_k)\right)$$

$$\Omega_k = \Omega(t_{0e}) + \dot{\Omega}t_k - \theta(t_0) - \dot{\Omega}_e(t_{0e} + t_k) = \left(\Omega(t_{0e}) - \theta(t_0)\right) + \dot{\Omega}t_k - \dot{\Omega}_e t_{0e} - \dot{\Omega}_e t_k$$

$$\Omega_k = \Omega_0 + \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e\right)t_k - \dot{\Omega}_e t_{0e}$$

# Određivanje položaja GPS satelita

Algoritam određivanja položaja satelita u trenutku vremena $t$:

- Koordinate satelita u orbitalnom koordinatnom sistemu:

$$x_0 = r_k \cos u_k\,, \quad y_0 = r_k \sin u_k\,, \quad z_0 = 0$$

- Koordinate satelita u koordinatnom sistemu WGS84:

$$\mathrm{x}_{WGS84} = x_0 \cos \Omega_k - y_0 \cos i_k \sin \Omega_k$$

$$\mathrm{y}_{WGS84} = x_0 \sin \Omega_k + y_0 \cos i_k \cos \Omega_k$$

$$\mathrm{z}_{WGS84} = y_0 \sin i_k$$

# Određivanje položaja GPS satelita

Algoritam određivanja položaja satelita u trenutku vremena $t$:

- Koordinate satelita u orbitalnom koordinatnom sistemu:

$$x_0 = r_k \cos u_k\,, \quad y_0 = r_k \sin u_k\,, \quad z_0 = 0$$

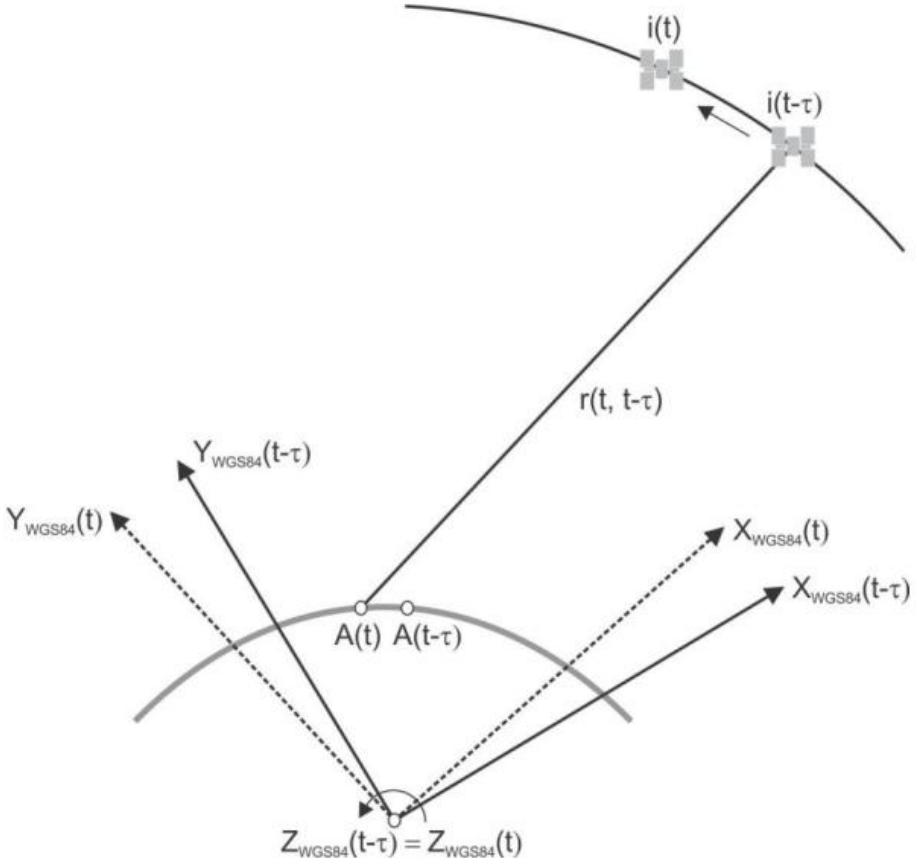
- Koordinate satelita u koordinatnom sistemu WGS84:

$$\mathrm{x}_{WGS84} = x_0 \cos \Omega_k - y_0 \cos i_k \sin \Omega_k$$

$$\mathrm{y}_{WGS84} = x_0 \sin \Omega_k + y_0 \cos i_k \cos \Omega_k$$

$$\mathrm{z}_{WGS84} = y_0 \sin i_k$$

PROBLEM?



# Određivanje položaja GPS satelita

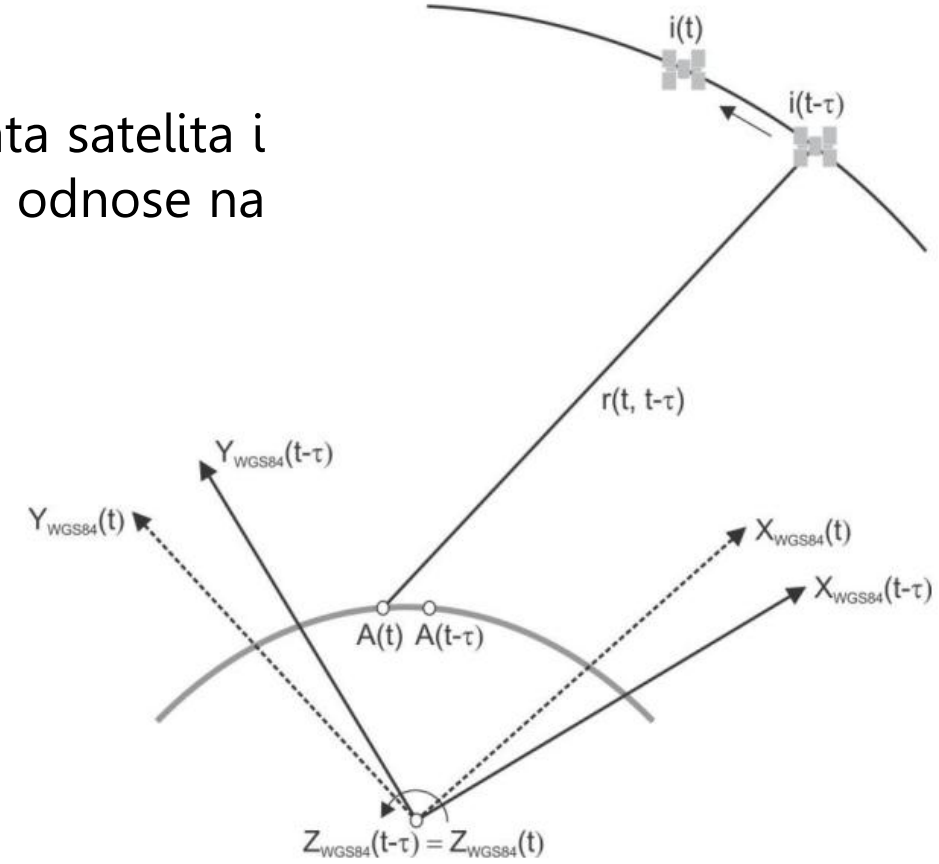
Koordinate satelita se odnose na epohu emitovanja signala i izražene su u odnosu na referentni sistem WGS84 u pomenutoj epohi.

Problem tokom puta signala, sistem WGS84 se rotira zajedno sa Zemljom!

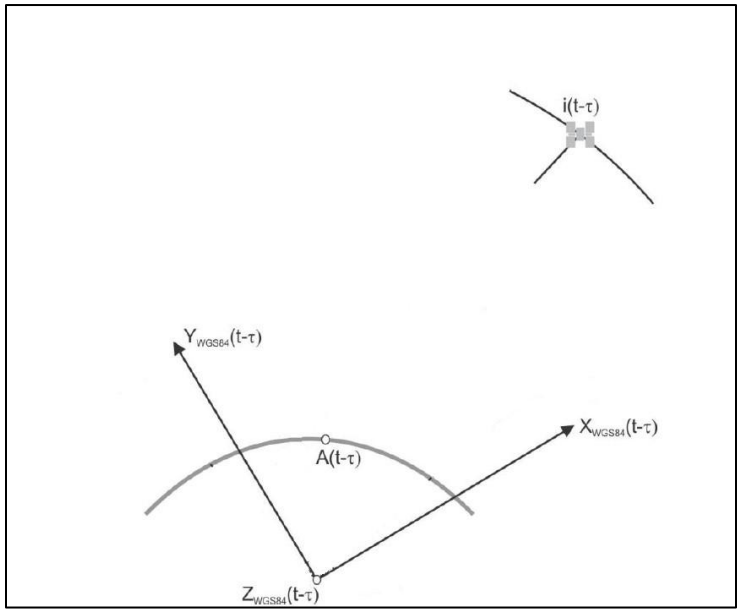
Kako bi merene veličine izrazili u funkciji poznatih koordinata satelita i nepoznatih koordinata prijemnika, neophodno je da se one odnose na jedinstveni koordinatni sistem!

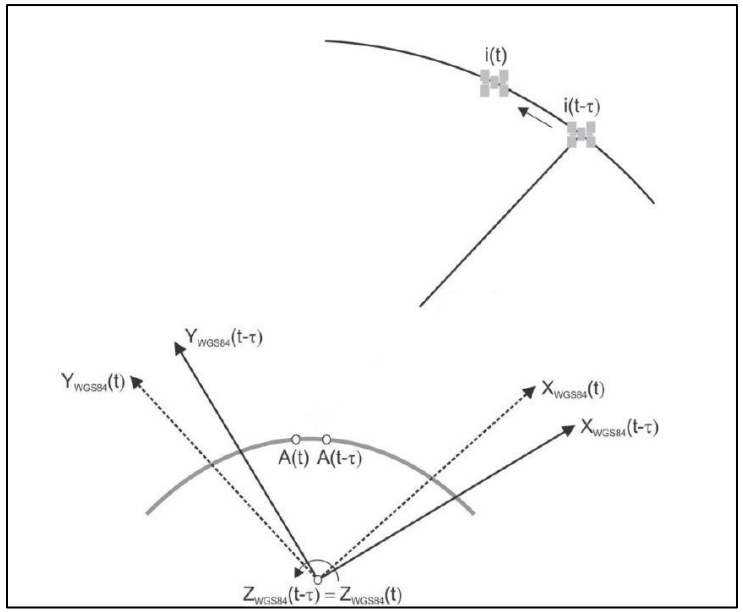
WGS84 koordinate satelita u trenutku emitovanja signala je potrebno transformisati u referentni sistem WGS84 za njegov položaj u trenutku prijema signala.

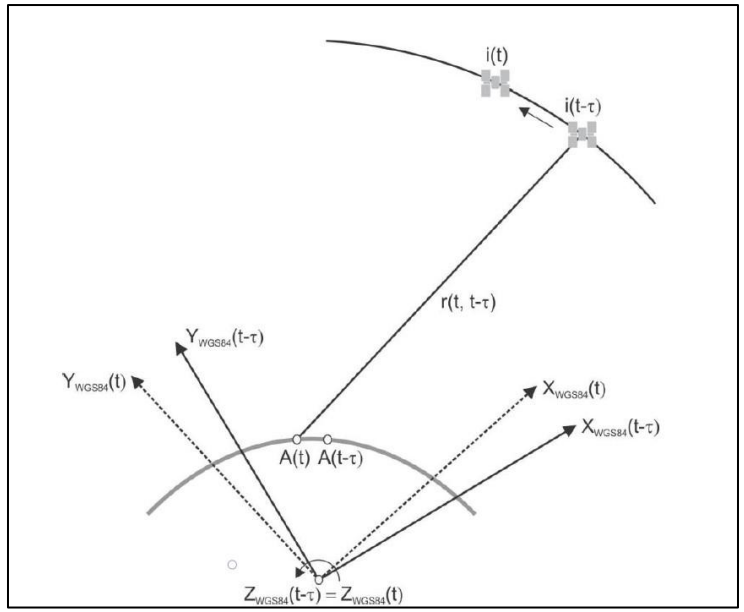
**Sanjakov** (*Sagnac*) efekat

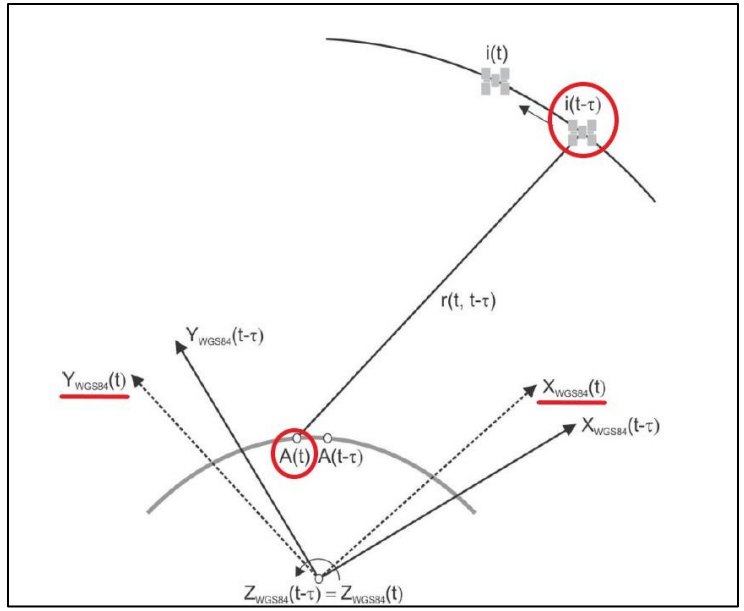


# Određivanje položaja GPS satelita




WGS84 koordinate satelita u trenutku emitovanja signala je potrebno transformisati u referentni sistem WGS84 za njegov položaj u trenutku prijema signala.

**Sanjakov** (*Sagnac*) efekat

# Određivanje položaja GPS satelita

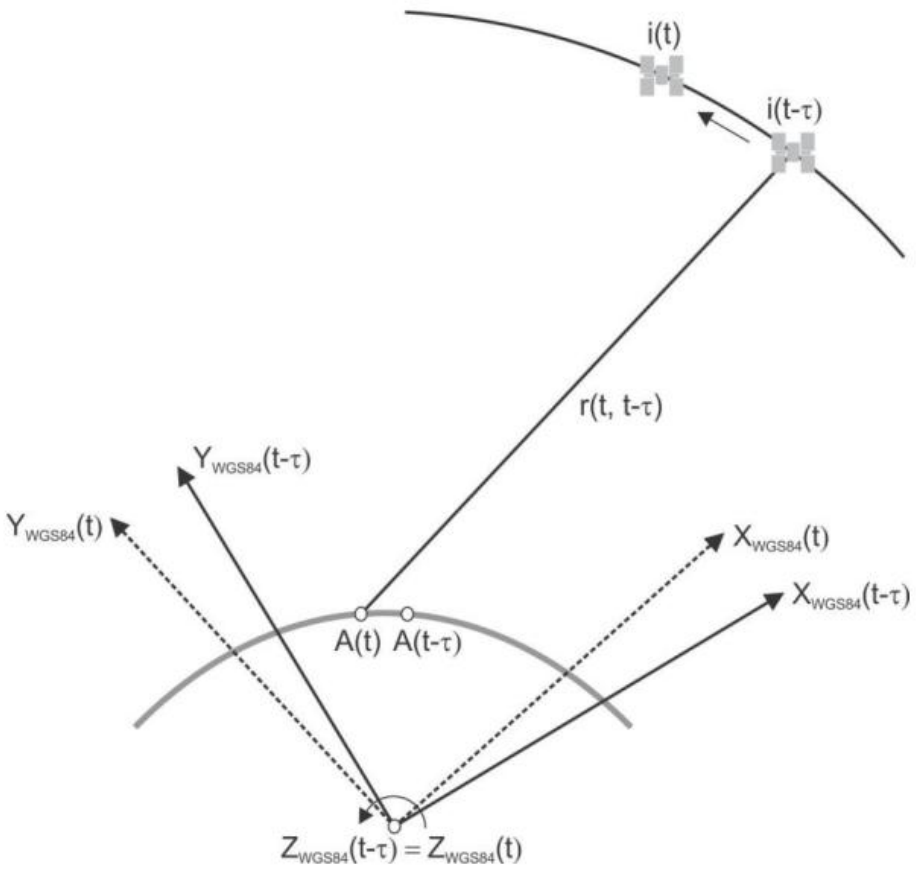
Rešenje:

- Transformacija koordinata satelita
- Rotacija oko Z ose za ugao $\dot{\Omega}_e \tau$

$$\mathbf{x}_{\mathrm{WGS84,t}} = \mathbf{R}_3\left(\dot{\Omega}_e \tau\right) \mathbf{x}_{\mathrm{WGS84},t-\tau}$$

$\mathbf{x}_{\mathrm{WGS84,t}}$ - vektor položaja satelita u sistemu WGS84 (trenutak prijema signala)

$\mathbf{x}_{\mathrm{WGS84,t}-\tau}$ - vektor položaja satelita u sistemu WGS84 (trenutak emitovanja signala)



# Određivanje položaja GPS satelita

Rešenje:

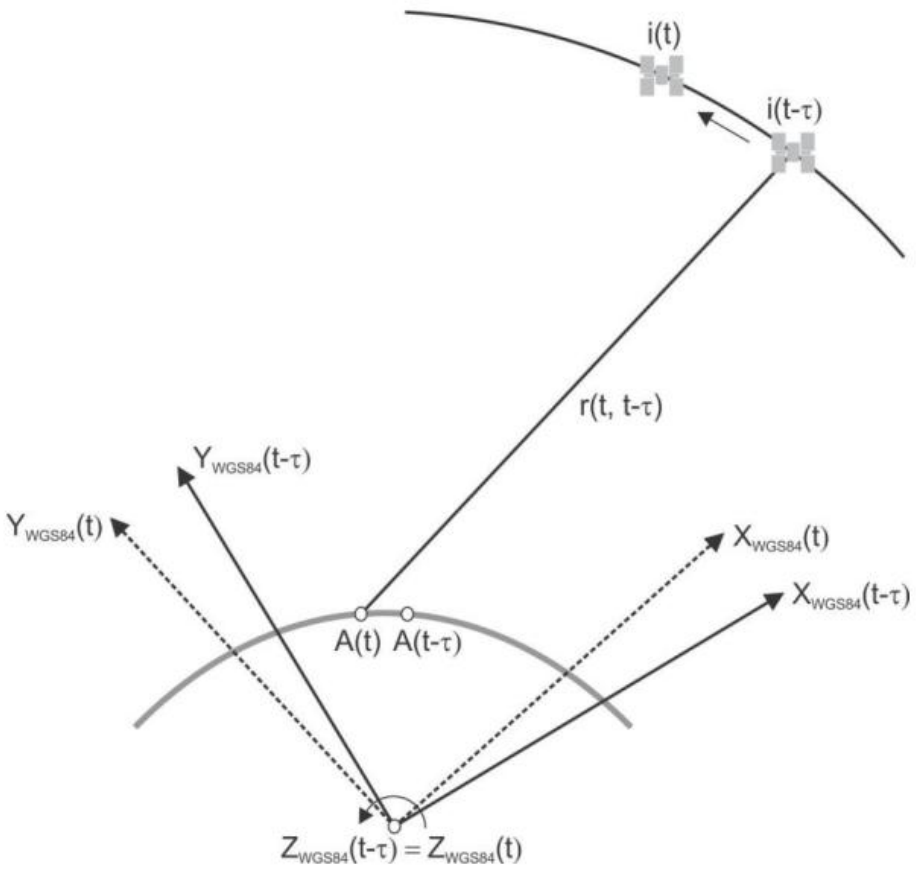
- Transformacija koordinata satelita
- Rotacija oko Z ose za ugao $\dot{\Omega}_e \tau$

$$\mathbf{R}_3(\dot{\Omega}_e \tau) = \begin{bmatrix} \cos(\dot{\Omega}_e \tau) & \sin(\dot{\Omega}_e \tau) & 0 \\ -\sin(\dot{\Omega}_e \tau) & \cos(\dot{\Omega}_e \tau) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\tau$ – vreme puta signala

$(\dot{\Omega}_e \tau)$ - ugao rotacije sistema WGS84 za vreme $\tau$

(ugaona brzina rotacije Zemlje × vreme puta)



# Određivanje položaja GPS satelita

Navigaciona poruka:

```
     2.10           NAVIGATION DATA     G (GPS)             RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001   O                   21FEB08 23:18:47    PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
     .9313D-08  -.1490D-07  -.5960D-07   .1192D-06          ION ALPHA
     .9626D+05  -.1475D+06  -.1311D+06   .9175D+06          ION BETA
    -.111758708954D-07 -.328626015289D-13    61440     1457 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
    14                                                      LEAP SECONDS
                                                            END OF HEADER
16 07 12  7 14  0  0.0  .128002371639D-03  .147792889038D-11  .000000000000D+00
     .420000000000D+02  .133125000000D+02  .478127058768D-08 -.299159443299D+01
     .759959220886D-06  .412385247182D-02  .641494989395D-05  .515377171326D+04
     .482400000000D+06 -.298023223877D-07  .890697962220D+00  .577419996262D-07
     .964386667307D+00  .258281250000D+03 -.563363504203D+00 -.788782855972D-08
     .360372153804D-09  .100000000000D+01  .145600000000D+04  .000000000000D+00
     .240000000000D+01  .000000000000D+00 -.977888703346D-08  .420000000000D+02
     .478518000000D+06  .400000000000D+01
```

```
     2.10           NAVIGATION DATA     G (GPS)             RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001   O                   21FEB08 23:18:47    PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
     .9313D-08  -.1490D-07  -.5960D-07   .1192D-06          ION ALPHA
     .9626D+05  -.1475D+06  -.1311D+06   .9175D+06          ION BETA
    -.111758708954D-07 -.328626015289D-13    61440     1457 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
    14                                                      LEAP SECONDS
                                                            END OF HEADER
16 07 12  7 14  0  0.0  .128002371639D-03  .147792889038D-11  .000000000000D+00  1
     .420000000000D+02  .133125000000D+02  .478127058768D-08 -.299159443299D+01  2
     .759959220886D-06  .412385247182D-02  .641494989395D-05  .515377171326D+04  3
     .482400000000D+06 -.298023223877D-07  .890697962220D+00  .577419996262D-07  4
     .964386667307D+00  .258281250000D+03 -.563363504203D+00 -.788782855972D-08  5
     .360372153804D-09  .100000000000D+01  .145600000000D+04  .000000000000D+00  6
     .240000000000D+01  .000000000000D+00 -.977888703346D-08  .420000000000D+02  7
     .478518000000D+06  .400000000000D+01                                         8
```

```
     2.10           NAVIGATION DATA     G (GPS)             RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001   O                   21FEB08 23:18:47    PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
     .9313D-08  -.1490D-07  -.5960D-07   .1192D-06          ION ALPHA
     .9626D+05  -.1475D+06  -.1311D+06   .9175D+06          ION BETA
    -.111758708954D-07 -.328626015289D-13    61440     1457 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
    14                                                      LEAP SECONDS
                                                            END OF HEADER
16 07 12  7 14  0  0.0  .128002371639D-03  .147792889038D-11  .000000000000D+00  1
     .420000000000D+02  .133125000000D+02  .478127058768D-08 -.299159443299D+01  2
     .759959220886D-06  .412385247182D-02  .641494989395D-05  .515377171326D+04  3
     .482400000000D+06 -.298023223877D-07  .890697962220D+00  .577419996262D-07  4
     .964386667307D+00  .258281250000D+03 -.563363504203D+00 -.788782855972D-08  5
     .360372153804D-09  .100000000000D+01  .145600000000D+04  .000000000000D+00  6
     .240000000000D+01  .000000000000D+00 -.977888703346D-08  .420000000000D+02  7
     .478518000000D+06  .400000000000D+01                                         8
```

# Određivanje položaja GPS satelita

Navigaciona poruka:

```
     2.10           NAVIGATION DATA     G (GPS)             RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001   O                   21FEB08 23:18:47    PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
     .9313D-08  -.1490D-07  -.5960D-07   .1192D-06          ION ALPHA
     .9626D+05  -.1475D+06  -.1311D+06   .9175D+06          ION BETA
    -.111758708954D-07 -.328626015289D-13    61440     1457 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
    14                                                      LEAP SECONDS
                                                            END OF HEADER
16 07 12  7 14  0  0.0  .128002371639D-03  .147792889038D-11  .000000000000D+00 1
     .420000000000D+02  .133125000000D+02  .478127058768D-08 -.299159443299D+01 2
     .759959220886D-06  .412385247182D-02  .641494989395D-05  .515377171326D+04 3
     .482400000000D+06 -.298023223877D-07  .890697962220D+00  .577419996262D-07 4
     .964386667307D+00  .258281250000D+03 -.563363504203D+00 -.788782855972D-08 5
     .360372153804D-09  .100000000000D+01  .145600000000D+04  .000000000000D+00 6
     .240000000000D+01  .000000000000D+00 -.977888703346D-08  .420000000000D+02 7
     .478518000000D+06  .400000000000D+01                                       8
```

TABLE A4

GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION

| OBS. RECORD | DESCRIPTION | | FORMAT | |
|---|---|---|---|---|
| PRN / EPOCH / SV CLK | - Satellite PRN number | | I2, | |
| | - Epoch: Toc - Time of Clock | | | |
| | year (2 digits, padded with 0 if necessary) | | 1X,I2.2, | |
| | month | | 1X,I2, | |
| | day | | 1X,I2, | |
| | hour | | 1X,I2, | |
| | minute | | 1X,I2, | |
| | second | | F5.1, | |
| | - SV clock bias | (seconds) | 3D19.12 | |
| | - SV clock drift | (sec/sec) | | |
| | - SV clock drift rate | (sec/sec2) | *) | 1 |
| BROADCAST ORBIT - 1 | - IODE Issue of Data, Ephemeris | | 3X,4D19.12 | |
| | - Crs | (meters) | | |
| | - Delta n | (radians/sec) | | |
| | - M0 | (radians) | | 2 |
| BROADCAST ORBIT - 2 | - Cuc | (radians) | 3X,4D19.12 | |
| | - e Eccentricity | | | |
| | - Cus | (radians) | | |
| | - sqrt(A) | (sqrt(m)) | | 3 |

# Određivanje položaja GPS satelita

Navigaciona poruka:

```
     2.10           NAVIGATION DATA     G (GPS)             RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001   O                   21FEB08 23:18:47    PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
     .9313D-08  -.1490D-07  -.5960D-07   .1192D-06          ION ALPHA
     .9626D+05  -.1475D+06  -.1311D+06   .9175D+06          ION BETA
    -.111758708954D-07 -.328626015289D-13    61440     1457 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
    14                                                      LEAP SECONDS
                                                            END OF HEADER
16 07 12  7 14  0  0.0  .128002371639D-03  .147792889038D-11  .000000000000D+00  1
     .420000000000D+02  .133125000000D+02  .478127058768D-08 -.299159443299D+01  2
     .759959220886D-06  .412385247182D-02  .641494989395D-05  .515377171326D+04  3
     .482400000000D+06 -.298023223877D-07  .890697962220D+00  .577419996262D-07  4
     .964386667307D+00  .258281250000D+03 -.563363504203D+00 -.788782855972D-08  5
     .360372153804D-09  .100000000000D+01  .145600000000D+04  .000000000000D+00  6
     .240000000000D+01  .000000000000D+00 -.977888703346D-08  .420000000000D+02  7
     .478518000000D+06  .400000000000D+01                                          8
```

```
+--------------------+-----------------------------------------+------------+
| BROADCAST ORBIT - 3| - Toe Time of Ephemeris                 | 3X,4D19.12 |
|                    |                        (sec of GPS week)|            |
|                    | - Cic                  (radians)        |            |
|                    | - OMEGA                (radians)        |            |
|                    | - CIS                  (radians)        |            | 4
+--------------------+-----------------------------------------+------------+
| BROADCAST ORBIT - 4| - i0                   (radians)        | 3X,4D19.12 |
|                    | - Crc                  (meters)         |            |
|                    | - omega                (radians)        |            |
|                    | - OMEGA DOT            (radians/sec)    |            | 5
+--------------------+-----------------------------------------+------------+
| BROADCAST ORBIT - 5| - IDOT                 (radians/sec)    | 3X,4D19.12 |
|                    | - Codes on L2 channel                   |            |
|                    | - GPS Week # (to go with TOE)           |            |
|                    |   Continuous number, not mod(1024)!     |            |
|                    | - L2 P data flag                        |            | 6
+--------------------+-----------------------------------------+------------+
| BROADCAST ORBIT - 6| - SV accuracy          (meters)         | 3X,4D19.12 |
|                    | - SV health        (bits 17-22 w 3 sf 1)|            |
|                    | - TGD                  (seconds)        |            |
|                    | - IODC Issue of Data, Clock             |            | 7
+--------------------+-----------------------------------------+------------+
| BROADCAST ORBIT - 7| - Transmission time of message       **)| 3X,4D19.12 |
|                    |         (sec of GPS week, derived e.g.  |            |
|                    |    from Z-count in Hand Over Word (HOW) |            |
|                    | - Fit interval         (hours)          |            |
|                    |         (see ICD-GPS-200, 20.3.4.4)     |            |
|                    |   Zero if not known                     |            |
|                    | - spare                                 |            |
|                    | - spare                                 |            | 8
+--------------------+-----------------------------------------+------------+
```

# PREDAVANJE 4

Formiranje razlika

# Formiranja razlika

1. Osnovni koncept
2. Formiranje jednostrukih razlika
3. Formiranje dvostrukih razlika
4. Formiranje trostrukih razlika
5. Stohastički model kod formiranja razlika

# Osnovni koncept

Kao što je već napomenuto, u cilju određivanja visoke tačnosti nepoznatih koordinata tačaka, neophodno je korišćenjem određenih strategija eliminisati greške prikazane u funkcionalnim modelima ili težiti tome da se njihov uticaj svedu na najmanju moguću meru.

U prethodnom poglavlju prikazan je koncept računanja odgovarajućih popravaka.

Pored pomenutog koncepta, a imajući u vidu prikazane funkcionalne modele kodnih i faznih pseudodužina, standardna obrada prikupljenih podataka metodama GNSS-a podrazumeva koncept formiranje razlika.

# Osnovni koncept

Dakle, formiranje razlika je standardna procedura koja se koristi prilikom obrade GNSS merenja u cilju umanjenja ili potpune eliminacije pojedinih članova funkcionalnog modela. Formiranje razlika se može vršiti u okviru kodnih ili faznih merenja i to na nekoliko nivoa:

- formiranje razlika simultanih merenja sa dva prijemnika,
- formiranje razlika simultanih merenja ka dva satelita,
- formiranje razlika u različitim vremenskim intervalima.

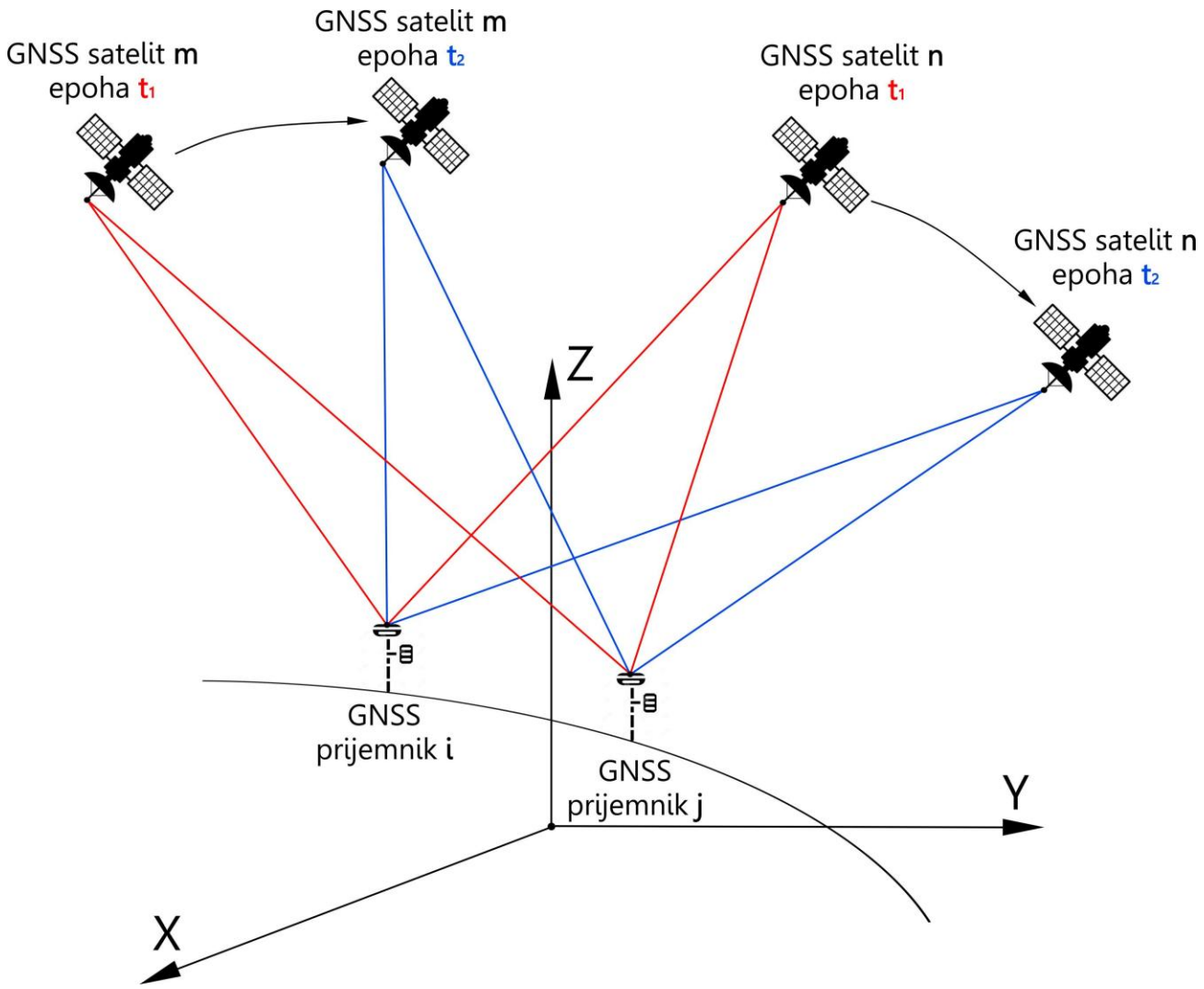
Osnovna ideja kod formiranja razlika sastoji se u korišćenju korelativne zavisnosti koja je prisutna kod simultanih merenja sa dva prijemnika prema satelitima, izvršenih u različitim epohama.

# Osnovni koncept

Osnovni koncept kreiranja razlika se može ilustrovati na primeru simultanih faznih merenja registrovanih od strane prijemnika $i$ i $j$ prema satelitima $m$ i $n$.

Crvena boja → epoha $t_1$

Plava boja → epoha $t_2$



# Osnovni koncept

Merene veličine → fazne pseudodužine između definisanih prijemnika i satelita definisane na osnovu sledećeg izraza:

$$L_R^S(T) = \rho_R^S + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^S - I_R^S + T_R^S + E^S + M_R^S + \varepsilon_L + \lambda N_R^S$$

Adekvatnom zamenom vrednosti parametara R, S i T možemo doći do ukupno osam jednačina za fazne pseudodužine (R= $i, j$; S= $m, n$; T= $t_1, t_2$).

Notacija koja se odnosi na posmatranu epohu je u cilju jednostavnijeg prikaza izostavljena za pojedinačne članove modela.

Prethodno važi i u slučaju kodnih pseudodužina:

$$P_R^S(T) = \rho_R^S + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^S + I_R^S + T_R^S + E^S + M_R^S + \varepsilon_P$$

# Osnovni koncept

Dakle, imajući u vidu prethodno, koncept formiranja razlika obuhvata formiranje:

- **Jednostrukih razlika**: jednostruke razlike se definišu kao formirane razlike između simultano izmerenih pseudodužina od prijemnika $i$ i $j$ prema satelitu $m$;
- **Dvostrukih razlika**: dvostruke razlike se definišu kao formirane razlike između simultano izmerenih jednostrukih razlika od prijemnika $i$ i $j$ prema satelitima $m$ i $n$;
- **Trostrukih razlika**: trostruke razlike se definišu kao formirane razlike dvostrukih razlika u različitim epohama vremena.

# Osnovni koncept

Prikazane jednačine kodnih i faznih pseudodužina u okviru jedne epohe se u literaturi nazivaju takozvanim jednačinama nultih razlika (engl. zero-differences) koje zapravo predstavljaju set jednačina kodnih i faznih nediferenciranih opažanja koje omogućavaju formiranje razlika do nivoa dvostrukih razlika: po dve jednostruke razlike i po jedna dvostruka razlika u slučaju kodnih i faznih pseudodužina.

Bitno je napomenuti da formiranje razlika takođe zavisi od posmatrane frekvencije!

Dakle, prethodne jednačine su pojednostavljene, odnosno ne sadrže oznaku kojom bi se naznačila posmatrana frekvencija.

# Formiranje jednostrukih razlika

Jednostruke razlike se definišu kao formirane razlike između simultano izmerenih pseudodužina od prijemnika $i$ i $j$ prema satelitu $m$, odnosno:

$$L_{i,j}^{m}(t_1) = L_i^m(t_1) - L_j^m(t_1)$$

Imajući u vidu prikazane funkcionalne modele, kompletan model jednostrukih razlika glasi:

$$\begin{aligned} L_{i,j}^{m}(t_1) = {} & (\rho_i^m - \rho_j^m) \\ & + c_0(\Delta t_i - \Delta t_j) \\ & - c_0(\Delta t^m - \Delta t^m) \\ & - (I_i^m - I_j^m) \\ & + (T_i^m - T_j^m) \\ & + (E_i^m - E_j^m) \\ & + (M_i^m - M_j^m) \\ & + (\varepsilon_{L_i^m} - \varepsilon_{L_j^m}) \\ & + \lambda(N_i^m - N_j^m) \end{aligned}$$

# Formiranje jednostrukih razlika

Na osnovu definisanog funkcionalnog modela, može se zaključiti sledeće:

- funkcionalni model jednostrukih razlika ne sadrži geometrijsko rastojanje između prijemnika i satelita, već sadrži razliku rastojanja između posmatranih prijemnika $i$ i $j$ i satelita $m$; razlika ovih rastojanja, odnosno član $(\rho_i^m - \rho_j^m)$, jednaka je rastojanju $\rho_{i,j}^m$;
- član funkcionalnog modela $(\Delta t_i - \Delta t_j)$ predstavlja razliku grešaka časovnika u prijemnicima $i$ i $j$; razlika može da dostigne maksimalnu vrednost od 2 ms, ali zbog multiplikatora u vidu vrednosti brzine svetlosti u vakuumu može da dostigne vrednost od 600 km;

$$
\begin{aligned}
L_{i,j}^m(t_1) = {} & (\rho_i^m - \rho_j^m) \\
& + c_0(\Delta t_i - \Delta t_j) \\
& - c_0(\Delta t^m - \Delta t^m) \\
& - (I_i^m - I_j^m) \\
& + (T_i^m - T_j^m) \\
& + (E_i^m - E_j^m) \\
& + (M_i^m - M_j^m) \\
& + (\varepsilon_{L_i^m} - \varepsilon_{L_j^m}) \\
& + \lambda(N_i^m - N_j^m)
\end{aligned}
$$

# Formiranje jednostrukih razlika

Na osnovu definisanog funkcionalnog modela, može se zaključiti sledeće:

- član funkcionalnog modela $(\Delta t^m - \Delta t^m)$ predstavlja razliku grešaka časovnika satelita; formiranjem jednostrukih razlika se praktično eliminiše uticaj greške časovnika satelita;
- član funkcionalnog modela $(I_i^m - I_j^m)$ predstavlja razliku jonosferskih uticaja; ako se prijemnici $i$ i $j$ nalaze na međusobno kratkom rastojanju, ovaj član funkcionalnog modela postaje praktično beznačajan;

$$
\begin{aligned}
L_{i,j}^m(t_1) = {} & (\rho_i^m - \rho_j^m) \\
& + c_0(\Delta t_i - \Delta t_j) \\
& - c_0(\Delta t^m - \Delta t^m) \\
& - (I_i^m - I_j^m) \\
& + (T_i^m - T_j^m) \\
& + (E_i^m - E_j^m) \\
& + (M_i^m - M_j^m) \\
& + (\varepsilon_{L_i^m} - \varepsilon_{L_j^m}) \\
& + \lambda(N_i^m - N_j^m)
\end{aligned}
$$

# Formiranje jednostrukih razlika

Na osnovu definisanog funkcionalnog modela, može se zaključiti sledeće:

- član $(T_i^m - T_j^m)$ predstavlja razliku troposferskog uticaja; ovaj član funkcionalnog modela se takođe može smatrati beznačajnim ako su prijemnici na međusobno bliskom rastojanju i ako između njih ne postoji velika visinska razlika;
- član $(E_i^m - E_j^m)$ predstavlja razliku uticaja satelitskih efemerida; imajući u vidu da je od najvećeg značaja radijalna komponenta greške položaja satelita (komponenta u pravcu izmerene pseudodužine) ovaj član funkcionalnog modela se može smatrati beznačajnim ako su stanice na međusobno bliskom rastojanju imajući u vidu visinu na kojoj se kreću sateliti;

$$
\begin{aligned}
L_{i,j}^m(t_1) = {} & (\rho_i^m - \rho_j^m) \\
& + c_0(\Delta t_i - \Delta t_j) \\
& - c_0(\Delta t^m - \Delta t^m) \\
& - (I_i^m - I_j^m) \\
& + (T_i^m - T_j^m) \\
& + (E_i^m - E_j^m) \\
& + (M_i^m - M_j^m) \\
& + (\varepsilon_{L_i^m} - \varepsilon_{L_j^m}) \\
& + \lambda(N_i^m - N_j^m)
\end{aligned}
$$

# Formiranje jednostrukih razlika

Na osnovu definisanog funkcionalnog modela, može se zaključiti sledeće:

- član $(M_i^m - M_j^m)$ predstavlja razliku uticaja višestruke refleksije; ovaj član funkcionalnog modela može imati proizvoljnu vrednost kao posledica svog slučajnog karaktera;
- član $(\varepsilon_{L_i^m} - \varepsilon_{L_j^m})$ predstavlja slučajnu grešku merenja jednostrukih razlika čija je tačnost svakako manja nego tačnost pojedinačno merenih pseudodužina;
- član $\lambda(N_i^m - N_j^m)$ predstavlja faznu neodređenost jednostruke razlike; ovaj član može imati proizvoljnu vrednost.

$$
\begin{aligned}
L_{i,j}^m(t_1) = {} & (\rho_i^m - \rho_j^m) \\
& + c_0(\Delta t_i - \Delta t_j) \\
& - c_0(\Delta t^m - \Delta t^m) \\
& - (I_i^m - I_j^m) \\
& + (T_i^m - T_j^m) \\
& + (E_i^m - E_j^m) \\
& + (M_i^m - M_j^m) \\
& + (\varepsilon_{L_i^m} - \varepsilon_{L_j^m}) \\
& + \lambda(N_i^m - N_j^m)
\end{aligned}
$$

# Formiranje jednostrukih razlika

Iz prethodnog se može zaključiti da formiranjem jednostrukih razlika možemo određene uticaje svesti na zanemarljivo malu vrednost i to:

- uticaje atmosferskih parametara, odnosno uticaje troposfere i jonosfere;
- uticaj satelitskih efemerida.

Pored toga, jednostruke razlike su oslobođene uticaja greške časovnika satelita!

$$
\begin{aligned}
L_{i,j}^{m}(t_1) = (\rho_i^m - \rho_j^m) \\
&+c_0(\Delta t_i - \Delta t_j) \\
&-c_0(\Delta t^m - \Delta t^m) \\
&-(I_i^m - I_j^m) \\
&+(T_i^m - T_j^m) \\
&+(E_i^m - E_j^m) \\
&+(M_i^m - M_j^m) \\
&+(\varepsilon_{L_i^m} - \varepsilon_{L_j^m}) \\
&+\lambda(N_i^m - N_j^m)
\end{aligned}
$$

# Formiranje jednostrukih razlika

Ako pojedine članove modela pridružimo članu $\varepsilon_{L_{i,j}^m}$, odnosno:

$$\varepsilon_{L_{i,j}^m}^* = (\varepsilon_{L_i^m} - \varepsilon_{L_j^m}) - (I_i^m - I_j^m) + (T_i^m - T_j^m) + (E_i^m - E_j^m) + (M_i^m - M_j^m)$$

$$\varepsilon_{L_{i,j}^m}^* = \varepsilon_{L_{i,j}^m} - I_{i,j}^m + T_{i,j}^m + E_{i,j}^m + M_{i,j}^m$$

jednačine jednostrukih razlika možemo prikazati jednačinom u pojednostavljenoj formi:

$$L_{i,j}^m(t_1) = \left(\rho_i^m - \rho_j^m\right) + c_0\left(\Delta t_i - \Delta t_j\right) + \varepsilon_{L_{i,j}^m}^* + \lambda(N_i^m - N_j^m)$$

$$L_{i,j}^m(t_1) = \rho_{i,j}^m + c_0\left(\Delta t_i - \Delta t_j\right) + \varepsilon_{L_{i,j}^m}^* + \lambda N_{i,j}^m$$

# Formiranje dvostrukih razlika

Za potrebe formiranja dvostrukih razlika, neophodno je po analogiji na prethodne jednačine formirati jednostruke razlike prema satelitu $n$, odnosno:

$$L_{i,j}^{m}(t_1) = L_i^m(t_1) - L_j^m(t_1)$$

$$\varepsilon_{L_{i,j}^n}^{*} = (\varepsilon_{L_i^n} - \varepsilon_{L_j^n}) - (I_i^n - I_j^n) + (T_i^n - T_j^n) + (E_i^n - E_j^n) + (M_i^n - M_j^n)$$

$$\varepsilon_{L_{i,j}^n}^{*} = \varepsilon_{L_{i,j}^n} - I_{i,j}^n + T_{i,j}^n + E_{i,j}^n + M_{i,j}^n$$

$$L_{i,j}^n(t_1) = \left(\rho_i^n - \rho_j^n\right) + c_0\left(\Delta t_i - \Delta t_j\right) + \varepsilon_{L_{i,j}^n}^{*} + \lambda(N_i^n - N_j^n)$$

$$L_{i,j}^n(t_1) = \rho_{i,j}^n + c_0\left(\Delta t_i - \Delta t_j\right) + \varepsilon_{L_{i,j}^n}^{*} + \lambda N_{i,j}^n$$

# Formiranje dvostrukih razlika

Dakle, dvostruke razlike se definišu kao formirane razlike između simultano izmerenih jednostrukih razlika od prijemnika $i$ i $j$ prema satelitima $m$ i $n$, odnosno:

$$L_{i,j}^{m,n}(t_1) = L_{i,j}^{m}(t_1) - L_{i,j}^{n}(t_1) = (L_i^m(t_1) - L_j^m(t_1)) - (L_i^n(t_1) - L_j^n(t_1))$$

U razvijenom obliku, funkcionalni model dvostrukih razlika se može predstaviti sledećim izrazom:

$$\begin{aligned} L_{i,j}^{m,n}(t_1) = (&\rho_{i,j}^{m} - \rho_{i,j}^{n}) \\ &+c_0(\Delta t_i - \Delta t_j) \\ &-c_0(\Delta t_i - \Delta t_j) \\ &-(I_{i,j}^{m} - I_{i,j}^{n}) \\ &+(T_{i,j}^{m} - T_{i,j}^{n}) \\ &+(E_{i,j}^{m} - E_{i,j}^{n}) \\ &+(M_{i,j}^{m} - M_{i,j}^{n}) \\ &+(\varepsilon_{L_{i,j}^{m}} - \varepsilon_{L_{i,j}^{n}}) \\ &+\lambda(N_{i,j}^{m} - N_{i,j}^{n}) \end{aligned}$$

# Formiranje dvostrukih razlika

Iz prethodnog se može zaključiti da formiranjem dvostrukih razlika dodatno eliminišemo uticaj greške časovnika prijemnika $i$ i $j$. Takođe, ako su prijemnici na međusobno kratkom rastojanju, greške usled uticaja atmosferskih parametara se mogu smatrati zanemarljivim, kao i greške satelitskih efemerida.

Ako pojedine članove modela pridružimo članu $\varepsilon_{L_{i,j}^{m,n}}$, odnosno:

$$\varepsilon^*_{L_{i,j}^{m,n}} = (\varepsilon_{L_{i,j}^{m}} - \varepsilon_{L_{i,j}^{n}}) - (I_{i,j}^{m} - I_{i,j}^{n}) + (T_{i,j}^{m} - T_{i,j}^{n}) + (E_{i,j}^{m} - E_{i,j}^{n}) + (M_{i,j}^{m} - M_{i,j}^{n})$$

$$\varepsilon^*_{L_{i,j}^{m,n}} = \varepsilon_{L_{i,j}^{m,n}} - I_{i,j}^{m,n} + T_{i,j}^{m,n} + E_{i,j}^{m,n} + M_{i,j}^{m,n}$$

# Formiranje dvostrukih razlika

Jednačine dvostrukih razlika možemo prikazati jednačinom u pojednostavljenoj formi:

$$L_{i,j}^{m,n}(t_1) = (\rho_{i,j}^{m} - \rho_{i,j}^{n}) + \varepsilon_{L_{i,j}^{m,n}}^{*} + \lambda(N_{i,j}^{m} - N_{i,j}^{n})$$

$$L_{i,j}^{m}(t_1) = \rho_{i,j}^{m,n} + \varepsilon_{L_{i,j}^{m,n}}^{*} + \lambda N_{i,j}^{m,n}$$

Upotreba dvostrukih razlika u okviru geodetskih primena je zaista velika. Pored toga što ne sadrže greške časovnika satelita i prijemnika, generalno je lakše odrediti celobrojnu vrednost faznih neodređenosti. Sa aspekta tačnosti, ona je dodatno smanjena nego u slučaju jednostrukih razlika jer dvostruke razlike predstavljaju kombinaciju čak četiri pseudodužine.

# Formiranje trostrukih razlika

Posmatrajmo sada formirane dvostruke razlike u dve različite epohe, $t_1$ i $t_2$. Formiranjem razlika dvostrukih razlika u različitim epohama definišu se takozvane trostruke razlike:

$$L_{i,j}^{m,n}(\delta t) = L_{i,j}^{m,n}(t_2) - L_{i,j}^{m,n}(t_1)$$

Funkcionalni model trostrukih razlika ima oblik definisan sledećom jednačinom:

$$\begin{aligned} L_{i,j}^{m,n}(\delta t) = {} & (\rho_{i,j}^{m,n}(t_2) - \rho_{i,j}^{m,n}(t_1)) \\ & -(I_{i,j}^{m,n}(t_2) - I_{i,j}^{m,n}(t_1)) \\ & +(T_{i,j}^{m,n}(t_2) - T_{i,j}^{m,n}(t_1)) \\ & +(E_{i,j}^{m,n}(t_2) - E_{i,j}^{m,n}(t_1)) \\ & +(M_{i,j}^{m,n}(t_2) - M_{i,j}^{m,n}(t_1)) \\ & +(\varepsilon_{L_{i,j}^{m,n}(t_2)} - \varepsilon_{L_{i,j}^{m,n}(t_1)}) \\ & +\lambda(N_{i,j}^{m,n}(t_2) - N_{i,j}^{m,n}(t_1)) \end{aligned}$$

# Formiranje trostrukih razlika

Formiranjem trostrukih razlika dodatno se eliminišu fazne neodređenosti ali samo u slučaju ako ne postoji prekid prijema signala u vremenskom periodu koji obuhvata epohe $t_1$ i $t_2$.

Kao i u slučaju jednostrukih i dvostrukih razlika, pojedine članove modela možemo pridružiti članu $\varepsilon_{L_{i,j}^{m,n}(\delta t)}$ :

$$\varepsilon^*_{L_{i,j}^{m,n}(\delta t)} = \varepsilon_{L_{i,j}^{m,n}(\delta t)} - I_{i,j}^{m,n}(\delta t) + T_{i,j}^{m,n}(\delta t) + E_{i,j}^{m,n}(\delta t) + M_{i,j}^{m,n}(\delta t)$$

Finalno, jednačine trostrukih razlika možemo prikazati jednačinom u pojednostavljenoj formi:

$$L_{i,j}^{m,n}(\delta t) = \left(\rho_{i,j}^{m,n}(t_2) - \rho_{i,j}^{m,n}(t_1)\right) + \varepsilon^*_{L_{i,j}^{m,n}(\delta t)}$$

$$L_{i,j}^{m,n}(\delta t) = \rho_{i,j}^{m,n}(\delta t) + \varepsilon^*_{L_{i,j}^{m,n}(\delta t)}$$

# Formiranje trostrukih razlika

Trostruke razlike se koriste prilikom pretprocesiranja GNSS podataka. Preostali članovi sadržani u okviru člana $\varepsilon^{*}_{L^{m,n}_{i,j}(\delta t)}$ su takođe još manji ako su vremenske epohe $t_1$ i $t_2$ međusobno vrlo bliske sa izuzetkom člana koji se odnosi na višestruku refleksiju signala.

Međutim, tačnost trostrukih razlika je mnogo niža nego tačnost dvostrukih razlika.

# Formiranje razlika – sumarni pregled jednačina

Imajući u vidu sve prethodno navedeno, možemo izdvojiti sledeće:

- Jednačine **nultih razlika** predstavljaju jednačine bazičnih funkcionalnih modela kodnih i faznih pseudodužina izmerenih između prijemnika R i satelita S u zavisnosti od posmatrane frekvencije $f$ i epohe $t_1$:

$$L_R^S(t_1)_f = \rho_R^S + c_0\Delta t_R - c_0\Delta t^S - I_{R_f}^S + T_R^S + E^S + M_{R_f}^S + \varepsilon_{L(t_1)_f} + \lambda_f N_R^S$$

$$P_R^S(t_1)_f = \rho_R^S + c_0\Delta t_R - c_0\Delta t^S + I_{R_f}^S + T_R^S + E^S + M_{R_f}^S + \varepsilon_{P(t_1)_f}$$

Za R=$i,j$ i S=$m,n$ imamo ukupno 8 jednačina u okviru jedne epohe i za jednu posmatranu frekvenciju.

# Formiranje razlika – sumarni pregled jednačina

Imajući u vidu sve prethodno navedeno, možemo izdvojiti sledeće:

- Jednačine **jednostrukih razlika** predstavljaju razlike između jednačina nultih razlika sa stanica $i$ i $j$ prema satelitima $m$ i $n$ u zavisnosti od posmatrane frekvencije $f$ i epohe $t_1$:

$$L_{i,j}^{m}(t_1)_f = \rho_{i,j}^{m} + c_0\left(\Delta t_i - \Delta t_j\right) + \varepsilon^*_{L_{i,j}^{m}(t_1)_f} + \lambda_f N_{i,j}^{m}$$

$$P_{i,j}^{m}(t_1)_f = \rho_{i,j}^{m} + c_0\left(\Delta t_i - \Delta t_j\right) + \varepsilon^*_{P_{i,j}^{m}(t_1)_f}$$

$$L_{i,j}^{n}(t_1)_f = \rho_{i,j}^{n} + c_0\left(\Delta t_i - \Delta t_j\right) + \varepsilon^*_{L_{i,j}^{n}(t_1)_f} + \lambda_f N_{i,j}^{n}$$

$$P_{i,j}^{n}(t_1)_f = \rho_{i,j}^{n} + c_0\left(\Delta t_i - \Delta t_j\right) + \varepsilon^*_{P_{i,j}^{n}(t_1)_f}$$

Formiranjem jednostrukih razlika eliminišemo članove koji se odnose na **greške časovnika satelita**.

# Formiranje razlika – sumarni pregled jednačina

Imajući u vidu sve prethodno navedeno, možemo izdvojiti sledeće:

- Jednačine **dvostrukih razlika** predstavljaju razlike između formiranih jednostrukih razlika sa stanica $i$ i $j$ prema satelitima $m$ i $n$ u zavisnosti od posmatrane frekvencije $f$ i epohe $t_1$:

$$L_{i,j}^{m,n}(t_1)_f = \rho_{i,j}^{m,n} + \varepsilon^*_{L_{i,j}^{m,n}(t_1)_f} + \lambda_f N_{i,j}^{m,n}$$

$$P_{i,j}^{m,n}(t_1)_f = \rho_{i,j}^{m,n} + \varepsilon^*_{P_{i,j}^{m,n}(t_1)_f}$$

Formiranjem dvostrukih razlika dodatno eliminišemo članove koji se odnose na **greške časovnika prijemnika**.

# Formiranje razlika – sumarni pregled jednačina

Imajući u vidu sve prethodno navedeno, možemo izdvojiti sledeće:

- Jednačine **trostrukih razlika** predstavljaju razlike između formiranih dvostrukih razlika u relativno bliskim epohama $t_1$ i $t_2$ ($\delta t = t_2 - t_1$) sa stanica $i$ i $j$ prema satelitima $m$ i $n$ u zavisnosti od posmatrane frekvencije $f$:

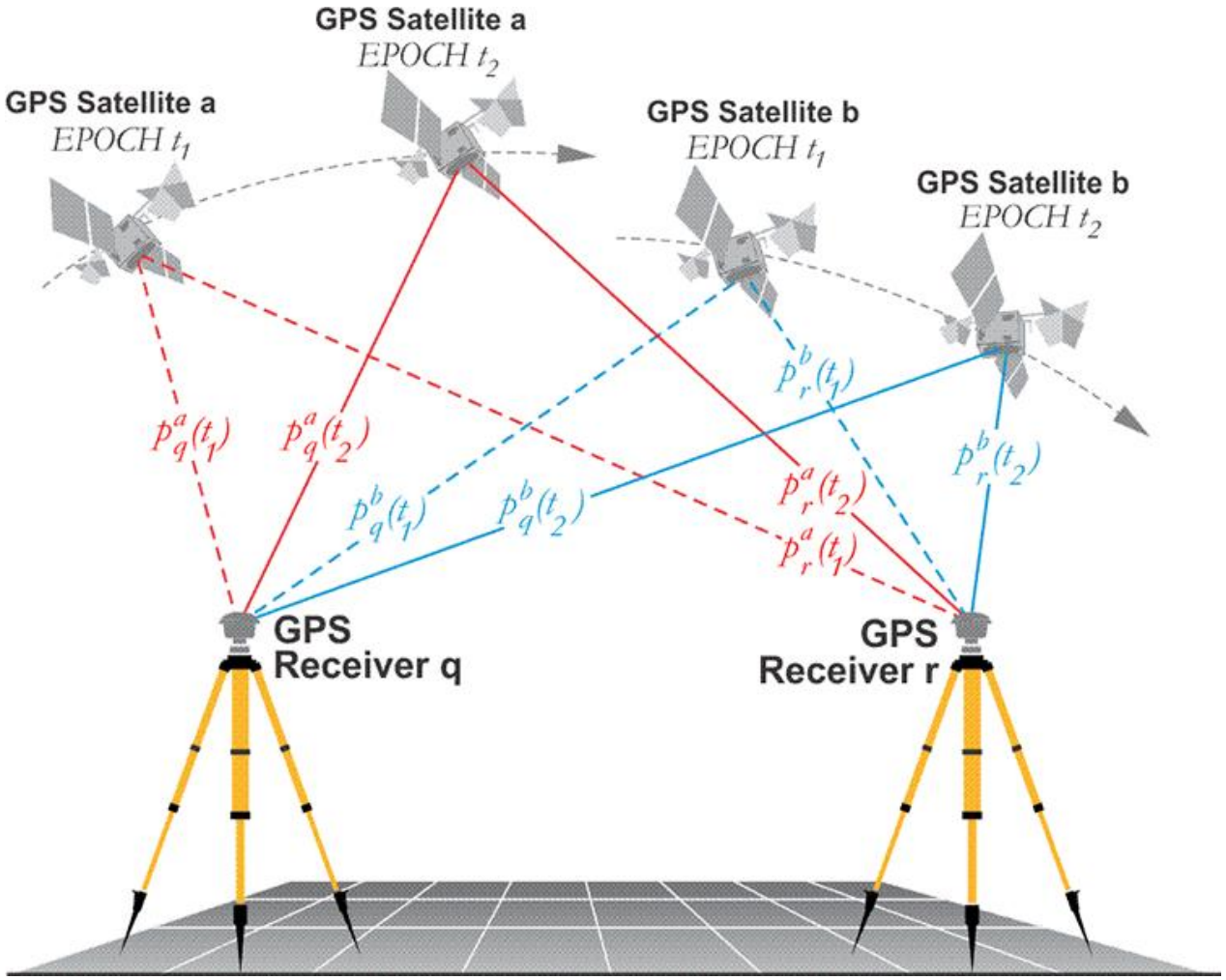
$$L_{i,j}^{m,n}(\delta t)_f = \rho_{i,j}^{m,n}(\delta t) + \varepsilon^*_{L_{i,j}^{m,n}(\delta t)_f}$$

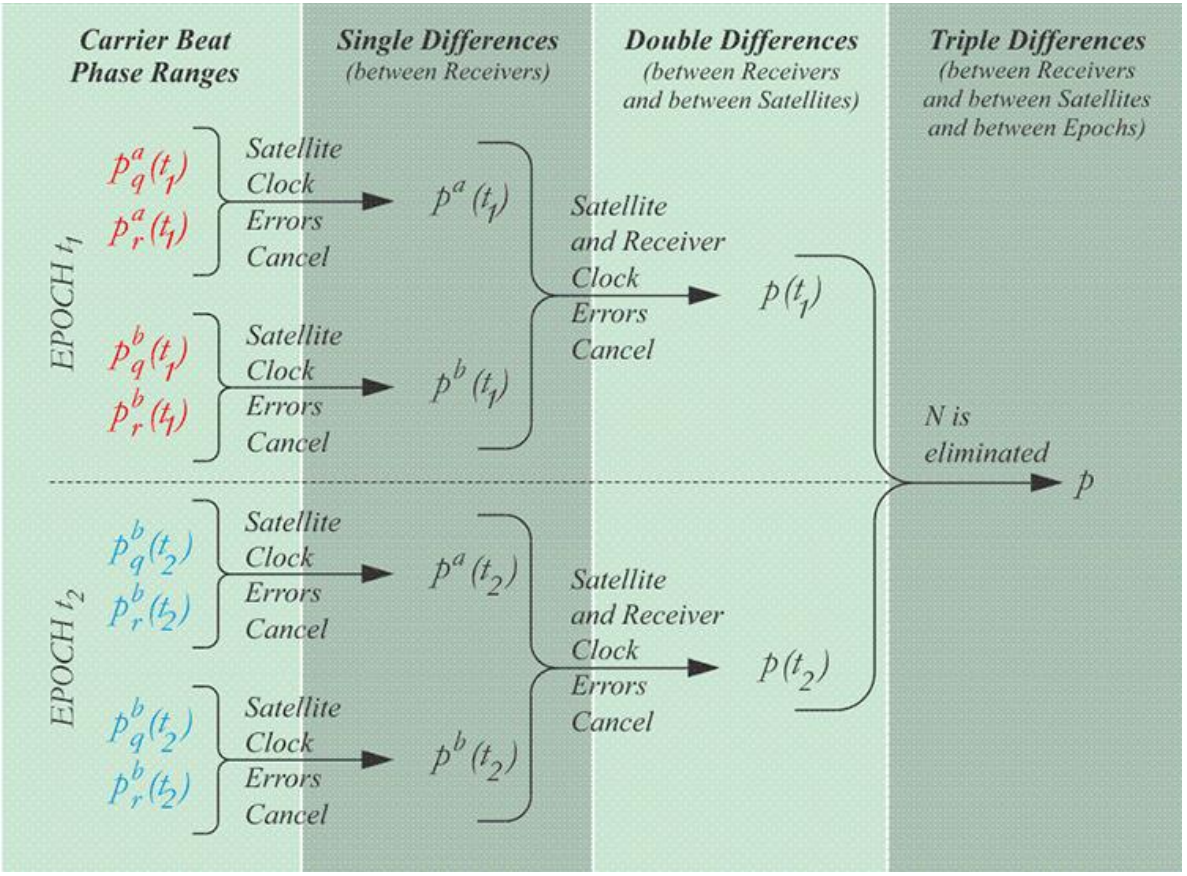
$$P_{i,j}^{m,n}(\delta t)_f = \rho_{i,j}^{m,n}(\delta t) + \varepsilon^*_{P_{i,j}^{m,n}(\delta t)_f}$$

Formiranjem trostrukih razlika dodatno eliminišemo članove koji se odnose na **celobrojnu vrednost faznih neodređenosti**.

# Formiranje razlika – sumarni pregled jednačina

Imajući u vidu sve prethodno navedeno, možemo izdvojiti sledeće:



# PREDAVANJE 5

Linearne kombinacije

# Linearne kombinacije

1. Osnovni koncept
2. Linearna kombinacija IONO FREE
3. Linearna kombinacija GEOMETRY FREE
4. Linearna kombinacija WIDE LANE
5. Linearna kombinacija NARROW LANE
6. Linearna kombinacija MELBOURNE-WUBBENA
7. Ostale linearne kombinacije
8. Stohastički model kod formiranja linearnih kombinacija

# Osnovni koncept

U cilju eliminacije pojedinih izvora grešaka, pored formiranja jednostrukih, dvostrukih ili trostrukih razlika, veoma je korisno formiranje takozvanih linearnih kombinacija kodnih i/ili faznih merenja.

Linearne kombinacije predstavljaju veoma efikasan način eliminacije pojedinih izvora grešaka korišćenjem merenja na dve frekvencije. Takođe, pružaju mogućnost izolovanja pojedinih parametara u cilju njihove precizne ocene i rešavanju ostalih neodređenosti koje se mogu javiti.

Linearne kombinacije se mogu formirati na svim nivoima, pa možemo razlikovati:

- linearne kombinacije kod kodnih i faznih pseudodužina,
- linearne kombinacije u slučaju jednostrukih, dvostrukih i trostrukih razlika.

# Osnovni koncept

Za potrebe formiranja linearnih kombinacija, moguće je posmatrati jednačine faznih pseudodužina izmerene između prijemnika R i satelita S na frekvencijama $f_1$ i $f_2$:

$$L_{R_{f_1}}^S = \rho_R^S + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^S - I_{R_{f_1}}^S + T_R^S + E^S + M_{R_{f_1}}^S + \varepsilon_{L_{f_1}} + \lambda_{f_1} N_{R_{f_1}}^S$$
$$L_{R_{f_2}}^S = \rho_R^S + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^S - I_{R_{f_2}}^S + T_R^S + E^S + M_{R_{f_2}}^S + \varepsilon_{L_{f_2}} + \lambda_{f_2} N_{R_{f_2}}^S$$

Posmatrane jednačine je moguće pojednostaviti imajući u vidu sledeće:

- član modela $I_{R_f}^S$ sadrži oznaku frekvencije usled disperzivnih osobina jonosfere – uticaj jonosfere na prostiranje talasa zavisi od vrednosti njegove frekvencije;
- član modela $\lambda_f N_{R_f}^S$ takođe sadrži oznaku frekvencije usled činjenice da vrednost talasne dužine $\lambda_f$ zavisi od konkretne vrednosti frekvencije, a samim tim i celobrojna vrednost faznih neodređenosti $N_{R_f}^S$;

# Osnovni koncept

Za potrebe formiranja linearnih kombinacija, moguće je posmatrati jednačine faznih pseudodužina izmerene između prijemnika R i satelita S na frekvencijama $f_1$ i $f_2$:

$$L_{R_{f_1}}^S = \rho_R^S + c_0\Delta t_R - c_0\Delta t^S - I_{R_{f_1}}^S + T_R^S + E^S + M_{R_{f_1}}^S + \varepsilon_{L_{f_1}} + \lambda_{f_1} N_{R_{f_1}}^S$$
$$L_{R_{f_2}}^S = \rho_R^S + c_0\Delta t_R - c_0\Delta t^S - I_{R_{f_2}}^S + T_R^S + E^S + M_{R_{f_2}}^S + \varepsilon_{L_{f_2}} + \lambda_{f_2} N_{R_{f_2}}^S$$

Posmatrane jednačine je moguće pojednostaviti imajući u vidu sledeće:

- nedisperzivni članovi modela, odnosno članovi čiji uticaj ne zavisi od vrednosti frekvencije, se mogu pridružiti članu $\rho_R^S$; tako formirani član nosi oznaku $\rho'$;

$$\rho' = \rho_R^S + c_0\Delta t_R - c_0\Delta t^S + T_R^S + E^S$$

- članovi modela $M_{R_f}^S$ i $\varepsilon_{L_f}$ se mogu zanemariti u okviru diskusije o linearnim kombinacijama.

# Osnovni koncept

Imajući u vidu prethodno, možemo definisati pojednostavljeni oblik prethodnih jednačina (bez konkretnih oznaka koje se odnose na satelit S i prijemnik R):

$$L_1 = \rho' - I_{f_1} + \lambda_{f_1} N_{f_1}$$
$$L_2 = \rho' - I_{f_2} + \lambda_{f_2} N_{f_2}$$

Neophodno je definisati i vezu između članova koji se odnose na kašnjenje signala usled uticaja jonosfere na frekvencijama $f_1$ i $f_2$.

Kašnjenje signala usled uticaja jonosfere se može prikazati sledećim izrazima:

$$I_{f_1} = \upsilon / f_1^2$$
$$I_{f_2} = \upsilon / f_2^2$$

pa se može definisati i sledeća veza:

$$I_{f_2} = (f_1/f_2)^2 I_{f_1} = \gamma I_{f_1}$$

# Osnovni koncept

Dakle, u opštem slučaju, linearna kombinacija $L_{LK}$ se može definisati na osnovu sledeće jednačine:

$$L_{LK} = aL_1 + bL_2$$

gde parametri $a$ i $b$ predstavljaju realne brojeve.

Lako se može zaključiti da je moguće formirati beskonačno mnogo linearnih kombinacija izborom vrednosti pomenutih parametara. Međutim, parametri $a$ i $b$ se biraju na specifičan način tako da se izvrši otklanjanje pojedinih članova funkcionalnih modela ili izolovanje pojedinih uticaja u cilju njihovog lakšeg rešavanja.

# Osnovni koncept

U toku obrade GNSS merenja, posebno se ističu sledeće linearne kombinacije:

- Ionosphere-Free - $L_{IF}$ $(L_3)$,
- Geometry-Free - $L_{GF}$ $(L_4)$,
- Wide-Lane - $L_{WL}$ $(L_5)$,
- Melburne-Wubbena - $L_{MW}$ $(L_6)$.

| LK | Naziv | Talasna dužina $\lambda$ [cm] | Šum u odnosu na $L_1$ | Uticaj jonosfere u odnosu na $L_1$ |
|---|---|---|---|---|
| $L_1$ | Noseća frekvencija | 19 | 1.0 | 1.0 |
| $L_2$ | Noseća frekvencija | 24 | 1.0 | 1.6 |
| $L_3$ | Ionospeher-Free | 0 | 3.0 | 0.0 |
| $L_4$ | Geometry-Free | $\infty$ | 1.4 | 0.6 |
| $L_5$ | Wide-Lane | 86 | 5.7 | 1.3 |
| $L_6$ | Melburne-Wübbena | 86 | 0.7 | 0.0 |

# Linearna kombinacija Ionosphere-Free

Linearna kombinacija Ionosphere-Free dobija se izborom parametara $a$ i $b$ na sledeći način:

$$a = f_1^2/(f_1^2 - f_2^2)$$

$$b = -f_2^2/(f_1^2 - f_2^2)$$

Zamenom prethodnih izraza u osnovnu jednačinu dobijamo jednačinu linearne kombinacije $L_{IF}$:

$$L_{IF} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2}(f_1^2 L_1 - f_2^2 L_2)$$

$$L_{IF} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2}\left(f_1^2(\rho' - I_{f_1} + \lambda_{f_1} N_{f_1}) - f_2^2(\rho' - I_{f_2} + \lambda_{f_2} N_{f_2})\right)$$

$$= \frac{1}{f_1^2 - f_2^2}\left((f_1^2 - f_2^2)\rho' - f_1^2 I_{f_1} + f_2^2 I_{f_2} + f_1^2 \lambda_{f_1} N_{f_1} - f_2^2 \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)$$

# Linearna kombinacija Ionosphere-Free

Možemo iskoristiti vezu:

$$I_{f_1} = \upsilon / f_1^2$$
$$I_{f_2} = \upsilon / f_2^2$$

pa dobijamo sledeći oblik jednačina:

$$L_{IF} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2}\left((f_1^2 - f_2^2)\rho' - f_1^2 \upsilon / f_1^2 + f_2^2 \upsilon / f_2^2 + f_1^2 \lambda_{f_1} N_{f_1} - f_2^2 \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)$$

$$= \frac{1}{f_1^2 - f_2^2}\left((f_1^2 - f_2^2)\rho' - \upsilon + \upsilon + f_1^2 \lambda_{f_1} N_{f_1} - f_2^2 \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)$$

$$= \frac{1}{f_1^2 - f_2^2}\left((f_1^2 - f_2^2)\rho' + f_1^2 \lambda_{f_1} N_{f_1} - f_2^2 \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)$$

# Linearna kombinacija Ionosphere-Free

Možemo iskoristiti i poznatu relaciju:

$$c_0 = \lambda f$$

pa možemo pisati:

$$L_{IF} = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2}\left((f_1^2 - f_2^2)\rho' + c_0(f_1 N_{f_1} - f_2 N_{f_2})\right)$$

$$= \rho' + \frac{c_0}{f_1^2 - f_2^2}\left(f_1 N_{f_1} - f_2 N_{f_2}\right)$$

# Linearna kombinacija Ionosphere-Free

Imajući u vidu da važi relacija $N_{WL} = N_{f_1} - N_{f_2}$, odnosno:

$$N_{f_2} = N_{f_1} - N_{WL}$$

možemo dodatno srediti jednačine:

$$L_{IF} = \rho' + \frac{c_0}{f_1^2 - f_2^2}\left(f_1 N_{f_1} - f_2\left(N_{f_1} - N_{WL}\right)\right)$$

$$= \rho' + \frac{c_0}{f_1^2 - f_2^2}\left(f_1 N_{f_1} - f_2 N_{f_1} + f_2 N_{WL}\right)$$

$$= \rho' + \frac{c_0}{f_1^2 - f_2^2}\left((f_1 - f_2) N_{f_1} + f_2 N_{WL}\right)$$

$$= \rho' + \frac{c_0}{f_1^2 - f_2^2}(f_1 - f_2) N_{f_1} + c_0 \frac{f_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{WL}$$

# Linearna kombinacija Ionosphere-Free

Finalno, možemo pisati:

$$L_{IF} = \rho' + \frac{c_0}{(f_1 - f_2)(f_1 + f_2)}(f_1 - f_2)N_{f_1} + c_0 \frac{f_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{WL}$$

$$= \rho' + \frac{c_0}{f_1 + f_2} N_{f_1} + c_0 \frac{f_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{WL}$$

$$= \rho' + \lambda_{IF} N_{f_1} + c_0 \frac{f_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{WL}$$

Formalna vrednost talasne dužine $\lambda_{IF}$ iznosi ≈ 10.7 cm.

# Linearna kombinacija Ionosphere-Free

Dakle, na osnovu izraza:

$$L_{IF} = \rho' + \lambda_{IF} N_{f_1} + c_0 \frac{f_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{f_5}$$

se može zaključiti da linearna kombinacija $L_{IF}$ ne sadrži uticaj jonosfere (prvog reda), pa se najčešće koristi prilikom obrade GNSS podataka. Međutim, korišćenjem ove linearne kombinacije dovodi do pojave trostruko većeg šuma u odnosu na fazne pseudodužine $L_1$ i $L_2$. Bitno je naglasiti i prisustvo člana koji se odnosi na uticaj troposfere koji je sadržan u okviru $\rho'$.

| LK | Naziv | Talasna dužina $\lambda$ [cm] | Šum u odnosu na $L_1$ | Uticaj jonosfere u odnosu na $L_1$ |
|---|---|---|---|---|
| $L_1$ | Noseća frekvencija | 19 | 1.0 | 1.0 |
| $L_2$ | Noseća frekvencija | 24 | 1.0 | 1.6 |
| $L_3$ | Ionospeher-Free | 0 | 3.0 | 0.0 |
| $L_4$ | Geometry-Free | $\infty$ | 1.4 | 0.6 |
| $L_5$ | Wide-Lane | 86 | 5.7 | 1.3 |
| $L_6$ | Melburne-Wübbena | 86 | 0.7 | 0.0 |

# Linearna kombinacija Geometry-Free

Linearna kombinacija Geometry-Free dobija se izborom parametara $a$ i $b$ na sledeći način:

$$a = 1$$

$$b = -1$$

Zamenom prethodnih izraza u osnovnu jednačinu dobijamo jednačinu linearne kombinacije $L_{GF}$:

$$L_{GF} = (L_1 - L_2)$$

$$L_{GF} = \left(\left(\rho' - I_{f_1} + \lambda_{f_1} N_{f_1}\right) - \left(\rho' - I_{f_2} + \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)\right)$$

$$= \left(-I_{f_1} + I_{f_2} + \lambda_{f_1} N_{f_1} - \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)$$

# Linearna kombinacija Geometry-Free

Možemo iskoristiti definisanu relaciju:

$$I_{f_2} = \gamma I_{f_1}$$

pa možemo pisati:

$$\begin{aligned} L_{GF} &= -I_{f_1} + \gamma I_{f_1} + \lambda_{f_1} N_{f_1} - \lambda_{f_2} N_{f_2} \\ &= -(1-\gamma) I_{f_1} + \lambda_{f_1} N_{f_1} - \lambda_{f_2} N_{f_2} \end{aligned}$$

pri čemu važi:

$$\gamma = f_1^2 / f_2^2$$

# Linearna kombinacija Geometry-Free

Definisana linearna kombinacija ne sadrži uticaj greške časovnika satelita i prijemnika, kao ni uticaj greške satelitskih efemerida i troposfere. Međutim, frekvencijska kombinacija $L_{GF}$ sadrži uticaj jonosfere (značajno redukovan), i fazne neodređenosti. S tim u vezi, glavna odlika ove kombinacije ogleda se u ispitivanju jonosfere i identifikovanju faznih skokova.

| LK | Naziv | Talasna dužina $\lambda$ [cm] | Šum u odnosu na $L_1$ | Uticaj jonosfere u odnosu na $L_1$ |
|---|---|---|---|---|
| $L_1$ | Noseća frekvencija | 19 | 1.0 | 1.0 |
| $L_2$ | Noseća frekvencija | 24 | 1.0 | 1.6 |
| $L_3$ | Ionospeher-Free | 0 | 3.0 | 0.0 |
| $L_4$ | Geometry-Free | $\infty$ | 1.4 | 0.6 |
| $L_5$ | Wide-Lane | 86 | 5.7 | 1.3 |
| $L_6$ | Melburne-Wübbena | 86 | 0.7 | 0.0 |

# Linearna kombinacija Wide-Lane

Linearna kombinacija Wide-Lane dobija se izborom parametara $a$ i $b$ na sledeći način:

$$a = f_1/(f_1 - f_2)$$

$$b = -f_2/(f_1 - f_2)$$

Zamenom prethodnih izraza u osnovnu jednačinu dobijamo jednačinu linearne kombinacije $L_{WL}$:

$$L_{WL} = \frac{1}{f_1 - f_2}(f_1 L_1 - f_2 L_2)$$

$$L_{WL} = \frac{1}{f_1 - f_2}\left(f_1\left(\rho' - I_{f_1} + \lambda_{f_1} N_{f_1}\right) - f_2\left(\rho' - I_{f_2} + \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{f_1 - f_2}\left((f_1 - f_2)\rho' - f_1 I_{f_1} + f_2 I_{f_2} + f_1 \lambda_{f_1} N_{f_1} - f_2 \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)$$

# Linearna kombinacija Wide-Lane

Slično prethodnom, možemo iskoristiti definisanu relaciju:

$$I_{f_2} = \gamma I_{f_1} = \frac{f_1^2}{f_2^2} I_{f_1}$$

Zamenom prethodnih izraza dobijamo:

$$L_{WL} = \frac{1}{f_1 - f_2}\left((f_1 - f_2)\rho' - f_1 I_{f_1} + f_2 \frac{f_1^2}{f_2^2} I_{f_1} + c_0 N_{f_1} - c_0 N_{f_2}\right)$$

$$= \frac{1}{f_1 - f_2}\left((f_1 - f_2)\rho' - f_1 I_{f_1} + \frac{f_1^2}{f_2} I_{f_1} + c_0 (N_{f_1} - N_{f_2})\right)$$

# Linearna kombinacija Wide-Lane

Na osnovu definisane relacije:

$$N_{WL} = N_{f_1} - N_{f_2}$$

dobijamo:

$$L_{WL} = \frac{1}{f_1 - f_2}\left((f_1 - f_2)\rho' - f_1 I_{f_1}\left(1 - \frac{f_1}{f_2}\right) + c_0 N_{WL}\right)$$

$$= \frac{1}{f_1 - f_2}\left((f_1 - f_2)\rho' - f_1 I_{f_1}\left(\frac{f_2 - f_1}{f_2}\right) + c_0 N_{WL}\right)$$

$$= \frac{1}{f_1 - f_2}\left((f_1 - f_2)\rho' + f_1 I_{f_1}\left(\frac{f_1 - f_2}{f_2}\right) + c_0 N_{WL}\right)$$

# Linearna kombinacija Wide-Lane

Finalnim sređivanjem dobijamo:

$$L_{WL} = \rho' + \frac{1}{f_1 - f_2} f_1 I_{f_1} \left( \frac{f_1 - f_2}{f_2} \right) + \frac{1}{f_1 - f_2} c_0 N_{WL}$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \frac{c_0}{f_1 - f_2} N_{WL}$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL}$$

pri čemu važi:

$$\lambda_{WL} = \frac{c_0}{f_1 - f_2}$$

# Linearna kombinacija Wide-Lane

Linearna kombinacija $L_{WL}$:

$$L_{WL} = \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL}$$

se na nivou dvostrukih razlika faznih pseudodužina koristi prilikom određivanja faznih neodređenosti.

| LK | Naziv | Talasna dužina $\lambda$ [cm] | Šum u odnosu na $L_1$ | Uticaj jonosfere u odnosu na $L_1$ |
|---|---|---|---|---|
| $L_1$ | Noseća frekvencija | 19 | 1.0 | 1.0 |
| $L_2$ | Noseća frekvencija | 24 | 1.0 | 1.6 |
| $L_3$ | Ionospeher-Free | 0 | 3.0 | 0.0 |
| $L_4$ | Geometry-Free | $\infty$ | 1.4 | 0.6 |
| $L_5$ | Wide-Lane | 86 | 5.7 | 1.3 |
| $L_6$ | Melburne-Wübbena | 86 | 0.7 | 0.0 |

# Linearna kombinacija Melburne-Wubbena

Linearna kombinacija Melburne-Wübbena, u oznaci $L_{MW}$ (ili $L_6$), je jedinstvena linearna kombinacija koja je dobila naziv po svojim autorima. Jedinstvenost ove linearne kombinacije se ogleda u činjenici da ona nastaje istovremenim kombinovanjem kodnih i faznih merenja, odnosno:

$$L_{MW} = \frac{1}{f_1 - f_2}(f_1 L_1 - f_2 L_2) - \frac{1}{f_1 + f_2}(f_1 P_1 + f_2 P_2)$$

Imajući u vidu da je prvi deo jednačine praktično prikazan u okviru $L_{WL}$:

$$L_{WL} = \frac{1}{f_1 - f_2}(f_1 L_1 - f_2 L_2)$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL}$$

neophodno je definisati samo drugi deo jednačine.

# Linearna kombinacija Melburne-Wubbena

U drugom delu jednačine figurišu kodne pseudodužine definisane na sledeći način:

$$P_1 = \rho' + I_{f_1}$$
$$P_2 = \rho' + I_{f_2}$$

pa za $L_{MW}$ možemo pisati:

$$L_{MW} = \frac{1}{f_1 - f_2}(f_1 L_1 - f_2 L_2) - \frac{1}{f_1 + f_2}(f_1 P_1 + f_2 P_2)$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL} - \frac{1}{f_1 + f_2}\left(f_1\left(\rho' + I_{f_1}\right) + f_2\left(\rho' + I_{f_2}\right)\right)$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL} - \frac{1}{f_1 + f_2}\left(f_1 \rho' + f_1 I_{f_1} + f_2 \rho' + f_2 I_{f_1}\right)$$

# Linearna kombinacija Melburne-Wubbena

Dodatnim sređivanjem dobijamo:

$$L_{MW} = \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL} - \frac{1}{f_1 + f_2}\left((f_1 + f_2)\rho' + f_1 I_{f_1} + f_2 I_{f_1}\right)$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL} - \rho' - \frac{1}{f_1 + f_2}\left(f_1 I_{f_1} + f_2 \frac{f_1^2}{f_2^2} I_{f_1}\right)$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL} - \rho' - \frac{1}{f_1 + f_2} f_1 I_{f_1}\left(1 + \frac{f_1}{f_2}\right)$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL} - \rho' - \frac{1}{f_1 + f_2} f_1 I_{f_1} \frac{f_1 + f_2}{f_2}$$

$$= \rho' + \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{WL} N_{WL} - \rho' - \frac{f_1}{f_2} I_{f_1}$$

# Linearna kombinacija Melburne-Wubbena

Linearna kombinacija $L_{MW}$ ima finalni oblik:

$$L_{MW} = \lambda_{WL} N_{WL}$$

Imajući u vidu prethodni izraz, može se primetiti da se linearnom kombinacijom $L_{MW}$ eliminišu gotovo svi uticaji osim faznih neodređenosti, što i predstavlja primarnu svrhu upotrebe. Takođe se može koristiti i prilikom otkrivanja faznih skokova na nivou nultih razlika.

| LK | Naziv | Talasna dužina $\lambda$ [cm] | Šum u odnosu na $L_1$ | Uticaj jonosfere u odnosu na $L_1$ |
|---|---|---|---|---|
| $L_1$ | Noseća frekvencija | 19 | 1.0 | 1.0 |
| $L_2$ | Noseća frekvencija | 24 | 1.0 | 1.6 |
| $L_3$ | Ionospeher-Free | 0 | 3.0 | 0.0 |
| $L_4$ | Geometry-Free | $\infty$ | 1.4 | 0.6 |
| $L_5$ | Wide-Lane | 86 | 5.7 | 1.3 |
| $L_6$ | Melburne-Wübbena | 86 | 0.7 | 0.0 |

# Ostale linearne kombinacije

Pored pomenutih, u literaturi se mogu naći i sledeće linearne kombinacije:

- Linearna kombinacija Narrow-Free - $L_{NL}$,
- Linearna kombinacija jednofrekventnih opažanja - $L_3{}'$.

Linearna kombinacija Narrow-Lane dobija se izborom parametara $a$ i $b$ na sledeći način:

$$a = f_1/(f_1 + f_2)$$

$$b = f_2/(f_1 + f_2)$$

# Ostale linearne kombinacije

Jednostavnom zamenom prethodnih izraza u osnovi izraz za linearne kombinacije možemo definisati linearnu kombinaciju $L_{NL}$:

$$L_{NL} = \frac{1}{f_1 + f_2}(f_1 L_1 + f_2 L_2)$$

$$L_{NL} = \frac{1}{f_1 + f_2}\left(f_1\left(\rho' - I_{f_1} + \lambda_{f_1} N_{f_1}\right) + f_2\left(\rho' - I_{f_2} + \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{f_1 + f_2}\left((f_1 + f_2)\rho' - f_1 I_{f_1} - f_2 I_{f_2} + f_1 \lambda_{f_1} N_{f_1} + f_2 \lambda_{f_2} N_{f_2}\right)$$

$$= \frac{1}{f_1 + f_2}\left((f_1 + f_2)\rho' - f_1 I_{f_1} - \frac{f_2 f_1^2}{f_2^2} I_{f_1} + c_0 N_{f_1} + c_0 N_{f_2}\right)$$

# Ostale linearne kombinacije

Jednostavnom zamenom prethodnih izraza u osnovi izraz za linearne kombinacije možemo definisati linearnu kombinaciju $L_{NL}$:

$$L_{NL} = \frac{1}{f_1 + f_2}\left((f_1 + f_2)\rho' - f_1 I_{f_1} - \frac{f_1^2}{f_2} I_{f_1} + c_0(N_{f_1} + N_{f_2})\right)$$

$$= \frac{1}{f_1 + f_2}\left((f_1 + f_2)\rho' - f_1 I_{f_1}\left(1 + \frac{f_1}{f_2}\right) + c_0 N_{NL}\right)$$

$$= \rho' - \frac{1}{f_1 + f_2} f_1 I_{f_1}\left(\frac{f_2 + f_1}{f_2}\right) + \frac{c_0}{f_1 + f_2} N_{NL}$$

$$= \rho' - \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \frac{c_0}{f_1 + f_2} N_{NL}$$

# Ostale linearne kombinacije

Jednostavnom zamenom prethodnih izraza u osnovi izraz za linearne kombinacije možemo definisati linearnu kombinaciju $L_{NL}$:

$$L_{NL} = \rho' - \frac{f_1}{f_2} I_{f_1} + \lambda_{NL} N_{NL}$$

Kod linearne kombinacije $L_{NL}$ dodatno je otežano rešavanje faznih neodređenosti usled male vrednosti talasne dužine u odnosu na noseće talase na $f_1$ i $f_2$ frekvencijama. Sa druge strane, u slučaju rešenih faznih neodređenosti, linearna kombinacija $L_{NL}$ ima veću tačnost od izvornih pseudodužina, što omogućava visokoprecizno pozicioniranje.

# Ostale linearne kombinacije

Linearna kombinacija u oznaci $L_3{}'$ predstavlja specifičnu kombinaciju jednofrekventnih opažanja kodnih i faznih pseudodužina:

$$L_3' = \frac{\mathrm{L}_1 + \mathrm{P}_1}{2} = \frac{1}{2}\left(\left(\rho' - I_{f_1} + \lambda_{f_1} N_{f_1}\right) + \left(\rho' + I_{f_1}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(2\rho' + \lambda_{f_1} N_{f_1}\right)$$

$$= \rho' + \frac{\lambda_{f_1} N_{f_1}}{2}$$

$$= \rho' + \lambda_{L_3'} N_{f_1}$$

Definisana linearna kombinacija takođe eliminiše član koji se odnosi na uticaj jonosfere, ali nije naišla na široku upotrebu u praksi.

# PREDAVANJE 6

Modeli popravaka i stohastički model

# Modeli popravaka i stohastički model

1. Popravka za satelitski časovnik
2. Popravka za uticaj jonosfere
3. Popravka za uticaj troposfere
4. Stohastički model

# Modeli popravaka

U cilju određivanja visoke tačnosti nepoznatih koordinata tačaka, neophodno je korišćenjem određenih strategija eliminisati greške prikazane u funkcionalnim modelima ili težiti tome da se njihov uticaj svedu na najmanju moguću meru.

Određene izvore grešaka je moguće u manjoj ili većoj meri kompenzovati računanjem odgovarajućih popravaka.

1. Popravka za satelitski časovnik
2. Popravka za uticaj jonosfere
3. Popravka za uticaj troposfere

# Popravka za satelitski časovnik

Časovnici smešteni u GPS satelitima → atomski oscilatori

- atomski oscilatori → cezijumski ili rubidijumski
- sateliti su opremljeni glavnim (master) i rezervnim časovnicima
- visoka preciznost, dugoročna stabilnost
- nisu apsolutno tačni

Tokom postupka određivanja satelitskih orbita, kontrolni GPS segment ocenjuje za svaki satelit i koeficijente kvadratnog polinoma pomoću kojih se može izračunati odstupanje pokazivanja njegovog časovnika od sistemskog GPS vremena za proizvoljni trenutak vremena.

Ovi koeficijenti se zajedno sa referentnim trenutkom vremena smeštaju u navigacionu satelitsku poruku tako da su na raspolaganju u realnom vremenu.

# Popravka za satelitski časovnik

Dakle, u cilju određivanja popravke za satelitski časovnih, kontrolni segment ocenjuje set koeficijenata kvadratnog polinoma koji se zajedno za referentnih trenutkom vremena šalju putem navigacione poruke.

Popravka za satelitski časovnik u proizvoljnom trenutku vremena $t$:

$$\Delta t^S = a_{f0} + a_{f1}(t - t_{0c}) + a_{f2}(t - t_{0c})^2 + \Delta t_r$$

gde su:

- $a_{f0}$, $a_{f1}$ i $a_{f2}$ - koeficijenti kvadratnog polinoma
- $t_{0c}$ - referentno vreme časovnika
- $\Delta t_r$ - periodična relativistička korekcija

# Popravka za satelitski časovnik

Imajući u vidu činjenicu da su polinomski koeficijenti rezultat ocenjivanja na osnovu merenja, ukupna popravka časovnika satelita ne može biti apsolutno tačna.

Tačnost ove popravke procenjuje se na 2 – 3 ns što je u linearnim jedinicama manje od 1 m.

```
     2.10           NAVIGATION DATA     G (GPS)             RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001   O                   21FEB08 23:18:47    PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
     .9313D-08  -.1490D-07  -.5960D-07   .1192D-06          ION ALPHA
     .9626D+05  -.1475D+06  -.1311D+06   .9175D+06          ION BETA
    -.111758708954D-07 -.328626015289D-13    61440     1457 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
    14                                                      LEAP SECONDS
                                                            END OF HEADER
16 07 12  7 14  0  0.0  .128002371639D-03  .147792889038D-11  .000000000000D+00
     .420000000000D+02  .133125000000D+02  .478127058768D-08 -.299159443299D+01
     .759959220886D-06  .412385247182D-02  .641494989395D-05  .515377171326D+04
     .482400000000D+06 -.298023223877D-07  .890697962220D+00  .577419996262D-07
     .964386667307D+00  .258281250000D+03 -.563363504203D+00 -.788782855972D-08
     .360372153804D-09  .100000000000D+01  .145600000000D+04  .000000000000D+00
     .240000000000D+01  .000000000000D+00 -.977888703346D-08  .420000000000D+02
     .478518000000D+06  .400000000000D+01
```

TABLE A4

GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - DATA RECORD DESCRIPTION

| OBS. RECORD | DESCRIPTION | FORMAT |
|---|---|---|
| PRN / EPOCH / SV CLK | - Satellite PRN number | I2, |
| | - Epoch: Toc - Time of Clock | |
| | year (2 digits, padded with 0 if necessary) | 1X,I2.2, |
| | month | 1X,I2, |
| | day | 1X,I2, |
| | hour | 1X,I2, |
| | minute | 1X,I2, |
| | second | F5.1, |
| | - SV clock bias (seconds) | 3D19.12 |
| | - SV clock drift (sec/sec) | |
| | - SV clock drift rate (sec/sec2) | *) |

# Popravka za satelitski časovnik – relativistički deo

Kod razmatranja vremena koje pokazuju časovnici GPS satelita moraju se uzeti u obzir efekti teorije relativiteta, i to iz sledeća dva razloga:

- GPS sateliti se kreću relativno velikim brzinama od oko 4 km/s, zbog čega njihovi časovnici pokazuju vreme koje sporije teče u odnosu na časovnik na Zemljinoj površi
- GPS sateliti se s druge strane kreću u polju višeg gravitacionog potencijala, zbog čega njihovi časovnici pokazuju vreme koje brže teče u odnosu na časovnik na Zemljinoj površi

Oba navedena efekta imaju konstantne vrednosti za kružnu satelitsku orbitu. Ovaj konstantni deo uzima se u obzir na taj način što se frekvencija satelitskog oscilatora postavlja na nešto nižu vrednost pre lansiranja satelita.

# Popravka za satelitski časovnik – relativistički deo

Pošto su orbite GPS satelita eliptične, oni će periodično menjati svoje rastojanje do Zemlje, tako da se periodični relativistički efekat mora obračunati. Periodična relativistička korekcija je funkcija orbitalnog položaja GPS satelita, i određuje se na osnovu izraza:

$$\Delta t_r = Fe\sqrt{a}\sin E$$

gde je:

- $F = 4.442807633 \cdot 10^{-10}$ - konstanta
- $e$ - prvi numerički ekscentricitet orbite
- $a$ - velika poluosa orbite
- $E$ - ekscentrična anomalija

Rezultat za relativističku popravku časovnika satelita dobija se u sekundama i može se smatrati tačnim.

# Popravka za satelitski časovnik – relativistički deo

Alternativno, može se definisati pogodniji izraz u slučaju da se koriste precizne efemeride:

$$\Delta t_r = -2\frac{\left(\mathbf{x}^i \cdot \mathbf{v}^i\right)}{c_0^2}$$

gde je:

- $\mathbf{x}^i$ - vektor položaja satelita $i$
- $\mathbf{v}^i$- vektor brzine satelita $i$

# Kretanje signala kroz atmosferu

Signali emitovani sa satelita kreću se najvećim delom kroz sredinu koja se može smatrati praznim prostorom.

Prostiranje elektromagnetnih talasa se u tom slučaju odvija pravolinijski i brzinom svetlosti, pri čemu između fazne i grupne brzine **ne postoji** nikakva razlika.

Međutim, satelitski signali jednim delom prolaze i kroz Zemljin atmosferski omotač, odnosno **Zemljinu atmosferu**.

U Zemljinoj atmosferi elektromagnetni talasi menjaju svoja **svojstva** - brzinu prostiranja i oblik putanje.

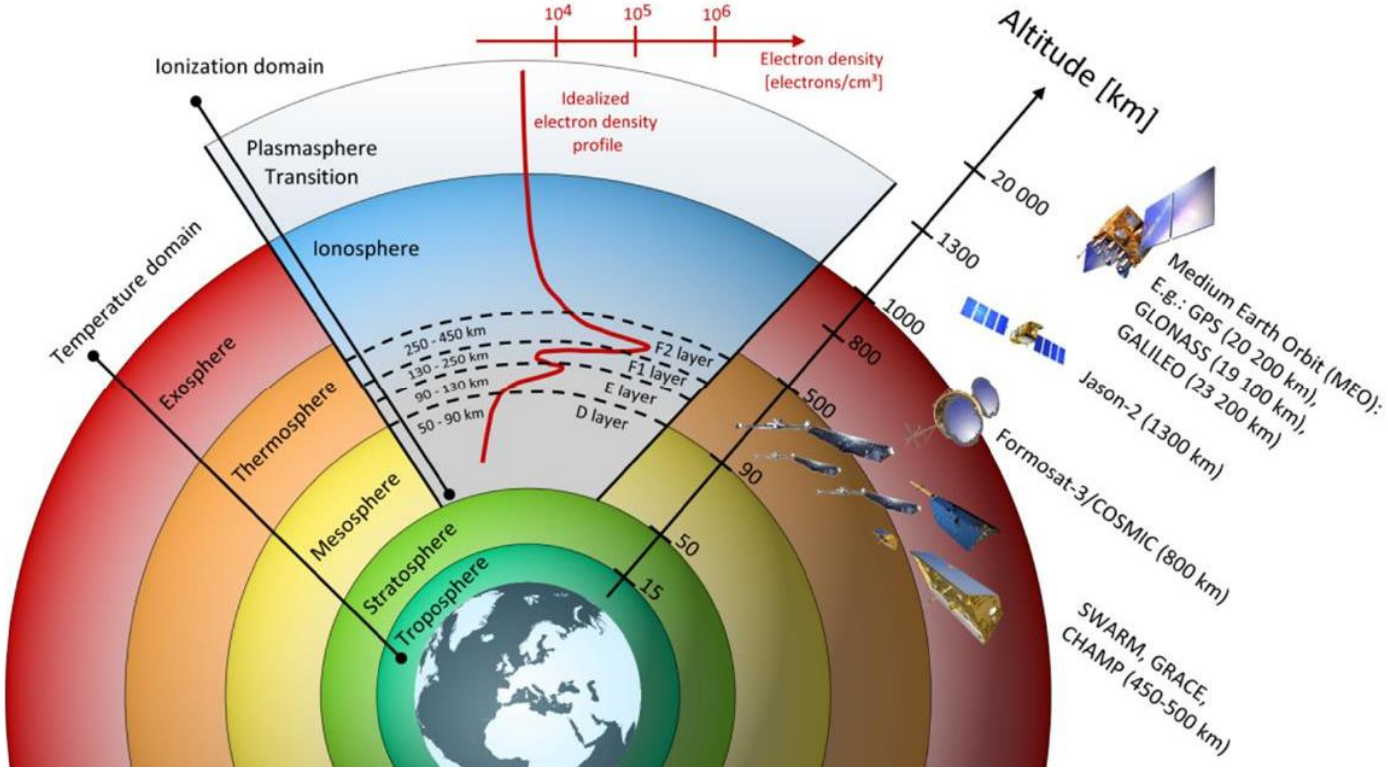
Ukupan efekat naziva se **atmosferskom refrakcijom**.

# Kretanje signala kroz atmosferu

**Zemljina atmosfera** - sloj gasova koji okružuje planetu Zemlju.

Njena struktura poseduje visok stepen kompleksnosti, ali se kod određenih primena može opisati kao set koncentričnih sferičnih omotača specifičnih svojstava.

Uzimajući u obzir aspekt prostiranja satelitskih signala, atmosfera se može podeliti na dva sloja: **jonosferu** i **troposferu**.



# SATELITSKA GEODEZIJA

## Kretanje signala kroz atmosferu

**Važni pojmovi**:

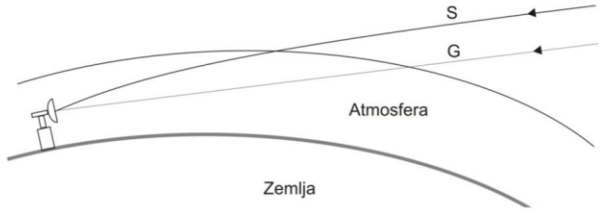
- Indeks prelamanja sredine:

$$n_i = \frac{c_0}{v_i}$$

- Refrakcioni broj:

$$N_i = (n_i - 1)10^6$$

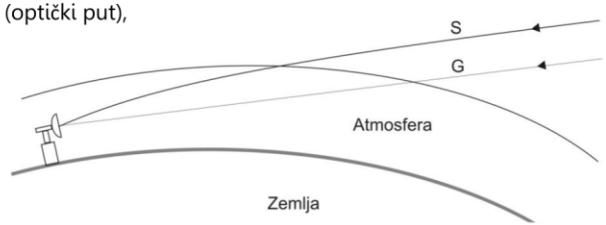
- Fermatov princip:




## Kretanje signala kroz atmosferu

**Fermatov princip**

- prema Fermatovom principu, elektromagnetni talas će se prilikom prostiranja u nehomogenoj sredini prostirati putanjom koja se razlikuje od pravolinijskog rastojanja, tako da vreme prostiranja kroz datu sredinu bude minimalno,
- aktuelna putanja signala S razlikuje od pravolinijskog, geometrijskog rastojanja G,
- indeks prelamanja atmosfere menja se kao funkcija položaja s duž optičkog puta,
- signal se najbrže kreće putanjom S (optički put),



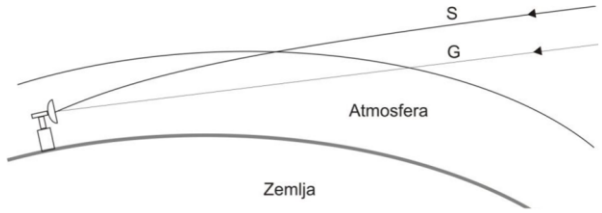

## Kretanje signala kroz atmosferu

**Fermatov princip**

- Atmosferska refrakcija:

$$\Delta S = S - G = \int_S^R (n(s) - 1)ds$$

- Imajući u vidu prethodno, za određivanje atmosferske refrakcije neophodno je poznavanje indeksa prelamanja sredine duž putanje prostiranja signala.




## Fazna i grupna brzina

Brzina prostiranja EM talasa:

- opšti slučaj - $v = \lambda/T = \lambda f$
- u vakuumu - $c_0 = 2.99792458 \cdot 10^8$ ms$^{-1}$

Prikazani izraz definiše faznu brzinu jer se odnosi na fazu talasa koji ima jednu frekvenciju:

$$v_{ph} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

# SATELITSKA GEODEZIJA

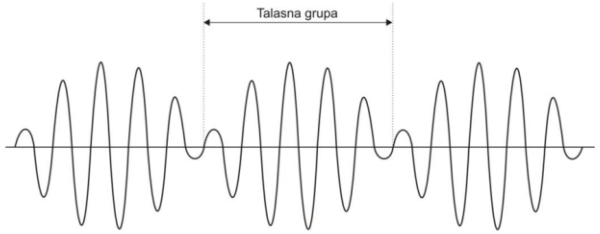
## Fazna i grupna brzina

Dakle, za grupnu brzinu važi:

$$v_{gr} = \frac{\omega_{gr}}{k_{gr}} = \frac{f_1 - f_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\lambda_1\lambda_2 = -\frac{\Delta f}{\Delta\lambda}\lambda_1\lambda_2$$

Ako razlike $\Delta f$ i $\Delta\lambda$ teže nuli, sledi:

$$v_{gr} = -\frac{df}{d\lambda}\lambda^2$$




## Fazna i grupna brzina

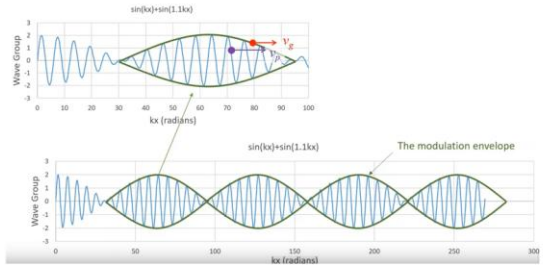
Zamenom u izraz za grupnu brzinu dobijamo:

$$v_{gr} = -\frac{df}{d\lambda}\lambda^2 = -\lambda^2\left(\frac{1}{\lambda}\frac{dv_{ph}}{d\lambda} - \frac{f}{\lambda}\right)$$

$$v_{gr} = -\lambda\frac{dv_{ph}}{d\lambda} + \lambda f = v_{ph} - \lambda\frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$

U funkciji kružne frekvencije i talasnog broja:

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(v_{ph}k) = v_{ph} + k\frac{dv_{ph}}{dk}$$




## Fazna i grupna brzina

Pored izraza za brzinu, od velikog značaja su i izrazi kojima se definiše fazni i grupni indeks prelamanja, imajući u vidu da se upravo te veličine koriste prilikom definisanja kašnjenja signala usled uticaja jonosfere.

U disperzivnim sredinama razlikujemo:

- Fazni indeks prelamanja – $n_{ph}$
- Grupni indeks prelamanja – $n_{gr}$

$$n_i = \frac{c_0}{v_i} \quad \rightarrow \quad n_{ph} = \frac{c_0}{v_{ph}} \quad \rightarrow \quad n_{gr} = \frac{c_0}{v_{gr}}$$

## Fazna i grupna brzina

Može se zaključiti sledeće:

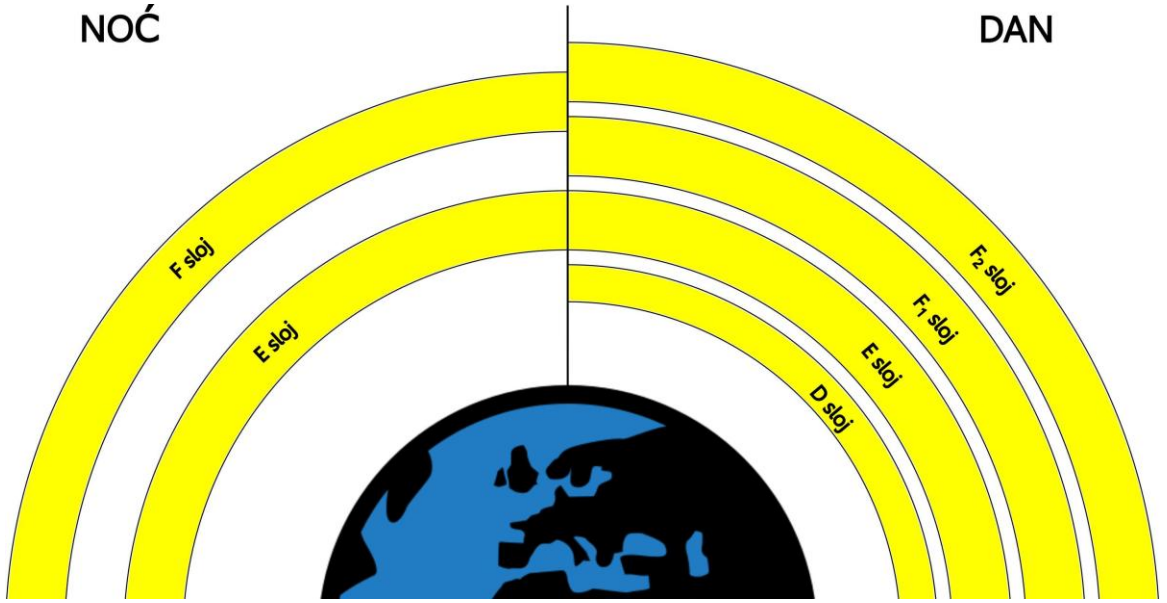
- brzina prostiranja faze definisanog elektromagnetnog talasa uniformne talasne dužine definiše se faznom brzinom;
- brzina prostiranja talasne grupe generisane superpozicijom različitih talasa sa različitim talasnim dužinama definiše se grupnom brzinom;
- u kontekstu GPS tehnologije, prilikom merenja kodnih pseudodužina neophodno je razmatrati grupnu brzinu, dok je prilikom merenja faznih pseudodužina neophodno razmatrati faznu brzinu prostiranja.

# Kretanje signala kroz atmosferu – jonosfera

**Kretanje signala kroz jonosferu**

- Zemljina jonosfera se može definisati kao gornji sloj Zemljine atmosfere u kome dominantno preovladavaju naelektrisane osobine kao posledica prisustva naelektrisanih čestica – slobodni elektroni i joni, koje nastaju prvenstveno kao posledica jonizacije od strane pristiglog Sunčevog zračenja.

- Jonosfera se prostire na visinama od oko 50 km do preko 1000 km:
  - D sloj (50 km – 90 km)
  - E sloj (90 km – 140 km)
  - F sloj (140 km – 1000 km)



**Kretanje signala kroz jonosferu**

- Osobine Zemljine jonosfere:
  - Homogenost: ✘
  - Izotropija: ✘
  - Disperzivnost: ✓

- Jonosfera je nehomogena sredina u kontekstu koncentracije elektrona što za posledicu ima blage promene indeksa prelamanja u prostornom domenu;

- Jonosfera nije izotropna sredina imajući u vidu da jonosferski indeks prelamanja zavisi od pravca prostiranja talasa u odnosu na linije sila geomagnetnog polja;

- Jonosfera je disperzivna sredina za radio talase, što za posledicu ima promenu indeksa prelamanja sredine, odnosno neophodno je razmatrati faznu i grupnu brzinu.

# Kretanje signala kroz atmosferu – jonosfera

**Kretanje signala kroz jonosferu**

- Disperzivnost:
  - indeks prelamanja:

$$n_{gr} = 1 + \frac{40.3}{f^2} N_e \qquad n_{ph} = 1 - \frac{40.3}{f^2} N_e$$

- $N_e$ - koncentracija elektrona (broj elektrona u jedinici zapremine)
- $f$ - frekvencija singla

**Kretanje signala kroz jonosferu**

- Disperzivnost:
  - jonosferska refrakcija:

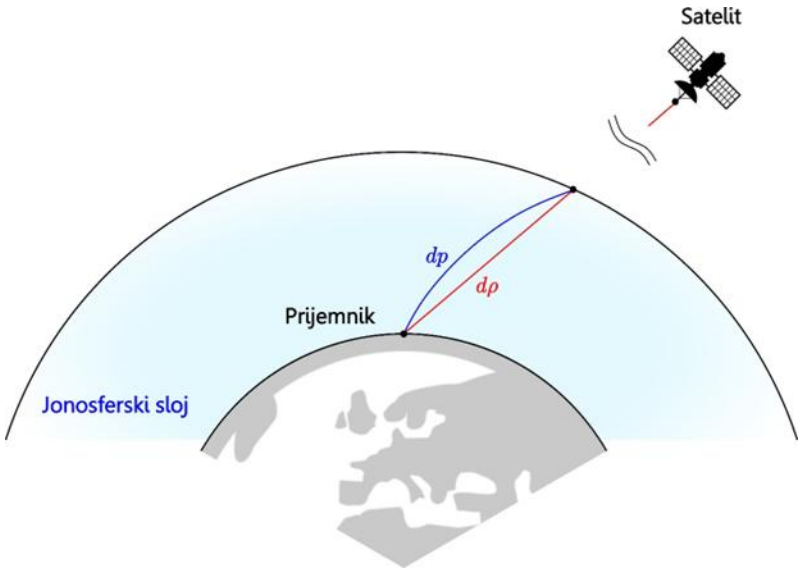
$$\Delta S_{I_{gr}} = \int_S (n(s)_{gr} - 1)ds \qquad \Delta S_{I_{ph}} = \int_S (n(s)_{ph} - 1)ds$$

$$\Delta S_{I_{gr}} = \int_S (1 + \frac{40.3}{f^2} N_e(s) - 1)ds \qquad \Delta S_{I_{ph}} = \int_S (1 - \frac{40.3}{f^2} N_e(s) - 1)ds$$

$$\Delta S_{I_{gr}} = \int_S \frac{40.3}{f^2} N_e(s)ds \qquad \Delta S_{I_{ph}} = -\int_S \frac{40.3}{f^2} N_e(s)ds$$

# Kretanje signala kroz atmosferu – jonosfera

**Kretanje signala kroz jonosferu**




- Disperzivnost:

  - jonosferska refrakcija:

$$\Delta S_{I_{gr}} = \frac{40.3}{f^2} \int_S N_e(s) ds \qquad \Delta S_{I_{ph}} = -\frac{40.3}{f^2} \int_S N_e(s) ds$$

Veličina $\int_S N_e(s) ds$ naziva se totalni (integralni) sadržaj elektrona (Total Electron Content – TEC).

# Kretanje signala kroz atmosferu – jonosfera

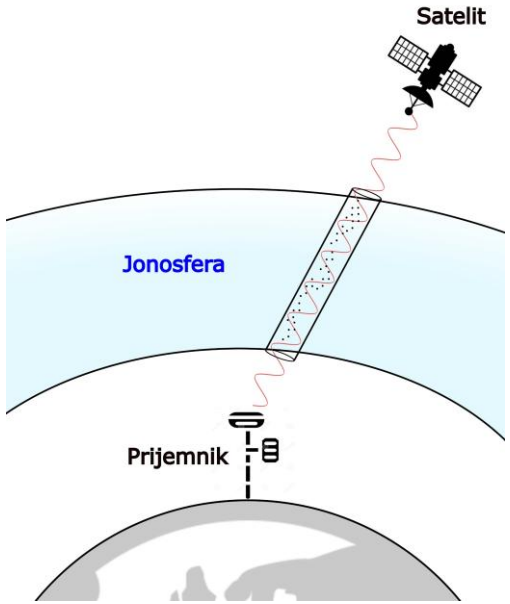
## Kretanje signala kroz jonosferu

Veličina $\int_S N_e(s)ds$ naziva se totalni (integralni) sadržaj elektrona (Total Electron Content – TEC).

**Totalni sadržaj elektrona** se može definisati kao ukupan broj elektrona u zamišljenom cilindru sa osnovom površine 1 m$^2$, čija je osovina putanja signala.

**Jedinica** za TEC zove se TECU (Total Electron Content Unit), i iznosi $10^{16}$ slobodnih elektrona po kvadratnom metru.

$$\Delta S_{I_{gr}} = \frac{40.3}{f^2} TEC \qquad \Delta S_{I_{ph}} = -\frac{40.3}{f^2} TEC$$



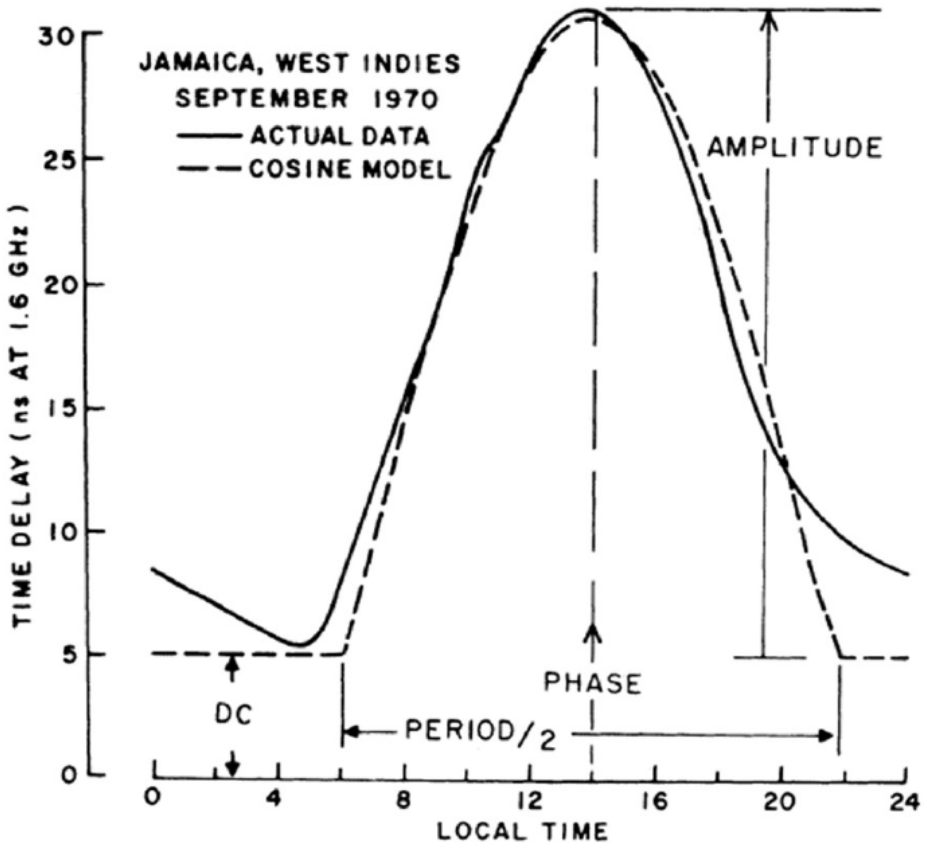

* Uticaj je istog intenziteta ali je različit znak!
** greška merenja – od 10 m do 150 m.

# Popravka za uticaj jonosfere

U okviru faze dizajna NAVSTAR GPS sistema predviđeno je:

- distribucija podataka putem navigacione poruke u cilju korekcije za uticaj jonosfere za jednofrekventne prijemnike;
- emitovanje signala na dve frekvencije u cilju eliminacije uticaja jonosfere (član prvog reda).

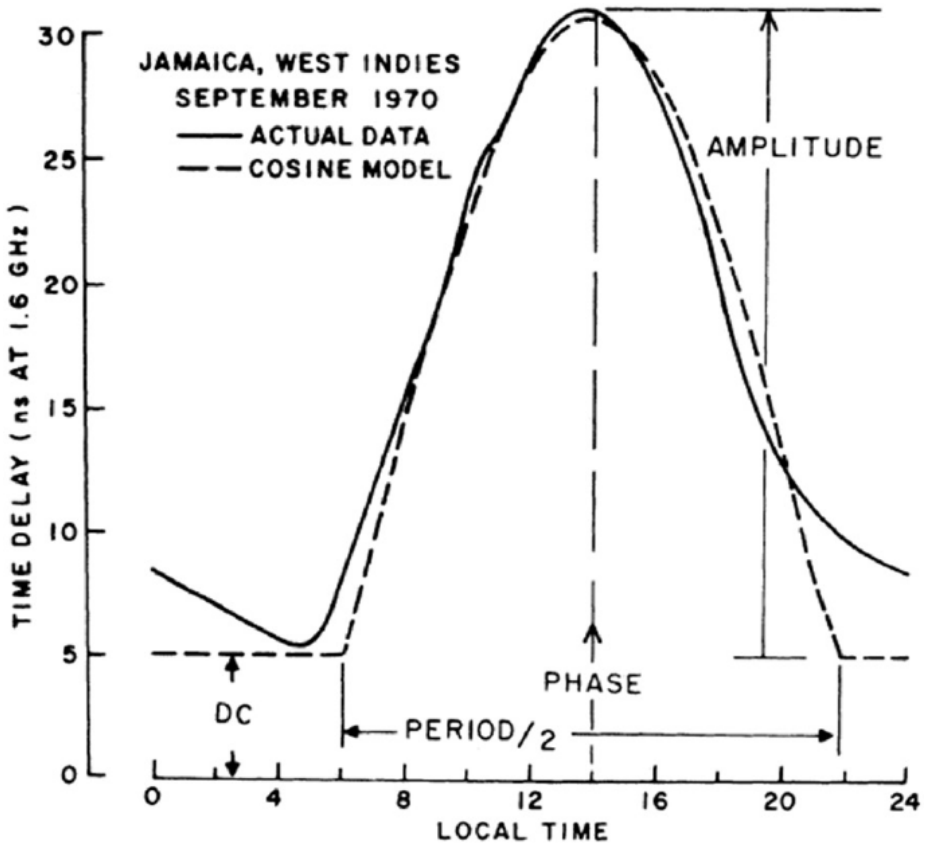
Zvanični model: po kojem se računa jonosfersko kašnjenje signala → model KLOBUCHAR



# Popravka za uticaj jonosfere

Model KLOBUCHAR, čije koeficijente sadrži navigaciona poruka, formulisan je tako da odražava prosečne jonosferske uticaje tokom cele godine i za celu planetu Zemlju.

- korišćenje jednostavne funkcije (cos)
- jednostavnost računanja
- minimalni broj koeficijenata u okviru navigacione poruke
- amplituda u 14 h po lokalnom vremenu
- u toku noći → DC: 5 ns (konstantna vrednost)



# Popravka za uticaj jonosfere

Model KLOBUCHAR, čije koeficijente sadrži navigaciona poruka, formulisan je tako da odražava prosečne jonosferske uticaje tokom cele godine i za celu planetu Zemlju.

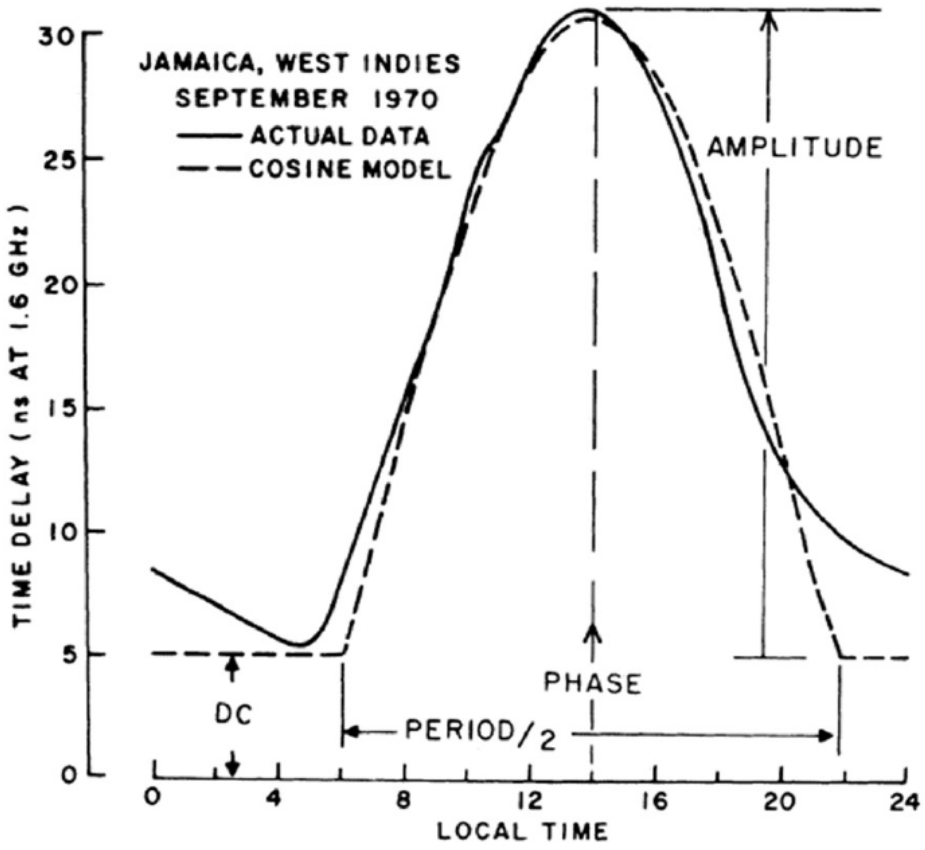
Jonosfersko kašnjenje u pravcu zenita:

$$I_1^z = A_1 + c_0 AMP \cdot \cos\left(\frac{2\pi(t - A_3)}{PER}\right)$$

Jonosfersko kašnjenje u proizvoljnom pravcu:

$$I_1 = \frac{I_1^z}{\cos z'}$$

$A_1 = 1.5\ \mathrm{m}, A_3 = 14\ \mathrm{h}$
$t$- lokalno vreme



# Popravka za uticaj jonosfere

U okviru navigacione poruke šalje se i set od 8 koeficijenata u cilju određivanja amplitude i perioda ($AMP$ i $PER$):

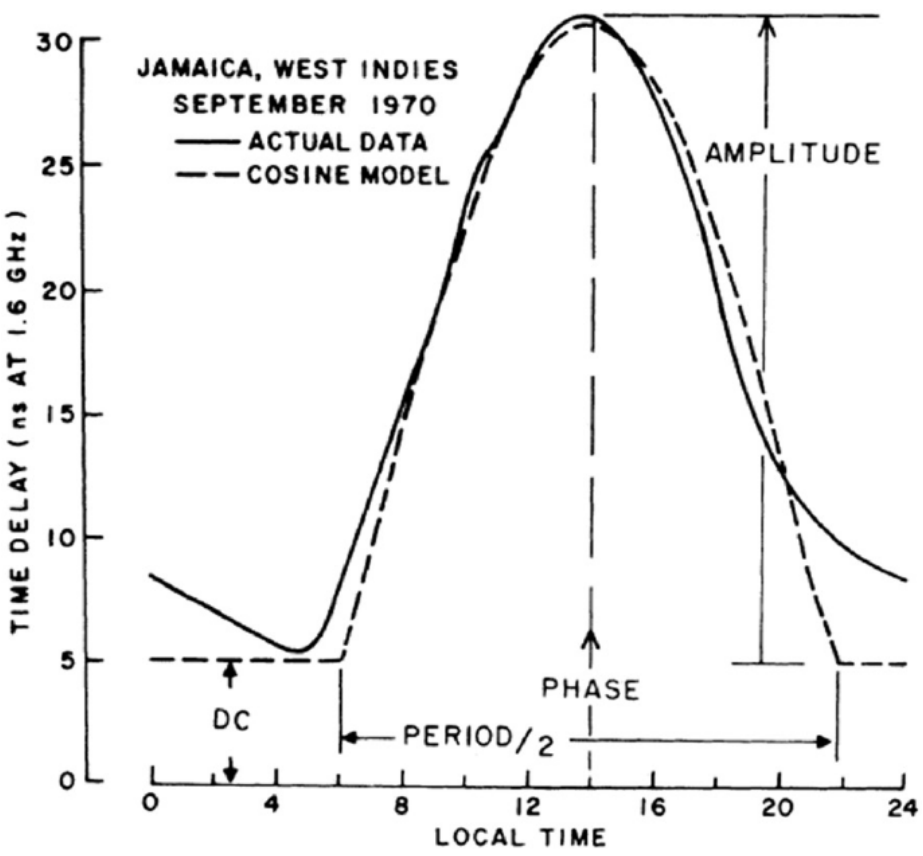
- $\alpha_i$ $(i = 0,1,2,3)$
- $\beta_i$ $(i = 0,1,2,3)$

$$AMP = \sum_{i=0}^{3} \alpha_i \varphi_m^i, \qquad PER = \sum_{i=0}^{3} \beta_i \varphi_m^i,$$

$\varphi_m^i$- geomagnetska širina jonosferske tačke prodora

Visina jonosferskog sloja: 300 – 400 m (najčešće 350 m)

U najboljem slučaju: 50% - 60%



# Popravka za uticaj jonosfere

U okviru navigacione poruke šalje se i set od 8 koeficijenata u cilju određivanja amplitude i perioda ($AMP$ i $PER$):

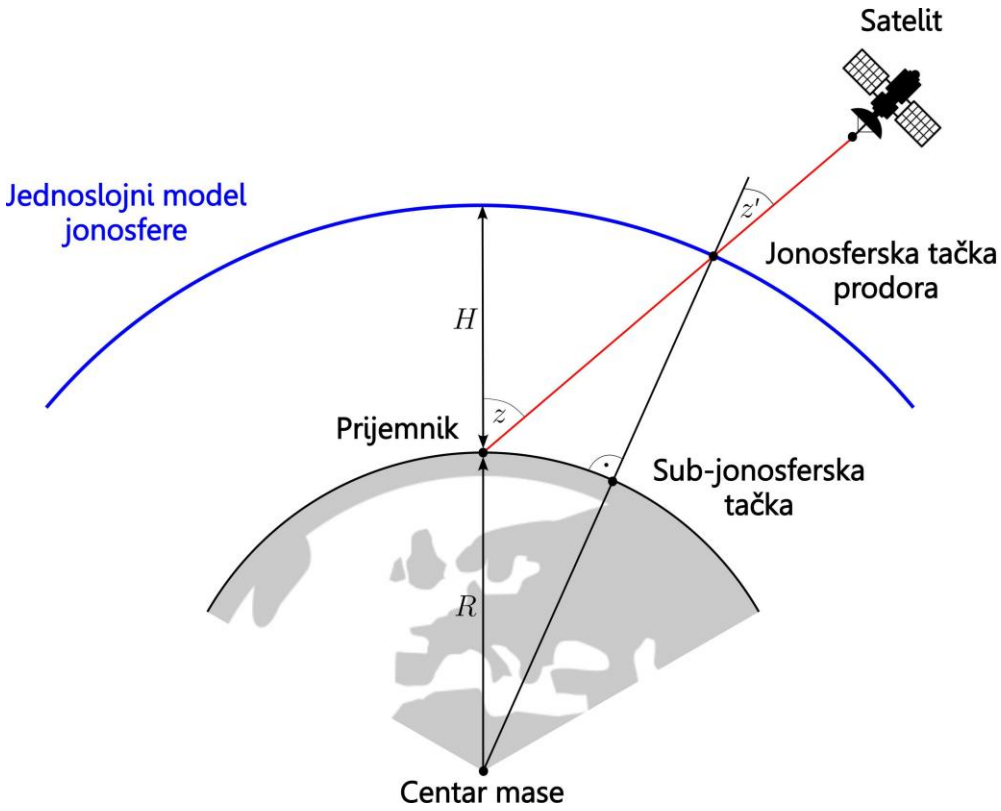
- $\alpha_i$ $(i = 0,1,2,3)$
- $\beta_i$ $(i = 0,1,2,3)$

$$AMP = \sum_{i=0}^{3} \alpha_i \varphi_m^i \,, \qquad PER = \sum_{i=0}^{3} \beta_i \varphi_m^i \,,$$

$\varphi_m^i$- geomagnetska širina jonosferske tačke prodora

Visina jonosferskog sloja: 300 – 400 m (najčešće 350 m)

U najboljem slučaju: 50% - 60%



# Popravka za uticaj jonosfere

Popravka za uticaj jonosfere (deo navigacione poruke):

```
     2.10           NAVIGATION DATA     G (GPS)             RINEX VERSION / TYPE
DAT2RINW 3.10 001   O                   21FEB08 23:18:47    PGM / RUN BY / DATE
                                                            COMMENT
     .9313D-08  -.1490D-07  -.5960D-07   .1192D-06          ION ALPHA
     .9626D+05  -.1475D+06  -.1311D+06   .9175D+06          ION BETA
    -.111758708954D-07 -.328626015289D-13    61440     1457 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
    14                                                      LEAP SECONDS
                                                            END OF HEADER
16 07 12  7 14  0  0.0  .128002371639D-03  .147792889038D-11  .000000000000D+00
     .420000000000D+02  .133125000000D+02  .478127058768D-08 -.299159443299D+01
     .759959220886D-06  .412385247182D-02  .641494989395D-05  .515377171326D+04
     .482400000000D+06 -.298023223877D-07  .890697962220D+00  .577419996262D-07
     .964386667307D+00  .258281250000D+03 -.563363504203D+00 -.788782855972D-08
     .360372153804D-09  .100000000000D+01  .145600000000D+04  .000000000000D+00
     .240000000000D+01  .000000000000D+00 -.977888703346D-08  .420000000000D+02
     .478518000000D+06  .400000000000D+01
```

Algoritam: dokument ICD-GPS-200C.PDF (126-128)

# Popravka za uticaj jonosfere

**Algoritam računanja**:

1. Centralni ugao Zemlje između položaja prijemnika i projekcije tačke jonosferskog preseka [semi-circles]:

$$\psi = \frac{0.0137}{E + 0.11} - 0.022$$

2. Geodetska latituda projekcije tačke jonosferskog preseka na Zemlji [semi-circles]:

$$\phi_i = \phi_u + \psi \cdot \cos A \ , |\phi_i| \leq 0.416$$

$$\phi_i < -0.416 \rightarrow \phi_i = -0.416$$

$$\phi_i > 0.416 \rightarrow \phi_i = 0.416$$

# Popravka za uticaj jonosfere

3. Geodetska longituda projekcije tačke jonosferskog preseka na Zemlji [semi-circles]:

$$\lambda_i = \lambda_u + \psi \cdot \frac{\sin A}{\cos \phi_i}$$

4. Geomagnetska latituda projekcije tačke jonosferskog preseka na Zemlji [semi-circles]:

$$\phi_m = \phi_i + 0.064 \cdot \cos(\lambda_i - 1.617)$$

5. Lokalno vreme izraženo u sekundama:

$$t = 43200 \cdot \lambda_i + t_{GPS}, 0 \leq t < 86400$$

$$t_{GPS} = t_{0e} + 16 \text{ [s]}$$

$$t \geq 86400 \rightarrow t = t - 86400,$$

$$t < 0 \rightarrow t = t + 86400$$

# Popravka za uticaj jonosfere

6. Amplituda jonosferskog kašnjenja (AMP) u sekundama:

$$AMP = \sum_{i=0}^{3} \alpha_i \cdot \phi_m^i$$

$$AMP < 0 \rightarrow AMP = 0$$

7. Period jonosferskog kašnjenja (PER) u sekundama:

$$PER = \sum_{i=0}^{3} \beta_i \cdot \phi_m^i$$

$$PER < 72000 \rightarrow PER = 72000$$

# Popravka za uticaj jonosfere

8. Faza izražena u radijanima:

$$X_i = \frac{2\pi \cdot (t - 50400)}{PER}$$

9. Faktor nagiba, bez dimenzija:

$$F = 1.0 + 16.0 \cdot (0.53 - E)^3$$

10. Korekcioni član Jonosfere koji se odnosi na frekvenciju $L_1$, izražen u sekundama:

$$T_{iono,L_1} = F \cdot [5 \cdot 10^{-9}], |X_i| \geq 1.57$$

$$T_{iono,L_1} = F \cdot \left[5 \cdot 10^{-9} + AMP \cdot \left(1 - \frac{{X_i}^2}{2} + \frac{{X_i}^4}{24}\right)\right], |X_i| < 1.57$$

# Popravka za uticaj jonosfere

11. Korekcioni član Jonosfere koji se odnosi na frekvenciju $L_2$, izražen u sekundama:

$$T_{iono,L_2} = T_{iono,L_1} \cdot \left(\frac{f_{L_1}}{f_{L_2}}\right)^2$$

12. Korekcioni članovi Jonosfere koji se odnose na frekvencije $L_1$ i $L_2$, izraženi u metrima:

$$T_{IONO,L_1} = T_{iono,L_1} \cdot c_0$$

$$T_{IONO,L_2} = T_{iono,L_2} \cdot c_0$$

$$c_0 = 299792458 \text{ m/s}$$

# Popravka za uticaj jonosfere

Napomene:

1. Trigonometrijske fukncije sin i cos uzimaju za argumente uglove u radijanima
2. Korak 4: celokupni izraz $(\lambda_i - 1.617)$ je u [semi-circles]
3. Korak 5: $\lambda_i$ se koristi u [semi-circles]
4. Formule za transformaciju uglova:
   1) Konverzija uglova iz [deg] u [semi-circles]

$$\alpha[\mathrm{semi-circles}] = \frac{\alpha[\mathrm{deg}]}{180[\mathrm{deg}]}$$

   2) Konverzija uglova iz [semi-circles] u [rad]

$$\alpha[\mathrm{rad}] = \alpha[\mathrm{semi-circles}] \cdot \pi$$

# Popravka za uticaj jonosfere

Neophodni podaci:

1. $\alpha_{\mathrm{i}}$ – koeficijenti kubne jednačine koji predstavljaju amplitudu vertikalnog kašnjenja ($i$=0,1,2,3)
2. $\beta_{\mathrm{i}}$ – koeficijenti kubne jednačine koji predstavljaju period modela ($i$=0,1,2,3)
3. $\varphi_u, \lambda_u$ – geodetska latituda i longituda prijemnika (WGS84) [semi-circles]
4. $E = \alpha$ – vertikalni ugao između prijemnika i satelita [semi-circles]
5. $t_{0e}$ – referentni trenutak efemerida [s]
6. $A$ – azimut između prijemnika i satelita, meren u smeru kretanja kazaljke na časovniku [semi-circles]

# Kretanje signala kroz atmosferu - troposfera

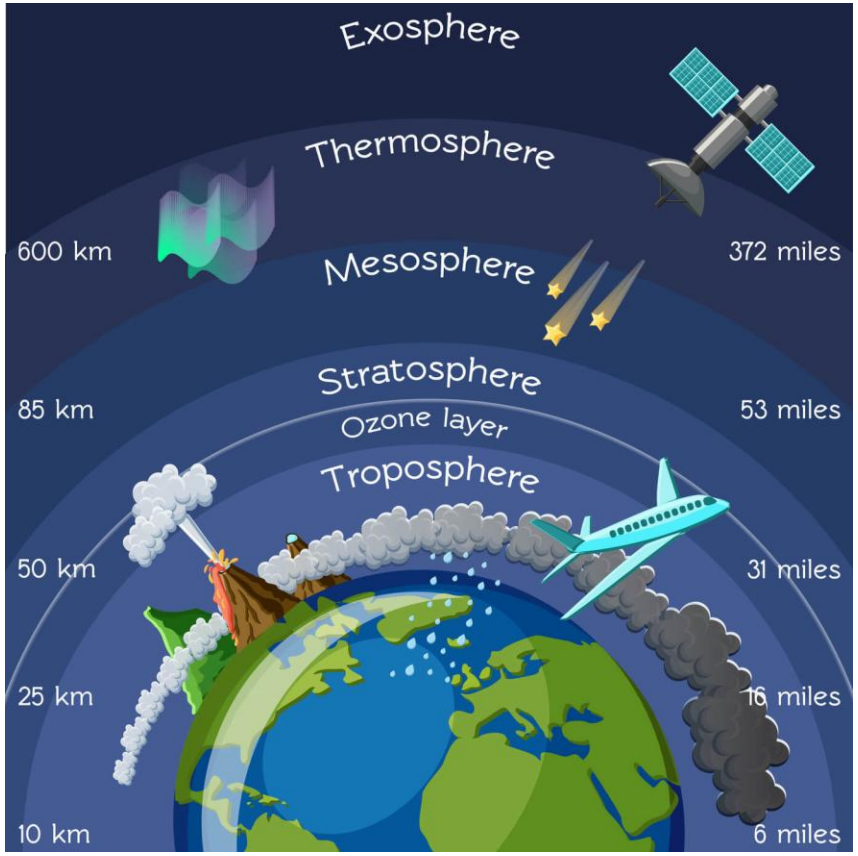
## Kretanje signala kroz troposferu

- Troposfera je oblast atmosfere koja se proteže od fizičke površi Zemlje do visine od oko 20 km, pri čemu prvih 10 km obuhvata 99% svih atmosferskih gasova i celokupni sadržaj vodene pare.

- Troposfera nije disperzivna sredina za radio talase.

- Indeks prelamanja troposfere je funkcija atmosferskih parametara:

  - $P$ – pritisak,
  - $T$ – temperatura,
  - $e$ – parcijalni pritisak vodene pare.



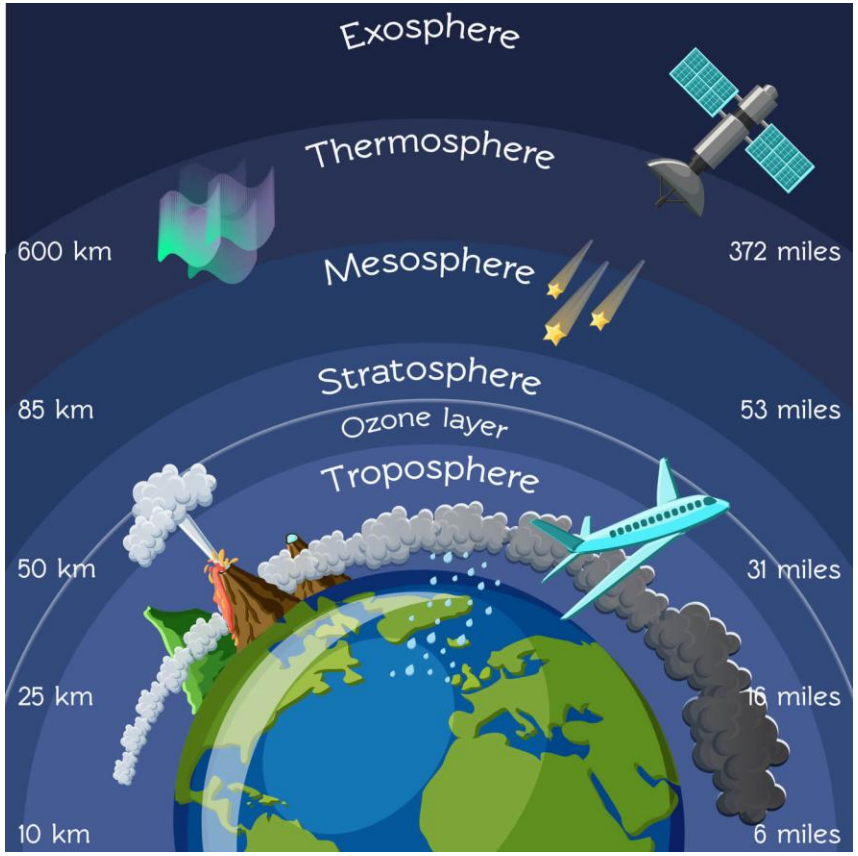
# Kretanje signala kroz atmosferu - troposfera

## Kretanje signala kroz troposferu

- Indeks prelamanja troposfere je funkcija atmosferskih parametara:
  - $P$ – pritisak,
  - $T$ – temperatura,
  - $e$ – parcijalni pritisak vodene pare.

$$n = 1 + c_1 \frac{P}{T} + c_2 \frac{e}{T^2}$$

$$\Delta S_T = \int_S (n-1)ds$$



# Kretanje signala kroz atmosferu - troposfera

## Kretanje signala kroz troposferu

- Često se koristi refrakcioni broj umesto indeksa prelamanja troposfere:

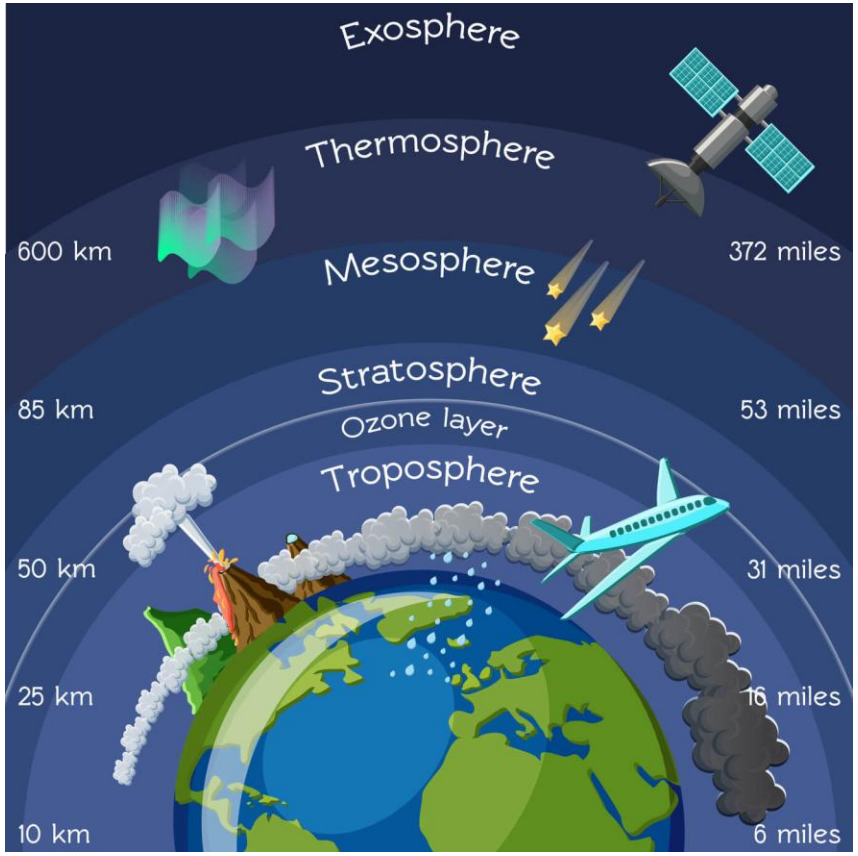
$$N = (n-1)10^6$$

$$N = c_1 \frac{P}{T} + c_2 \frac{e}{T^2}$$

* empirijski određeno: $c_1 = 77.6$ i $c_2 = 3.73 \cdot 10^5$

- Troposferska refrakcija:

$$\Delta S_T = \int_S \frac{N}{10^6} ds = 10^{-6} \int_S N(s) ds$$



# Kretanje signala kroz atmosferu - troposfera

## Kretanje signala kroz troposferu

- Analiza izraza:

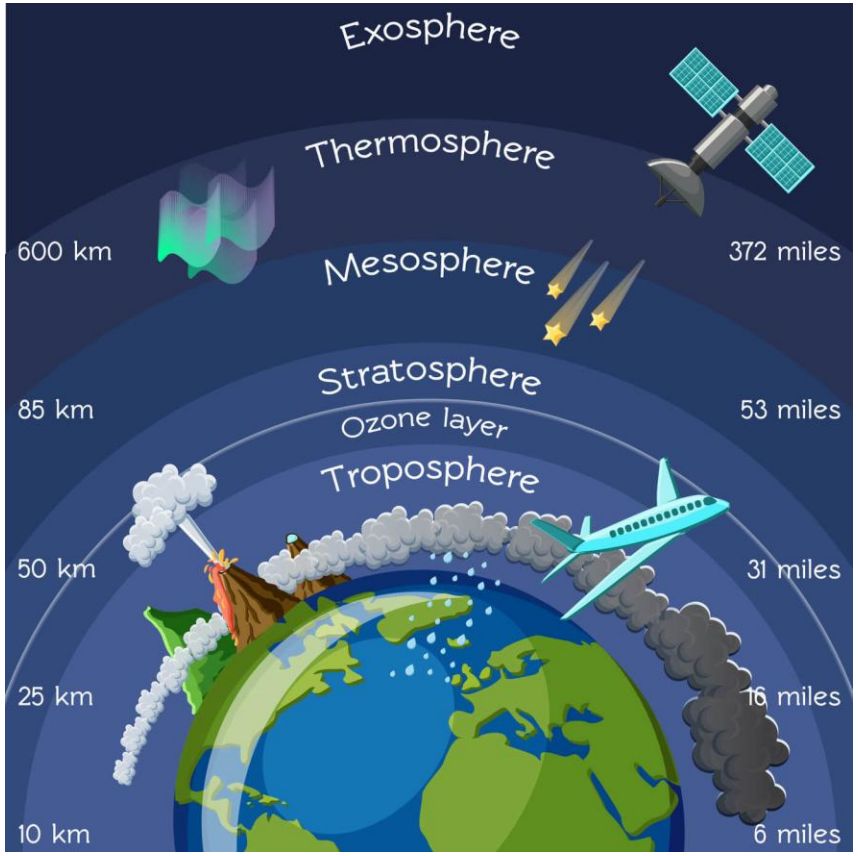
$$N = c_1 \frac{P}{T} + c_2 \frac{e}{T^2}$$

  - prvi član – uticaj suvog vazduha (suva komponenta),
  - drugi član – uticaj vodene pare (vlažna komponenta).

- Troposferska refrakcija:

$$\Delta S_T = \Delta S_{T_{dry}} + \Delta S_{T_{wet}}$$

$$\Delta S_T = 10^{-6} \int_S N_{dry}(s)ds + 10^{-6} \int_S N_{wet}(s)ds$$



# Kretanje signala kroz atmosferu - troposfera

## Kretanje signala kroz troposferu

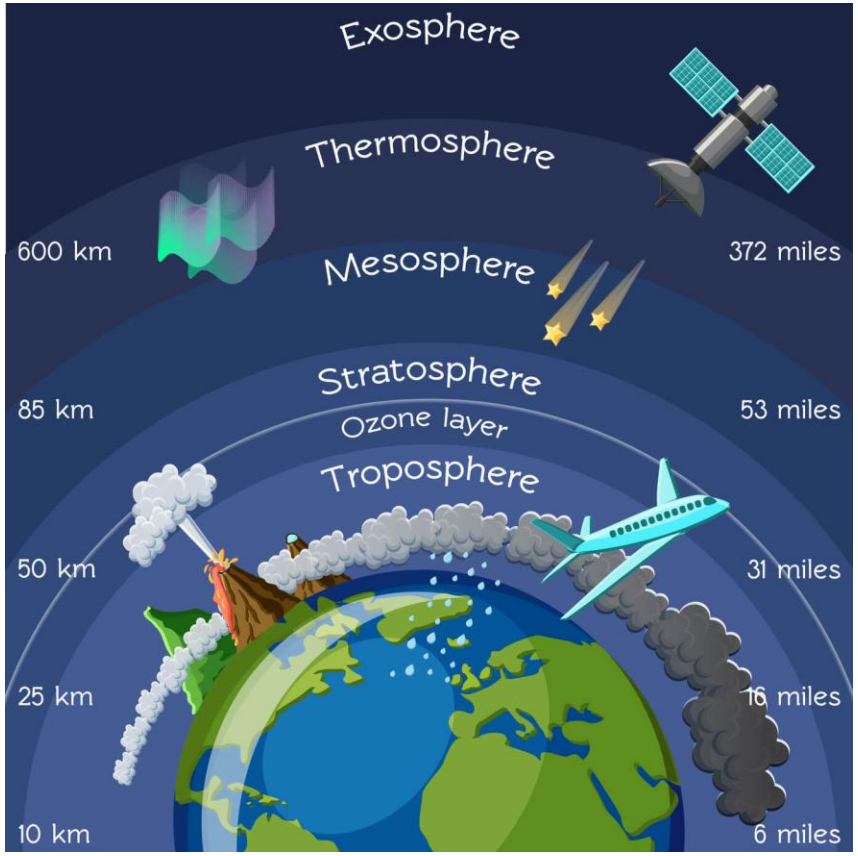
Troposferska refrakcija:

$$\Delta S_T = \Delta S_{T_{dry}} + \Delta S_{T_{wet}}$$

- suva komponenta relativno se lako modelira jer je raspodela suvog vazduha I geografski i po visini veoma homogena. Ona učestvuje sa dominantnih 90% u ukupnom efektu troposferske refrakcije, i zavisi pre svega od vazdušnog pritiska,

- vlažna komponenta se, nasuprot tome, vrlo teško prognozira jer se sadržaj i raspodela vodene pare u troposferi nepredvidivo menjaju, kako prostorno tako i vremenski.

  * greška merenja – od 2 m do 25 m.



# Popravka za uticaj troposfere

Uticaj troposferske refrakcije za pseudodužinu u pravcu zenita $T_{z0}$ razdvaja se na dve komponente:

- komponentu troposferskog uticaja suvih atmosferskih gasova $T_{z,d}$ i
- komponentu troposferskog uticaja vodene pare $T_{z,w}$

$$T_{z0} = T_{z,d} + T_{z,w}$$

$$T_z = \frac{T_{z0}}{\cos Z}$$

Određivanje komponenata: modeli!

- Model HOPFIELD
- Model SAASTAMOINEN
- …

# Popravka za uticaj troposfere

Troposferske komponente računaju se po modelu HOPFIELD po sledećim formulama:

$$T_{z,d} = 77.6 \cdot 10^{-6} \ \frac{P}{T} \cdot \frac{h_d}{5}$$

$$T_{z,w} = 0.373 \ \frac{e}{T^2} \cdot \frac{h_w}{5}$$

pri čemu:

- $h_d = 43000$ m – referentna visina za suvu komponentu
- $h_w = 12000$ m – referentna visina za vlažnu komponentu
- $P$ – je atmosferski pritisak na stanici u mbar
- $T$ – temperatura vazduha na stanici u °K
- $e$ – parcijalni pritisak vodene pare na stanici u mbar

Rezultat se dobija u metrima.

# Popravka za uticaj troposfere

Troposferske komponente računaju se po modelu SAASTAMOINEN po sledećim formulama:

$$T_{z,d} = 0.002277 \cdot (1 + 0.0026 \cdot \cos\varphi + 0.00028 \cdot H) \cdot P$$

$$T_{z,w} = 0.002277 \cdot \left(\frac{1255}{T} + 0.05\right) \cdot e$$

pri čemu:

- $\varphi$ – označava geodetsku širinu stanice
- $H$ – visina stanice u km
- $P$ – je atmosferski pritisak na stanici u mbar
- $T$ – temperatura vazduha na stanici u °K
- $e$ – parcijalni pritisak vodene pare na stanici u mbar

Rezultat se dobija u metrima.

# Popravka za uticaj troposfere

Vrednosti za temperaturu, atmosferski pritisak i parcijalni pritisak vodene pare u modelima SAASTAMOINEN i HOPFIELD odnose se na stanicu na kojoj se nalazi GPS prijemnik sa antenom.

Pošto se vrednosti ovih atmosferskih parametara po pravilu ne mere, do njih se može doći upotrebom tzv. **modela standardne atmosfere**.

Referentne vrednosti standardne atmosfere za pritisak $P_0$, temperaturu $T_0$ i vlažnost vazduha $R_{h0}$:

$$P_0 = 1013.25 \text{ mbar}$$

$$T_0 = 18\ ^\circ\text{C}$$

$$R_{h0} = 50\%$$

# Popravka za uticaj troposfere

Pomoću referentnih vrednosti se za stanicu čija je visina $H$ mogu izračunati sledeće vrednosti:

$$P = P_0(1 - 0.000226 \cdot H\ )^{5.225} \rightarrow \text{pri čemu je } H \text{ u km}$$

$$T = T_0 - 0.0065H \rightarrow \text{pri čemu je } H \text{ u m}$$

$$R = R_{h0}e^{-0.0006396H} \rightarrow \text{pri čemu je } H \text{ u km}$$

pri čemu je neophodno koristiti vrednost $P_0$ u mbar, dok je temperaturu moguće izraziti u °K ili °C.

# Popravka za uticaj troposfere

Veza između temperature u °K ili °C glasi:

$$T(°\mathrm{K}) = T(°\mathrm{C}) + 273.16$$

Veza između parcijalnog pritiska vodene pare i vlažnosti vazduha:

$$e = R_h e^{-37.2465 + 0.213166 \cdot T - 0.000256908 \cdot T^2}$$

gde je $e$ Ojlerov broj, a vrednost $T$ je potrebno izraziti u °K.

# Popravka za uticaj troposfere

Napomene:

1. Neophodni podaci: $\varphi, \lambda, H$ - koordinate prijemnika i $Z$ - zenitni ugao satelita
2. Prethodno opisani modeli nisu apsolutno tačni, tako da popravka za uticaj troposfere ima određenu meru nesigurnost:
    1) suva komponenta se može odrediti tačnošću oko 1–2 mm,
    2) vlažna komponenta se teško modelira jer je sadržaj vodene pare u atmosferi varijabilan,
    3) standardna devijacija ukupne popravke je na nivou 5–10 mm.
3. U literaturi se mogu naći i drugi modeli

# Stohastički model

Pod stohastičkim modelom GPS merenja podrazumeva se opis stohastičkih osobina izmerenih kodnih i faznih pseudodužina.

Njihove greške obično se smatraju slučajnim, centriranim i normalno raspoređenim.

Za konstrukciju stohastičkog modela dovoljno je poznavati disperzije ili standardne devijacije GPS merenja.

# Stohastički model

**VAŽNO**:

- Merenje kodnih i faznih pseudodužina u prijemniku obavlja se u filterima čije performanse zavise pre svega od snage signala;
- Snaga signala je u direktnoj vezi sa zenitnim odstojanjem ili vertikalnim uglom pod kojim dospeva u prijemnik: signali sa satelita koji je bliže horizontu imaju dosta manju snagu u odnosu na signale iz pravca zenita, tako da ih GPS prijemnici prate sa većom greškom;
- Signali sa satelita koji je bliže horizontu putuju duže kroz jonosferu i troposferu. Iz tog razloga su merenja prema nižim satelitima manje tačnosti u odnosu na merenja u pravcu zenita;
- Signali sa satelita koji je bliže horizontu imaju mnogo više mogućnosti odbijanja od horizontalnih i vertikalnih reflektujućih površina u odnosu na signale koji dolaze iz pravca zenita. To znači da su merenja prema nižim satelitima podložnija uticaju višestruke refleksije.

# Stohastički model

Principijelno, prihvaćeno je da standardna devijacija kodnih i faznih pseudodužina zavisi od zenitnog odstojanja $Z$ odnosno vertikalnog ugla $E$:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_0}{\cos Z} = \frac{\sigma_0}{\sin E}$$

gde $\sigma_0$ označava standardnu devijaciju u pravcu zenita, za koju se mogu usvojiti vrednosti:

- za kodne pseudodužine – od 0.5 do 1 m
- za fazne pseudodužine – od 0.5 do 1 cm

# Stohastički model kod formiranja razlika

Kombinacije GPS merenja u vidu razlika pokazuju međusobnu zavisnost.

Između dvostrukih razlika postoji značajna algebarska korelacija, kao i kod trostrukih razlika.

<u>Primer</u>:

Pseudodužine iste tačnosti sa standardnom devijacijom $\sigma$; Dve dvostruke razlike sa stanica $A$ i $B$ prema satelitima $i$, $j$ i $k$, pri čemu je satelit $i$ referentni, mogu se napisati u obliku:

$$\begin{bmatrix} L_{AB}^{ij} \\ L_{AB}^{ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & 0 & 0 & -1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_A^i \\ L_B^i \\ L_A^j \\ L_B^j \\ L_A^k \\ L_B^k \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{l}$$

# Stohastički model kod formiranja razlika

Primenom zakona o prenosu grešaka možemo dobiti kovarijacionu matricu para dvostrukih razlika:

$$\mathbf{C} = \sigma^2 \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T = \sigma^2 \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

odakle možemo videti da su dvostruke razlike korelisane i da su njihove varijanse četiri puta veće od varijansi originalnih pojedinačnih pseudodužina.

U slučaju trostrukih razlika važi:

$$\mathbf{C} = \sigma^2 \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^T = \sigma^2 \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$$

odakle možemo videti da im je tačnost dva puta manja od tačnosti dvostrukih razlika.

# Stohastički model kod formiranja linearnih kombinacija

Primenom zakona o prenosu grešaka na opšti izraz za frekvencijsku kombinaciju, smatrajući radi jednostavnosti da merenja na obe frekvencije imaju istu standardnu devijaciju $\sigma$, dobija se:

$$\sigma_k^2 = a^2\sigma^2 + b^2\sigma^2 = \sigma^2(a^2 + b^2)$$

$$\sigma_k = \sigma \cdot \sqrt{a^2 + b^2} = \sigma \cdot t$$

gde $t$ označava faktor koji zavisi od koeficijenata frekvencijske kombinacije i izražava odnos njenog standarda i standarda faznih merenja.

Faktor $t$ za pojedine linearne kombinacije:

- Linearna kombinacija $L_{IF}$ $- t = 3.0$
- Linearna kombinacija $L_{GF}$ $- t = 1.4$
- Linearna kombinacija $L_{WL}$ $- t = 5.7$
- Linearna kombinacija $L_{NL}$ $- t = 0.7$

# PREDAVANJE 7

Tipovi GPS pozicioniranja

# Tipovi GPS pozicioniranja

1. Osnovni koncepti pozicioniranja
2. Autonomno (apsolutno) pozicioniranje
3. Precizno apsolutno pozicioniranje
4. Diferencijalno pozicioniranje
5. Relativno pozicioniranje

# Osnovni koncepti pozicioniranja

Pod pozicioniranjem tačaka ili objekata podrazumeva se određivanje njihovih položaja.

U zavisnosti od posmatranog prostora, pozicioniranje može biti:

- jednodimenzionalno (1D),
- dvodimenzionalno (2D) i
- trodimenzionalno (3D).

Pozicioniranje odnosno određivanje položaja tačaka ili objekata vrši se **računanjem** (**ocenjivanjem**) njihovih koordinata.

# Osnovni koncepti pozicioniranja

U zavisnosti od aspekta određivanja koordinata, pozicioniranje može biti:

- apsolutno,
- relativno.

Ako se koordinate određuju u odnosu na koordinatni početak koordinatnog sistema, pozicioniranje se naziva **apsolutnim pozicioniranjem**.

U slučaju kada se ocenjuju koordinate jedne tačke u odnosu na neku drugu (određivanje koordinatnih razlika) radi se o **relativnom pozicioniranju**.

# Osnovni koncepti pozicioniranja

Koordinate ili koordinatne razlike se ne mere direktno → mere se skalarne veličine kao što su uglovi ili dužine, koji su sa koordinatama ili koordinatnim razlikama funkcionalno povezani (funkcije veze)!

GNSS prijemnik meri dva osnovna tipa merenih veličina između svoje antene i antene satelita:

- kodne ($P$) pseudodužine,
- fazne ($L$) pseudodužine.

U jednoj epohi vremena, GNSS prijemnik izvrši merenja do svih elektronski vidljivih satelita. U slučaju $n$ vidljivih satelita, skup merenja u jednoj epohi predstavljaće ukupno $4n$ kodnih i faznih pseudodužina na obe frekvencije, odnosno $2n$ kodnih i faznih pseudodužina na jednoj frekvenciji.

Imajući u vidu prethodno, odgovarajući tip GNSS pozicioniranje se naziva **dvofrekventnim** ili **jednofrekventnim**.

# Osnovni koncepti pozicioniranja

Finalno, GNSS pozicioniranje se u zavisnosti od aspekta režima rada može podeliti na:

- statičko pozicioniranje,
- kinematičko pozicioniranje.

**Statičko pozicioniranje** je tip pozicioniranja gde je prijemnik stacionaran i stoji na tački dok se pseudodužine mere i memorišu, a računanje u svrhu određivanja koordinata se vrši naknadno.

**Kinematičko pozicioniranje** je pozicioniranje dok je prijemnik u pokretu, ili se na tački zadržava veoma kratko vreme. U ovom slučaju su koordinate po prirodi stvari potrebne u realnom vremenu tako da se i računanje vrši na licu mesta. Moguće je i memorisati rezultate merenja, a onda koordinate tačaka određivati naknadno.

# Osnovni koncepti pozicioniranja - rekapitulacija

Aspekt određivanja koordinata:

1. Apsolutno pozicioniranje
2. Relativno pozicioniranje

Aspekt obrade podataka:

1. Pozicioniranje u realnom vremenu
2. Pozicioniranje sa naknadnom obradom

Aspekt režima rada:

1. Statičko pozicioniranje
2. Kinematičko pozicioniranje

Aspekt dostupnih frekvencija:

1. Jednofrekventno pozicioniranje
2. Dvofrekventno pozicioniranje

Aspekt posmatranog prostora:

1. Jednodimenzionalno (1D)
2. Dvodimenzionalno (2D)
2. Trodimenzionalno (3D)

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Korisnik opremljen GPS prijemnikom je u stanju da odredi svoj trenutni položaj u realnom vremenu, bez ikakve pomoćne infrastrukture u vidu dodatnih prijemnika, radio komunikacije, ili signala sa posebnom strukturom.

Ovakav način korišćenja naziva se **autonomnim** ili **apsolutnim** GPS pozicioniranjem.

Moguća primena:

- u realnom vremenu,
- sa naknadnom obradom.

Apsolutno pozicioniranje pomoću kodnih pseudodužina izmerenih na jednoj frekvenciji i u jednom trenutku vremena u realnom vremenu naziva se navigacionim rešenjem, i omogućen je softverski kod svakog GNSS prijemnika.

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Funkcionalni modeli jednofrekventne kodne pseudodužine izmerene u nekom trenutku vremena $t$ na stanici $A$ prema $n$ elektronski vidljivih satelita:

$$P_A^k = \rho_A^k + c_0 \Delta t_A - c_0 \Delta t^k + I_A^k + T_A^k + E^k + M_A^k + \varepsilon_{P,A}^k$$

pri čemu je $k$ oznaka satelita ($k = 1, \dots, n$).

Za svaku izmerenu pseudodužinu moguće je sračunati:

- uticaj greške časovnika odgovarajućeg GPS satelita pomoću podataka iz navigacione poruke
- uticaj jonosferske refrakcije po modelu KLOBUCHAR pomoću podataka iz navigacione poruke,
- uticaj troposferske refrakcije pomoću nekog od troposferskih modela kao što su SAASTAMOINEN ili HOPFIELD.

*** Uticaj jonosfere se potpuno eliminiše ako se umesto originalnih kodnih pseudodužina koriste frekvencijske kombinacije

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Modifikovani funkcionalni modeli jednofrekventne kodne pseudodužine izmerene u nekom trenutku vremena $t$ na stanici $A$ prema $n$ elektronski vidljivih satelita:

$$P_A^k = \rho_A^k + c_0 \Delta t_A + \varepsilon_{P,A}^k$$

pri čemu je $k$ oznaka satelita ($k = 1, \dots, n$).

Član $\varepsilon$ sada obuhvata sve ostale greške merenja (efekat višestruke refleksije, greške efemerida) kao i preostale nemodelirane uticaje koji se odnose na kodnu pseudodužinu, i važi $c_0 \Delta t_A = b_A$.

Takođe važi:

$$\rho_A^k = \sqrt{(X_A - X^k)^2 + (Y_A - Y^k)^2 + (Z_A - Z^k)^2}$$

Koordinate satelita se računaju pomoću podataka iz navigacione poruke!

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Dakle, možemo pisati:

$$P_A^k = \sqrt{(X_A - X^k)^2 + (Y_A - Y^k)^2 + (Z_A - Z^k)^2} + b_A + \varepsilon_{P,A}^k$$

Broj nepoznatih veličina je 4 → koordinate satelita $(X_A, Y_A, Z_A)$ i član koji se odnosi na grešku časovnika prijemnika $b_A$.

Minimalni broj merenja → 4.

Kada je $n > 4$ sistem jednačina se tretira tako da rešenje u nekom smislu bude najbolje prilagođeno izmerenim pseudodužinama. Pristup koji se najčešće koristi za rešavanje ovakvog optimizacionog problema je statistički postupak ocenjivanja pod nazivom metod najmanjih kvadrata (MNK).

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Stohastički model izmerenih kodnih pseudodužina formira se računanjem njihovih standardnih devijacija. Standardne devijacije formulišu se u funkciji zenitnog odstojanja odgovarajućeg satelita i usvojene vrednosti standarda kodne pseudodužine u pravcu zenita:

$$\sigma_{P,A}^{k} = \frac{\sigma_0}{\cos Z^k}$$

Jednačine veze između merenih veličina i nepoznatih parametara:

$$P_A^k = \sqrt{(X_A - X^k)^2 + (Y_A - Y^k)^2 + (Z_A - Z^k)^2} + b_A + \varepsilon_{P,A}^{k}$$

su nelinearne, pa je neophodno izvršiti linearizaciju.

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Da bi se funkcije veze linearizovale potrebne su približne vrednosti nepoznatih koordinata stanice, dok se za približnu vrednost greške časovnika prijemnika može usvojiti nula.

Linearizacija se vrši razvojem u Tejlorov red:

$$P_A^k = P_{A,0}^k + \left(\frac{\partial P_A^k}{\partial X_A}\right)_0 dX_A + \left(\frac{\partial P_A^k}{\partial Y_A}\right)_0 dY_A + \left(\frac{\partial P_A^k}{\partial Z_A}\right)_0 dZ_A + \left(\frac{\partial P_A^k}{\partial b_A}\right)_0 db_A + \varepsilon_{P,A}^k$$

pri čemu važi:

$$P_{A,0}^k = \sqrt{\left(X_{A,0} - X^k\right)^2 + \left(Y_{A,0} - Y^k\right)^2 + \left(Z_{A,0} - Z^k\right)^2} + b_{A,0}$$

$$\begin{aligned} X_A &= X_{A,0} + dX_A \\ Y_A &= Y_{A,0} + dY_A \\ Z_A &= Z_{A,0} + dZ_A \\ b_A &= b_{A,0} + db_A \end{aligned}$$

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Parcijalni izvodi imaju sledeći oblik:

$$\left(\frac{\partial P_A^k}{\partial X_A}\right)_0 = \frac{X_{A,0} - X^k}{P_{A,0}^k}$$
$$\left(\frac{\partial P_A^k}{\partial Y_A}\right)_0 = \frac{Y_{A,0} - Y^k}{P_{A,0}^k}$$
$$\left(\frac{\partial P_A^k}{\partial Z_A}\right)_0 = \frac{Z_{A,0} - Z^k}{P_{A,0}^k}$$
$$\left(\frac{\partial P_A^k}{\partial b_A}\right)_0 = 1$$

Parcijalni izvodi po koordinatama stanice A predstavljaju komponente jediničnih vektora $\mathbf{e}^k$ usmerenih od stanice prema svakom satelitu do kojeg su izvršena merenja.

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Da bi se izvršilo ocenjivanje nepoznatih koordinata i greške časovnika prijemnika koristi se metode najmanjih kvadrata. U tu svrhu potrebno je formirati matricu dizajna $\mathbf{A}$, vektor slobodnih članova $\mathbf{f}$ i kovarijacionu matricu merenja $\mathbf{C}$:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial P_A^1}{\partial X_A}\right)_0 & \left(\frac{\partial P_A^1}{\partial Y_A}\right)_0 & \left(\frac{\partial P_A^1}{\partial Z_A}\right)_0 & 1 \\ \left(\frac{\partial P_A^2}{\partial X_A}\right)_0 & \left(\frac{\partial P_A^2}{\partial Y_A}\right)_0 & \left(\frac{\partial P_A^2}{\partial Z_A}\right)_0 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \left(\frac{\partial P_A^n}{\partial X_A}\right)_0 & \left(\frac{\partial P_A^n}{\partial Y_A}\right)_0 & \left(\frac{\partial P_A^n}{\partial Z_A}\right)_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{e}^1)^{\mathrm{T}} & 1 \\ (\mathbf{e}^2)^{\mathrm{T}} & 1 \\ \cdots & \cdots \\ (\mathbf{e}^n)^{\mathrm{T}} & 1 \end{bmatrix}$$

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Da bi se izvršilo ocenjivanje nepoznatih koordinata i greške časovnika prijemnika koristi se metode najmanjih kvadrata. U tu svrhu potrebno je formirati matricu dizajna $\mathbf{A}$, vektor slobodnih članova $\mathbf{f}$ i kovarijacionu matricu merenja $\mathbf{C}$:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} P_{A,0}^1 - P_A^1 \\ P_{A,0}^2 - P_A^2 \\ \dots \\ P_{A,0}^n - P_A^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Formiranje matrice koeficijenata normalnih jednačina $\mathbf{N}$ i vektora slobodnih članova normalnih jednačina $\mathbf{n}$:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{A}$$
$$\mathbf{n} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{f}$$

Rešavanje normalnih jednačina:

$$\mathbf{x} = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{n}$$
$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}$$
$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^{\mathrm{T}}\mathbf{C}^{-1}\mathbf{V}}{n-4}}$$

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Kovarijaciona matrica nepoznatih veličina $\mathbf{C}_\mathrm{x}$:

$$\mathbf{C}_\mathrm{x} = \begin{bmatrix} \sigma_{dx}^2 & \sigma_{dx,dy} & \sigma_{dx,dz} & \sigma_{dx,db} \\ \sigma_{dy,dx} & \sigma_{dy}^2 & \sigma_{dy,dz} & \sigma_{dy,db} \\ \sigma_{dz,dx} & \sigma_{dz,dy} & \sigma_{dz}^2 & \sigma_{dz,db} \\ \sigma_{db,dx} & \sigma_{db,dy} & \sigma_{db,dz} & \sigma_{db}^2 \end{bmatrix} = \hat{\sigma}_0 \mathbf{N}^{-1}$$

Definitivne vrednosti nepoznatih koordinata stanice i greške časovnika prijemnika dobijaju se po izrazima:

$$\begin{aligned} X_A &= X_{A,0} + dX_A \\ Y_A &= Y_{A,0} + dY_A \\ Z_A &= Z_{A,0} + dZ_A \\ b_A &= b_{A,0} + db_A \end{aligned}$$

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Kvalitet rešenja zavisi od čitavog niza izvora sistematskih i slučajnih grešaka koje utiču na tačnost:

- navigacioni podaci,
- sredina prostiranja signala,
- GNSS prijemnik i njegova neposredna okolina,
- tačnost izmerenih pseudodužina,
- broj satelita i njihov prostorni raspored u odnosu na lokaciju korisnika,
- …

Broj satelita i njihov prostorni raspored u odnosu na lokaciju korisnika često se nazivaju **satelitskom geometrijom**.

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Uobičajeno je da se kod autonomnog GNSS pozicioniranja sudi o kvalitetu satelitske geometrije na osnovu takozvanih DOP faktora (Dilution of Precision) koji se mogu definisati pomoću članova matrice $\mathbf{C}_{\mathrm{x}}$.

Za definiciju DOP faktora neophodno je transformisati kovarijacionu matricu tako da joj se članovi odnose na ose lokalnog geodetskog sistema umesto na ose sistema WGS84:

$$\mathbf{C}_{\mathrm{x}} = \begin{bmatrix} \sigma_{d\varphi}^2 & \sigma_{d\varphi,d\lambda} & \sigma_{d\varphi,dh} & \sigma_{d\varphi,db} \\ \sigma_{d\lambda,d\varphi} & \sigma_{d\lambda}^2 & \sigma_{d\lambda,dh} & \sigma_{d\lambda,db} \\ \sigma_{dh,d\varphi} & \sigma_{dh,d\lambda} & \sigma_{dh}^2 & \sigma_{dh,db} \\ \sigma_{db,d\varphi} & \sigma_{db,d\lambda} & \sigma_{db,dh} & \sigma_{db}^2 \end{bmatrix}$$

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Možemo definisati sledeće standardne devijacije:

1. Standardna devijacija horizontalnog položaja:

$$\sigma_H = \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\lambda^2} = \sigma_0\sqrt{HDOP}$$

2. Standardna devijacija visine:

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_h^2} = \sigma_0\sqrt{VDOP}$$

3. Standardna devijacija prostornog položaja:

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_h^2} = \sigma_0\sqrt{PDOP}$$

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Možemo definisati sledeće standardne devijacije:

4. Standardna devijacija vremena:

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_b^2} = \sigma_0\sqrt{TDOP}$$

5. Standardna devijacija navigacionog rešenja:

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_\varphi^2 + \sigma_\lambda^2 + \sigma_h^2 + \sigma_b^2} = \sigma_0\sqrt{GDOP}$$

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Važe sledeće oznake:

- HDOP: Horizontal Dilution of Precision,
- VDOP: Vertical Dilution of Precision,
- PDOP: Position Dilution of Precision,
- TDOP: Time Dilution of Precision,
- GDOP: General Dilution of Precision.

Prikazane standardne devijacije biće manje što su manji DOP faktori.

DOP faktori će biti manji ukoliko je broj satelita prema kojima se vrše merenja veći i ukoliko su oni ravnomernije razmešteni i po visini i po horizontu.

U principu, dobru satelitsku geometriju čini nekoliko satelita koji su ravnomerno raspoređeni po azimutu a nalaze se nešto iznad horizonta, sa još jednim ili dva satelita u pravcu bliskom zenitu. Tada će DOP faktori imati minimalne vrednosti.

# Autonomno (apsolutno) pozicioniranje

Autonomno pozicioniranje u strogom smislu te reči (na osnovu merenja u jednoj epohi vremena) zasniva se prevashodno na kodnim pseudodužinama jer se kod faznih pseudodužina javlja fazna neodređenost.

Faznih neodređenosti ima onoliko koliko i izmerenih faznih pseudodužina → imamo sistem od $n$ jednačina sa $n + 4$ nepoznatih, pa korisnik ne može određivati položaj u realnom vremenu merenjem faznih pseudodužina.

Međutim, neophodno je napomenuti da fazne neodređenosti ostaju konstantne veličine ukoliko ne dođe do prekida signala, tako da će u dve epohe biti izmereno $2n$ faznih pseudodužina, dok će se broj nepoznatih veličina povećati na $n + 5$ jer se u svakoj novoj epohi pojavljuje nova nepoznata greška časovnika prijemnika.

Sa dve epohe merenja faznih pseudodužina prema $n > 5$ GNSS satelita moguće odrediti nepoznate koordinate tačke, dok se minimalni broj epoha $e$ prema $n$ satelita definiše kao $e > (n + 4)/n$.

# Precizno apsolutno pozicioniranje

**Precizno apsolutno pozicioniranje** predstavlja verziju pozicioniranja jednim prijemnikom u autonomnom režimu rada tako da:

- umesto navigacionih podataka koristimo eksterne podatke publikovane od strane IGS ili JPL u vidu preciznih efemerida i stanja časovnika,
- koristimo dvofrekventne podatke čijom kombinacijom eliminišemo uticaj jonosfere,
- modeliramo sve ostale specifične izvore grešaka u cilju poboljšanja tačnosti.

Ovakav način pozicioniranja se u literaturi naziva **PPP** (**Precise Point Positioning**).

# Precizno apsolutno pozicioniranje

U okviru PPP režima, razlikujemo dva osnovna pristupa kod formiranja funkcionalnog modela:

- standardni PPP model: korišćenje linearne kombinacije IONOSPHERE FREE na nivou nediferenciranih kodnih i faznih pseudodužina,
- UofC (University of Calgary) PPP model: korišćenje specifičnog tipa kodno-fazne kombinacije i standardnih jednačina linearne kombinacije IONOSPHERE FREE na nivou faznih merenja.

Za kreiranje stohastičkog modela koristi se standardni pristup gde standardne devijacije zavise od elevacionog ugla satelita.

# Precizno apsolutno pozicioniranje

U okviru PPP-a vrši se modeliranje velikog broja grešaka koji se mogu podeliti u nekoliko grupa:

- izvori grešaka satelita i prijemnika,
- geofizički izvori grešaka.

Ova podela nije striktna, u literaturi se mogu naći različite klasifikacije.

# Precizno apsolutno pozicioniranje

U prvu grupu se mogu svrstati greške nastale kao posledica:

- satelitskih efemerida i časovnika,
- Sanjakovog efekata (*Sagnac* efekat),
- orijentacije satelita (*eclipse* položaj),
- faznog centra antene (varijacija i položaj),
- diferencijalnih vrednosti hardverskih kašnjenja (*Differential code biases*),
- faznog *windup* efekta (fazno uvijanje),
- faznog *cycle slip* efekta (fazni skok),
- efekta višestruke refleksije,
- …

# Precizno apsolutno pozicioniranje

U drugu grupu se mogu svrstati greške nastale kao posledica:

- efekta troposfere,
- efekta jonosfere,
- plima Zemljine kore (*Earth body tide*),
- plima okeana (*Ocean tide loading*),
- plima atmosfere (*Atmospheric tide loading*)
- efekta pomeranja tektonskih ploča (*Plate tectonic motion*),
- plimskog kretanja pola (*Pole tide*),
- relativističkih efekata,
- …

# Precizno apsolutno pozicioniranje

Funkcionalni model standardnog PPP modela:

$$P_{A,IF}^{S} = a_{IF} P_{A,f1}^{S} + b_{IF} P_{A,f2}^{S} = R_{A}^{S} + c_0 \Delta t_A + T_{A,w}^{S} + \varepsilon_{P,IF}$$

$$L_{A,IF}^{S} = a_{IF} L_{A,f1}^{S} + b_{IF} L_{A,f2}^{S} = R_{A}^{S} + c_0 \Delta t_A + T_{A,w}^{S} + N_{IF}^{S} + \varepsilon_{L,IF}$$

<u>Merene veličine</u>: $2n$ za $n$ vidljivih satelita.

<u>Nepoznati parametri</u>: koordinate prijemnika u okviru člana $R_A^S$, greška časovnika prijemnika $\Delta t_A$, vlažna komponenta uticaja troposfere $T_{A,w}^S$ i fazna neodređenost linearne kombinacije IONOSPHERE FREE $N_{IF}^S$ prema svakom satelitu, odnosno $5 + n$ za $n$ vidljivih satelita.

# Precizno apsolutno pozicioniranje

Funkcionalni model UofC PPP modela:

$$C_{A,IF1}^{S} = \frac{1}{2}(P_{A,f1}^{S} + L_{A,f1}^{S})$$

$$C_{A,IF2}^{S} = \frac{1}{2}(P_{A,f2}^{S} + L_{A,f2}^{S})$$

$$L_{A,IF}^{S} = a_{IF}L_{A,f1}^{S} + b_{IF}L_{A,f2}^{S} = R_{A}^{S} + c_0\Delta t_A + T_{A,w}^{S} + N_{IF}^{S} + \varepsilon_{L,IF}$$

<u>Merene veličine</u>: $3n$ za $n$ vidljivih satelita.

<u>Nepoznati parametri</u>: koordinate prijemnika u okviru člana $R_A^S$, greška časovnika prijemnika $\Delta t_A$, vlažna komponenta uticaja troposfere $T_{A,w}^S$ i dve fazne neodređenosti prema svakom satelitu, odnosno $5 + 2n$ za $n$ vidljivih satelita.

# Diferencijalno pozicioniranje

Imajući u vidu tačnost određivanja položaja, kvalitet autonomnog pozicioniranja može se povećati na dva načina:

- poboljšanjem satelitske geometrije,
- redukcijom grešaka merenja.

Važno:

- Redukcija grešaka merenja se može postići simultanim merenjem sa dva relativno bliska GNSS prijemnika – merenja će biće opterećena greškama koje su po znaku i intenzitetu veoma slične.
- Slično važi i u slučaju dva uzastopno izvedena merenja u relativno kratkom vremenskom roku.
- Ukupna greška merenja lako se ocenjuje ako je GNSS prijemnik na poznatoj lokaciji, jer je onda prijemnik u stanju da uporedi izmerene pseudodužine sa rastojanjima sračunatim iz koordinata referentne stanice i satelita.

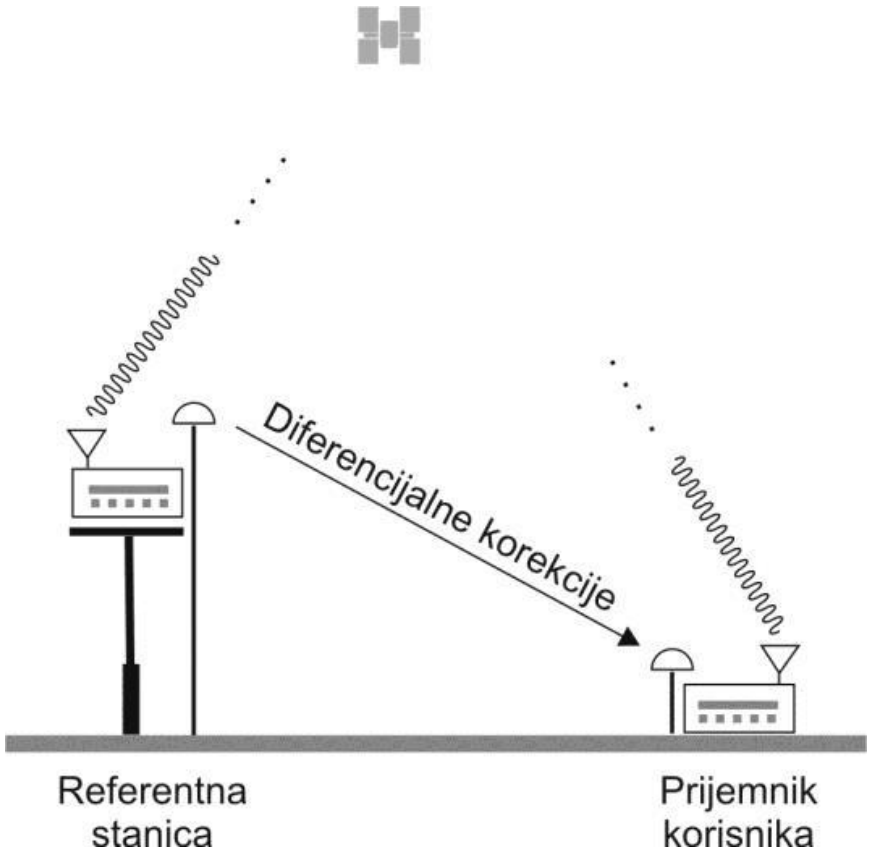
# Diferencijalno pozicioniranje

Opisane činjenice omogućuju poseban način pozicioniranja koje se naziva diferencijalnim GPS pozicioniranjem (DGPS).

Osnovni koncept DGPS-a sastoji se u tome da GNSS prijemnik na referentnoj stanici vrši merenje pseudodužina do svih vidljivih satelita u unapred definisanim trenucima vremena koji se nazivaju epohama opažanja.

Pošto se referentna stanica nalazi na lokaciji sa poznatim koordinatama, prijemnik je u stanju da za svaku epohu opažanja odredi rastojanje do satelita, oceni greške izmerenih pseudodužina i emituje ih radio antenom u okolni prostor.

Ocenjene greške pseudodužina nazivaju se diferencijalnim korekcijama.



# Diferencijalno pozicioniranje

Merenja na referentnoj stanici $R$ sa poznatim koordinatama:

$$P_{R,f}^{k} = \rho_R^k + c_0 \Delta t_R - c_0 \Delta t^k + I_{R,f}^k + T_R^k + E_R^k + M_{R,f}^k + \varepsilon_{P,R,f}^k$$

Imajući u vidu da poznajemo koordinate referentne stanice, rastojanje $\rho_R^k$ je poznato!

Možemo oceniti grešku pseudodužine $e_{R,f}^k$:

$$e_{R,f}^k = \rho_R^k - P_{R,f}^k = -c_0 \Delta t_R + c_0 \Delta t^k - I_{R,f}^k - T_R^k - E_R^k - M_{R,f}^k - \varepsilon_{P,R,f}^k$$

Referentna stanica može da emituje diferencijalne korekcije pomoću $e_{R,f}^k$ antene!

# Diferencijalno pozicioniranje

Merenja korisnika na nepoznatoj stanici $A$ do istih satelita:

$$P_{A,f}^k = \rho_A^k + c_0 \Delta t_A - c_0 \Delta t^k + I_{A,f}^k + T_A^k + E_A^k + M_{A,f}^k + \varepsilon_{P,A,f}^k$$

Prijemnik može da prihvati emitovane diferencijalne korekcije $e_{R,f}^k$ od strane referentne stanice i primeni ih na svoja merenja:

$$\begin{aligned}\bar{P}_{A,f}^k &= P_{A,f}^k + e_{R,f}^k \\ &= \rho_A^k + c_0(\Delta t_A - \Delta t_R) - c_0\left(\Delta t^k - \Delta t^k\right) + \left(I_{A,f}^k - I_{R,f}^k\right) + \left(T_A^k - T_A^k\right) + \left(E_A^k - E_R^k\right) \\ &\quad + M_{A,f}^k - M_{R,f}^k + \varepsilon_{P,A,f}^k - \varepsilon_{P,R,f}^k\end{aligned}$$

Imajući u vidu da greške satelitskih orbita, troposferska i jonosferska refrakcija slično deluju na merenja na referentnoj stanici $R$ i stanici korisnika $A$ zbog njihove blizine, i da se eliminiše greška časovnika satelita, sa veoma dobrom aproksimacijom važi:

$$\bar{P}_{A,f}^k = \rho_A^k + c_0(\Delta t_A - \Delta t_R) + M_{AR,f}^k + \varepsilon_{P,AR,f}^k$$

# Diferencijalno pozicioniranje

Pored satelitske geometrije i tačnosti merenja, kod DGPS pozicioniranja pojavljuju se dva dodatna faktora od kojih zavisi kvalitet određivanja položaja:

- udaljenost od referentne stanice
- starost i kašnjenje korekcije

Kašnjenje korekcija – interval vremena od trenutka kada su korekcije generisane na referentnoj stanici do trenutka njihovog prijema korisničkim prijemnikom.

Starost korekcija – vremenski interval od trenutka njihovog generisanja do trenutka kada ih korisnički prijemnik primeni na svoja merenja.

Da bi se smanjio uticaj kašnjenja i starosti, referentna stanica može određivati i emitovati ne samo diferencijalne korekcije već i brzinu njihove promene.

# Diferencijalno pozicioniranje

Imajući u vidu sve prikazano, može se zaključiti:

- koristeći popravljene pseudodužine korisnik može odrediti položaj autonomnim GPS pozicioniranjem mnogo tačnije nego sa originalnim merenjima
- kada je korisnik u neposrednoj blizini referentne stanice, pretpostavka o visokoj korelaciji između grešaka njegovih merenja i merenja na referentnoj stanici ima potpuno opravdanje
- sa udaljavanjem od referentne stanice prostorna korelacija između grešaka postaje sve slabija, tako da se smatra da na rastojanjima većim od 100 km diferencijalne korekcije više ne reprezentuju adekvatno greške merenja na lokaciji korisnika
- da bi pretpostavka o visokoj vremenskoj korelaciji grešaka odgovarala stvarnosti neophodno je da vremenski interval od generisanja diferencijalnih korekcija do njihove primene bude što kraći

# Relativno pozicioniranje

Pored emitovanja diferencijalnih korekcija, referentna stanica može direktno da emituje svoja originalna merenja zajedno sa epohama merenja.

Korisnik može da kombinuje primljene podatke sa sopstvenim podacima izmerenim u istim epohama i da dobije:

$$
\begin{aligned}
P_{AR,f}^{k} &= P_{A,f}^{k} - P_{R,f}^{k} \\
&= (\rho_A^k - \rho_R^k) + c_0(\Delta t_A - \Delta t_R) - c_0\left(\Delta t^k - \Delta t^k\right) + \left(I_{A,f}^k - I_{R,f}^k\right) + \left(T_A^k - T_A^k\right) + \left(E_A^k - E_R^k\right) \\
&\quad + M_{A,f}^k - M_{R,f}^k + \varepsilon_{P,A,f}^k - \varepsilon_{P,R,f}^k
\end{aligned}
$$

Slično korišćenju diferencijalnih korekcija, i u ovoj situaciji se zbog relativne blizine referentne i korisničke stanice u dobroj meri poništavaju uticaji grešaka efemerida, troposferske i jonosferske refrakcije, čime model dobija jednostavniju strukturu:

$$
P_{AR,f}^{k} = \rho_{AR}^k + c_0(\Delta t_A - \Delta t_R) + M_{AR,f}^k + \varepsilon_{P,AR,f}^k
$$

# Relativno pozicioniranje

U modelu se pojavljuje razlika geometrijskih rastojanja $(\rho_A^k - \rho_R^k)$, tako da se na ovaj način određuje relativni položaj korisnika u odnosu na referentnu stanicu.

Nepoznate veličine čine tri koordinatne razlike i jedna greška nesinhronizacije časovnika, što znači da su za rešenje neophodne najmanje četiri izmerene pseudodužine. S obzirom na to da se umesto koordinata dobijaju koordinatne razlike, metoda se naziva **relativnim pozicioniranjem**.

Iako se relativno GPS pozicioniranje pojavljuje kao alternativa diferencijalnom GPS, između dve metode postoji razlika:

- Diferencijalni GPS koristi korekcije koje se sporo menjaju, i praktično se mogu smatrati konstantnim u periodu od jednog ili dva minuta
- Relativno GPS pozicioniranje zasniva se na originalnim pseudodužinama, a njihova promena je mnogo brža

# Relativno pozicioniranje

Relativno pozicioniranje se može ilustrovati i na nivou:

- kodnih nediferenciranih merenja,
- faznih nediferenciranih merenja,
- formiranih dvostrukih razlika kodnih ili faznih merenja,
- formiranih linearnih kombinacija kodnih ili faznih merenja.

Osnovni režimi rada:

- kinematičko pozicioniranje,
- statičko pozicioniranje.

# Relativno pozicioniranje

Kinematičko pozicioniranje je relativno GPS pozicioniranje pokretnog korisnika u realnom vremenu (**Real Time Kinematic**).

Korišćenjem kodnih pseudodužina postiže se tačnost relativnih položaja na nivou od nekoliko decimetara.

Korišćenjem faznih pseudodužina postiže se tačnost bolja od decimetra, pod uslovom da su prethodno rešene fazne neodređenosti.

Proces rešavanja faznih neodređenosti poznat je kao inicijalizacija.

# Relativno pozicioniranje

Relativno pozicioniranje stacionarnog korisnika u odnosu na referentnu stanicu naziva se **statičkim pozicioniranjem**.

Nema navigacioni značaj, niti su rezultati potrebni u realnom vremenu, pa stoga ne zahteva ni komunikacionu vezu korisnika sa referentnom stanicom.

Relativni položaji tačaka određuju se naknadnom softverskom obradom proizvoljno dugo prikupljanih rezultata merenja.

Zbog velikog broja opažanja, odnosno mogućnosti stroge statističke analize i pouzdanog rešavanja faznih neodređenosti, statičkim pozicioniranjem postiže se milimetarska tačnost relativnih položaja.

# PREDAVANJE 8

Ostali satelitski sistemi za pozicioniranje

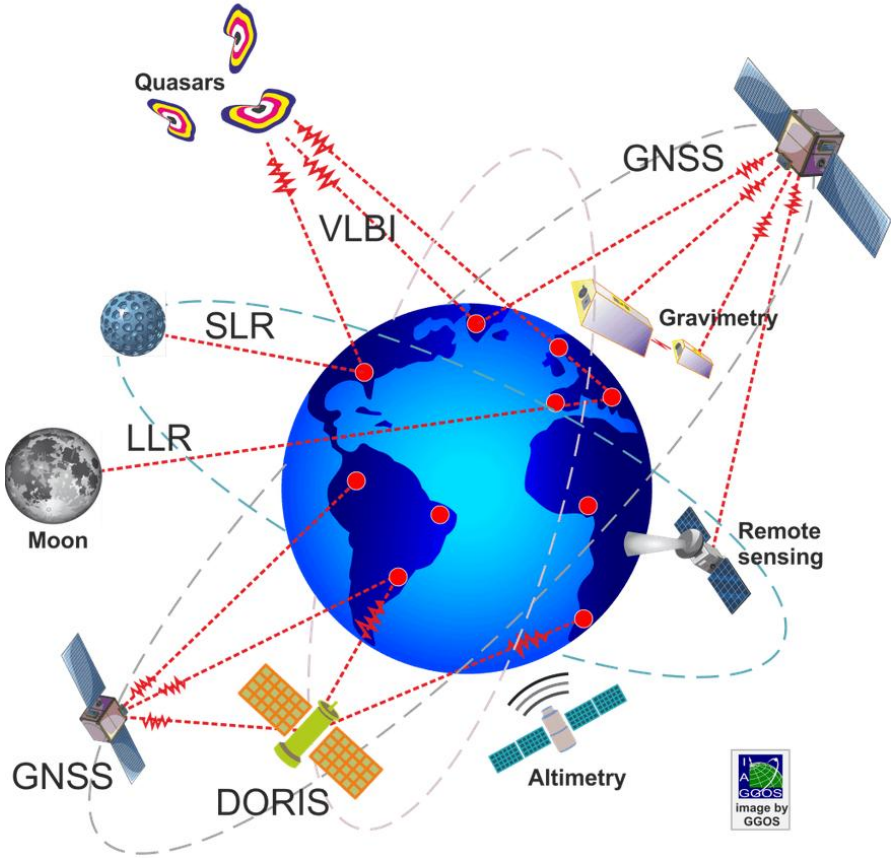
# Ostali satelitski sistemi za pozicioniranje

1. Globalni navigacioni satelitski sistemi
2. GLONASS
3. GALILEO
4. BEIDOU (COMPASS)
5. Regionalni sistemi
6. QZSS
7. IRNSS (NAVIC)

# Globalni navigacioni satelitski sistemi

Definicija: „**Global Navigation Satellite System** is a space-based radio positioning system that includes one or more satellite constellations, augmented as necessary to support the intended operation, and that provides 24-hour three-dimensional position, velocity, and time information to suitably equipped users anywhere on, or near, the surface of the earth (and sometimes off earth).”

Termin **globalni navigacioni satelitski sistem** podrazumeva satelitsku konstelaciju koja omogućava pozicioniranja u realnom vremenu bilo gde na fizičkoj površini Zemlje, kontinuirano dostupnu u svim vremenskim uslovima, veoma preciznu, pouzdanu i ekonomičnu.

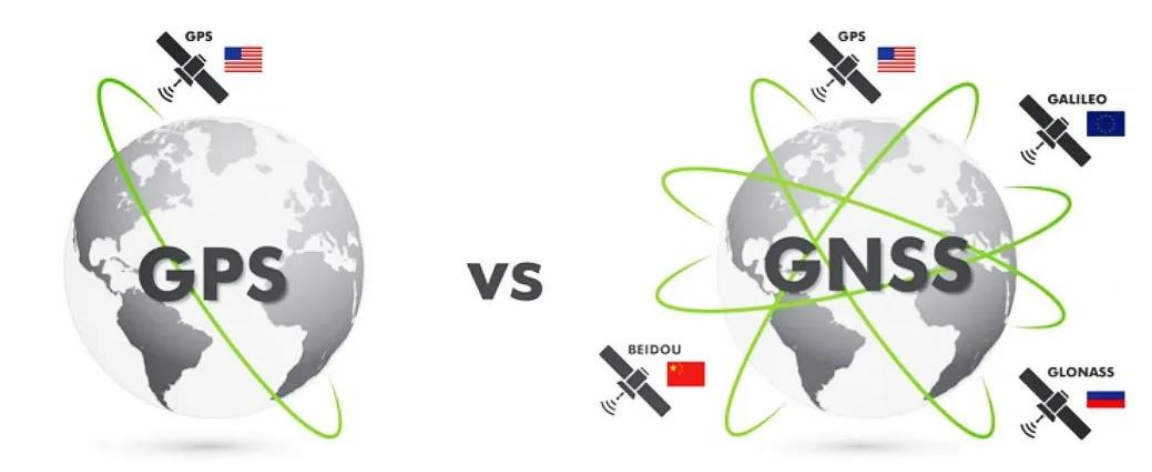


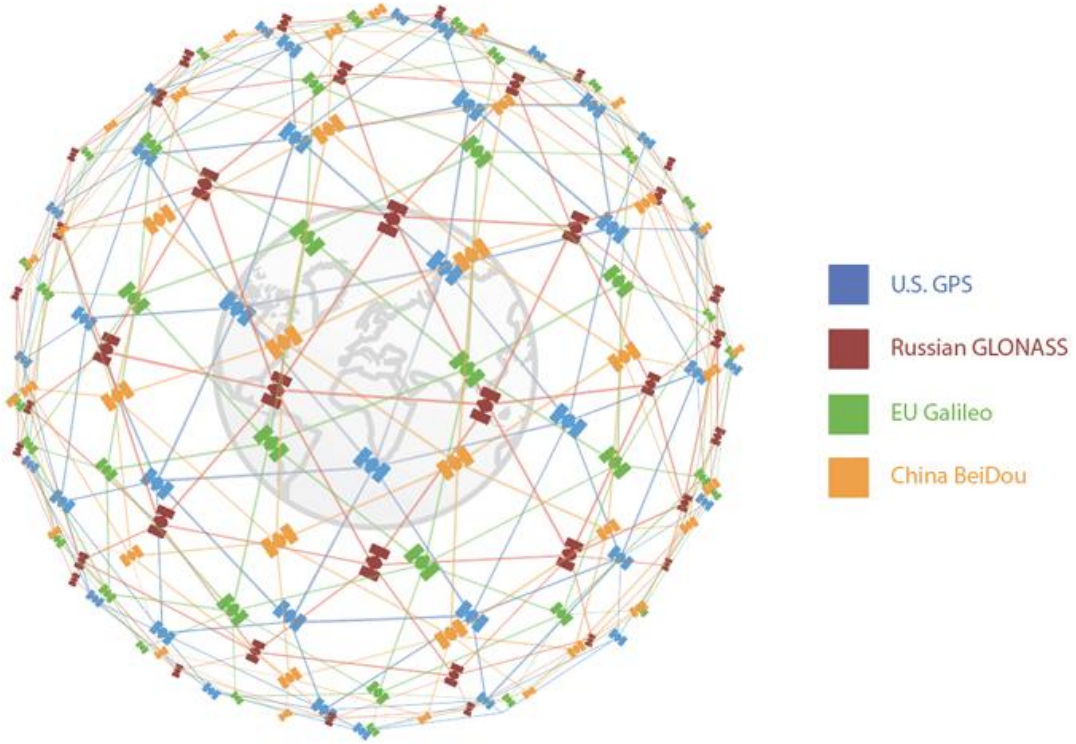

Prvi potpuno uspostavljen sistem: Navigation Satellite Timing and Ranging Global Positioning System – **NAVSTAR GPS** (17.07.1995. godine)

# Globalni navigacioni satelitski sistemi

Ostali globalni sistemi za pozicioniranje:

- Globalnaya Navigationnaya Sputnikovaya Sistema – GLONASS (SSSR),
  Full Operational Capability (FOC) – 2011. godina
- GALILEO (Evropska Unija i Evropska Svemirska Agencija),
  FOC - 2018. godina
- BEIDOU ili COMPASS (Kina)
  FOC – 2020. godina

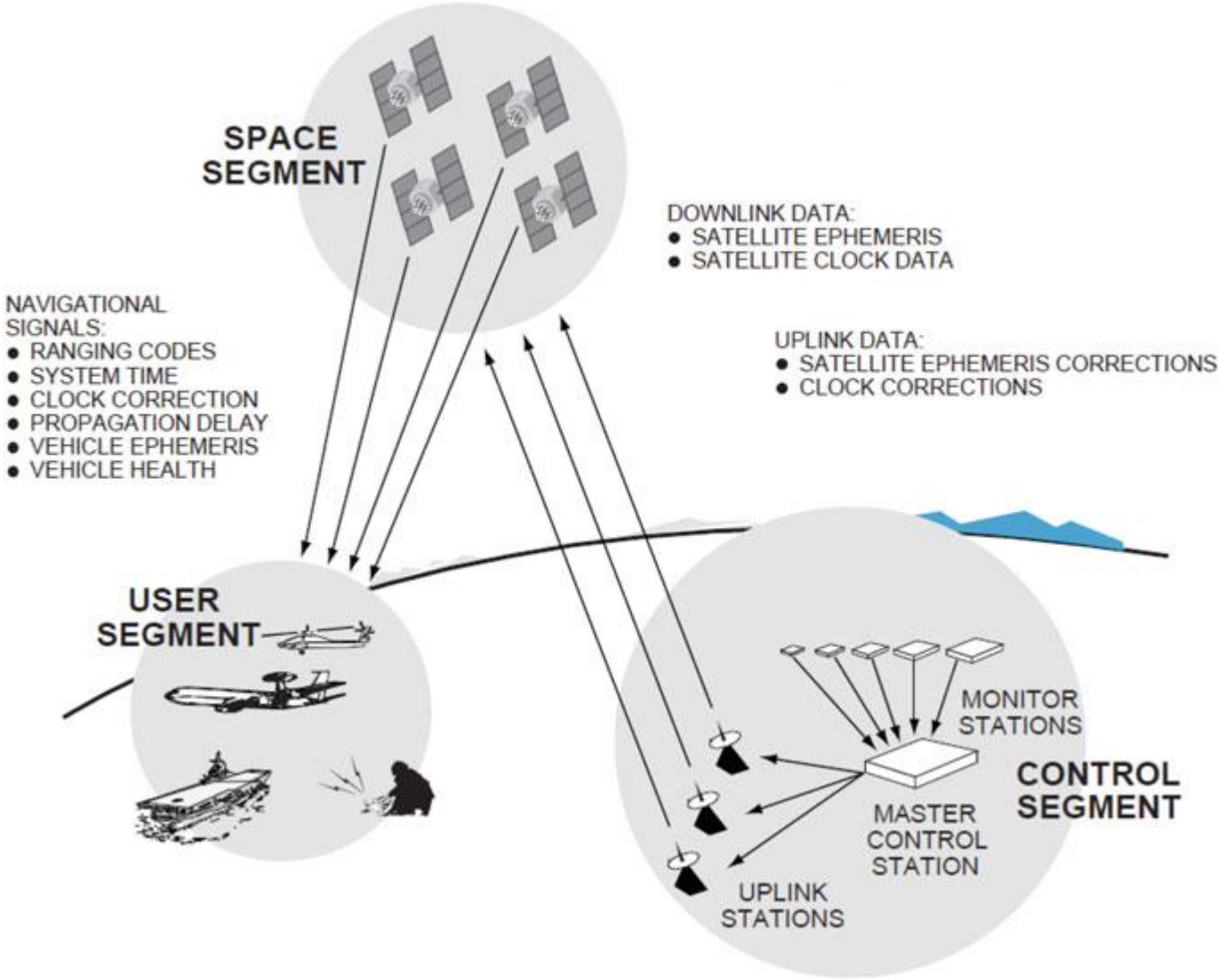


# Arhitektura sistema

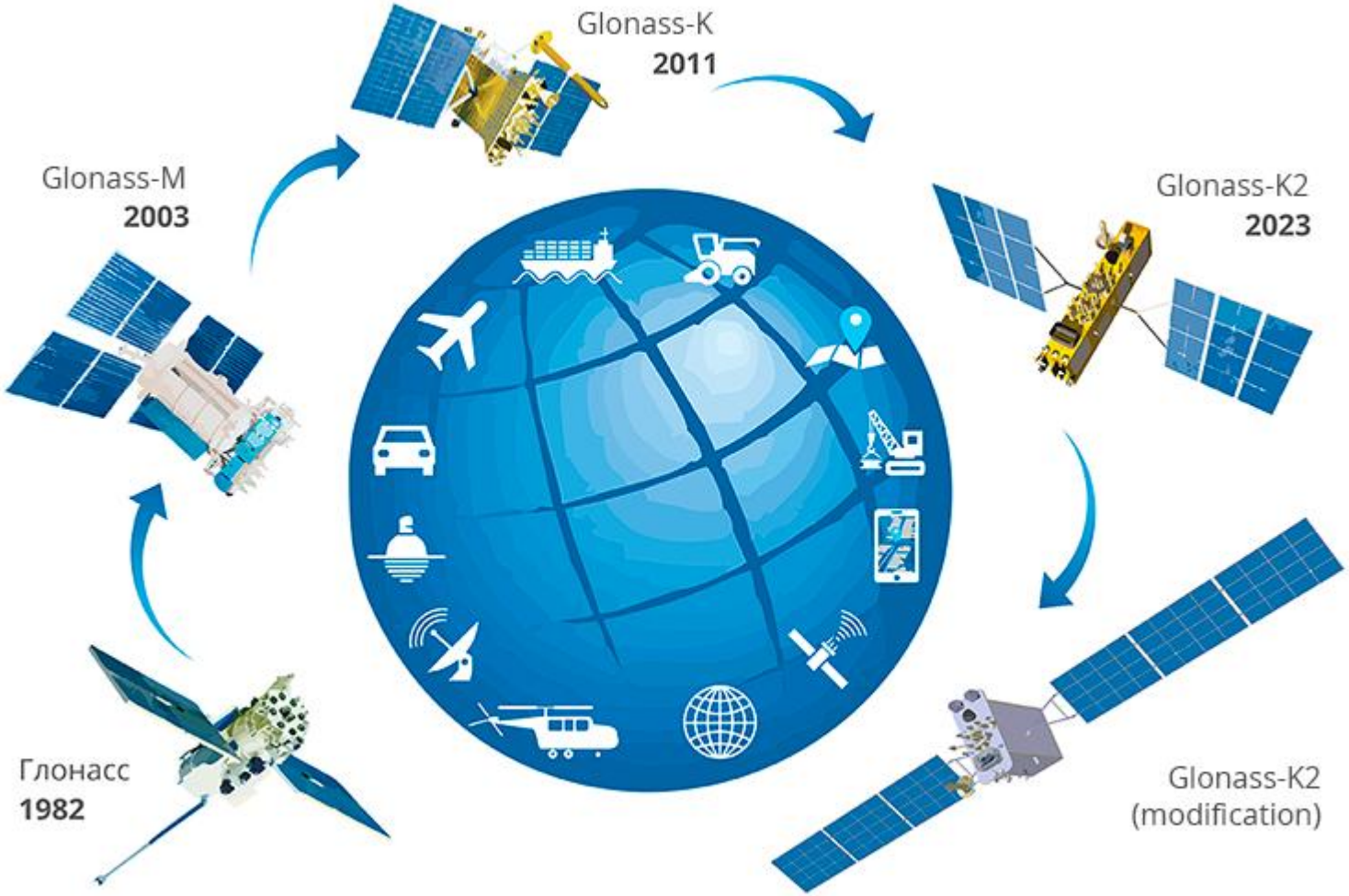
Osnovna arhitektura sistema za globalno pozicioniranje:

- kosmički segment,
- kontrolni segment,
- korisnički segment.



# GLONASS

- projekat SSSR-a,
- prva operativna pokrivenost: 1996. godina,
- pad ekonomije krajem 90-ih,
- FOC: decembar 2011. godine,
- web: https://glonass-iac.ru/

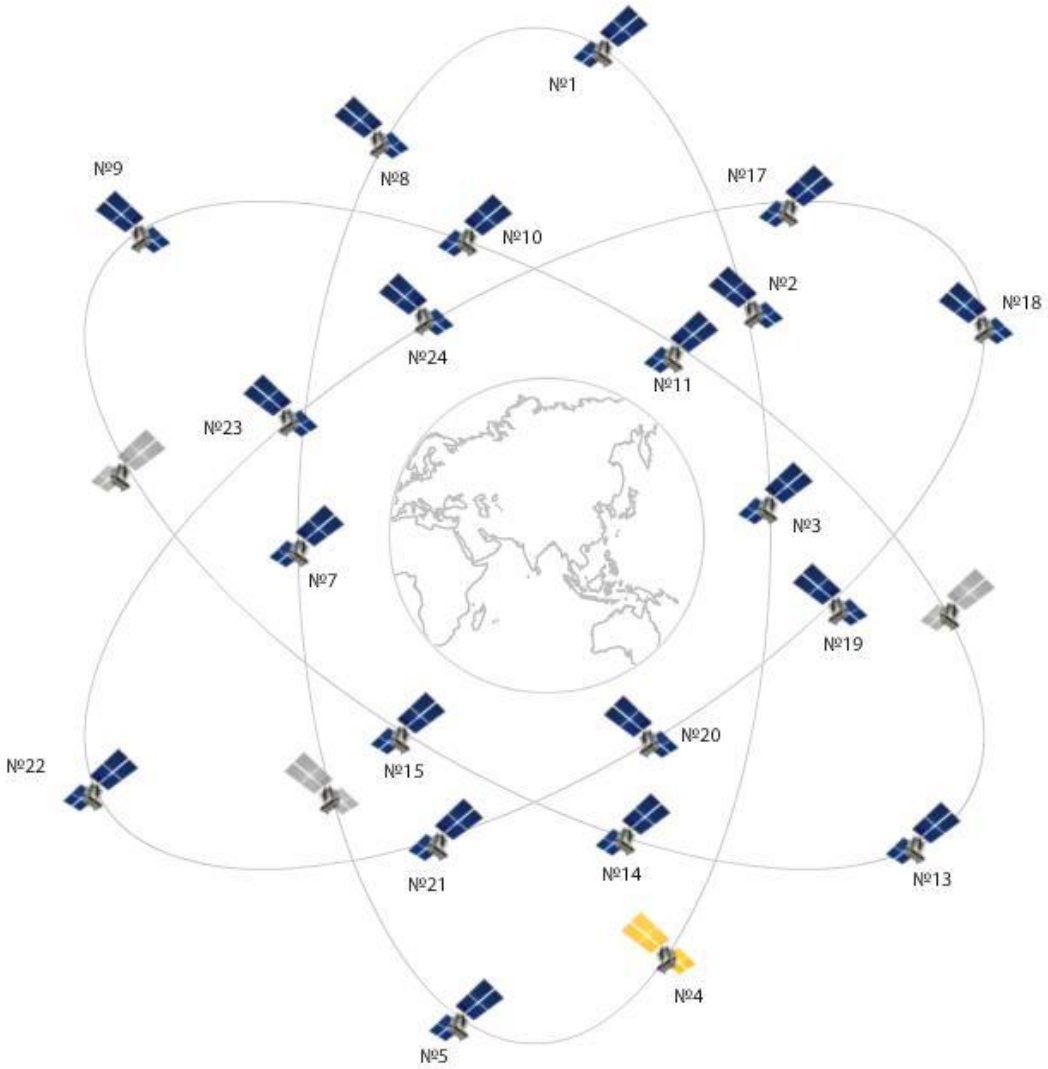


# Arhitektura sistema GLONASS

Kosmički segment:

- broj satelita - 24,
- broj orbitalnih ravni - 3,
- nagib orbitalnih ravni - 64.8°,
- visina orbita - 19100 km,
- poluprečnik orbita - 25510 km,
- period obilaska oko Zemlje - 11h 15min,

satelitska konstelacija →



# Struktura GLONASS signala

GLONASS sateliti emituju dva osnovna tipa signala:

- L1OF/L2OF – signali standardne preciznosti,
- L1SF/L2SF – visokoprecizni signali,

GLONASS sateliti koriste FDMA - Frequency Division Multiple Access (za razliku od GPS satelita i CDMA - Code Division Multiple Access) → svi sateliti emituju isti pseudoslučajni kod ali na različitim frekvencijama:

- L1 - $f_{L1} = 1602$ MHz + $n \cdot 0.5625$ MHz
- L2 - $f_{L2} = 1246$ MHz + $n \cdot 0.4375$ MHz

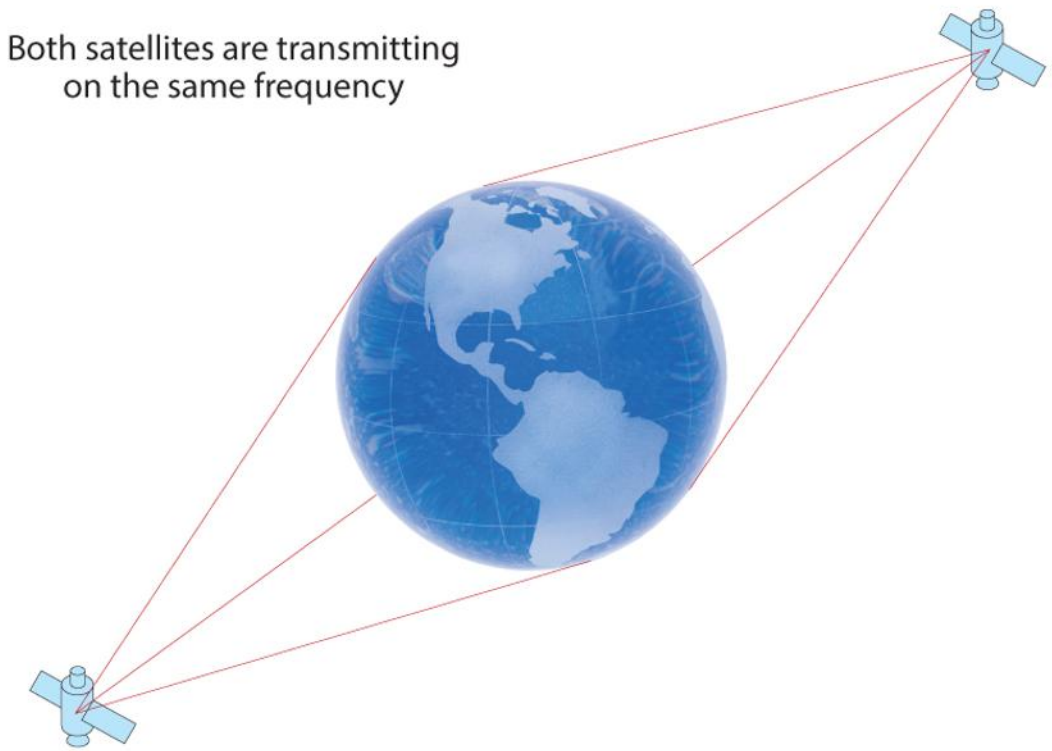
  pri čemu $n$ uzima vrednosti -7, 6, ..., 0, ..., 6;

# Struktura GLONASS signala

GLONASS sateliti koriste FDMA - Frequency Division Multiple Access (za razliku od GPS satelita i CDMA - Code Division Multiple Access) → svi sateliti emituju isti pseudoslučajni kod ali na različitim frekvencijama:

- L1 - $f_{L1} = 1602$ MHz + $n \cdot 0.5625$ MHz
- L2 - $f_{L2} = 1246$ MHz + $n \cdot 0.4375$ MHz

pri čemu $n$ uzima vrednosti -7, 6, ..., 0, ..., 6;

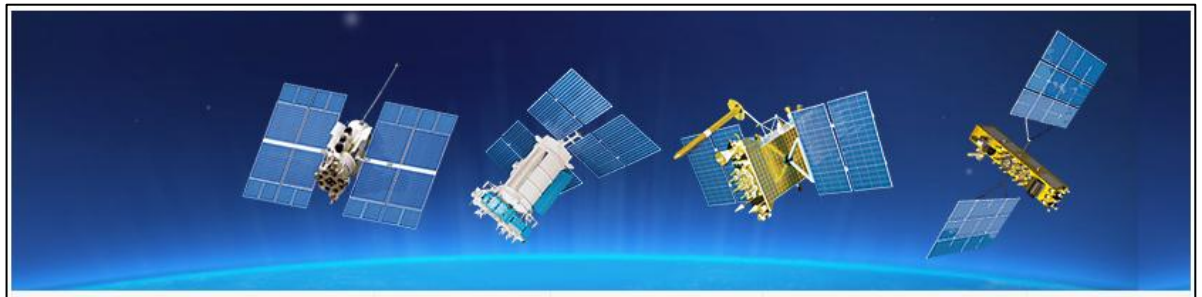


# Kosmički GLONASS segment

Dizajn GLONASS sistema:

- I generacija GLONASS satelita: kraći životni vek (3 godine), FDMA tehnologija;
- II generacija GLONASS satelita (GLONASS-M): duži životni vek (7 godina), uvođenje novih oscilatora, FDMA i CDMA tehnologija, lasersko merenje rastojanja;
- III generacija GLONASS satelita (GLONASS-K): životni vek 10 godina, nove generacije signala, FDMA i CDMA tehnologija;
- IV generacija GLONASS satelita (GLONASS-K2): u razvoju od 2017. godine;

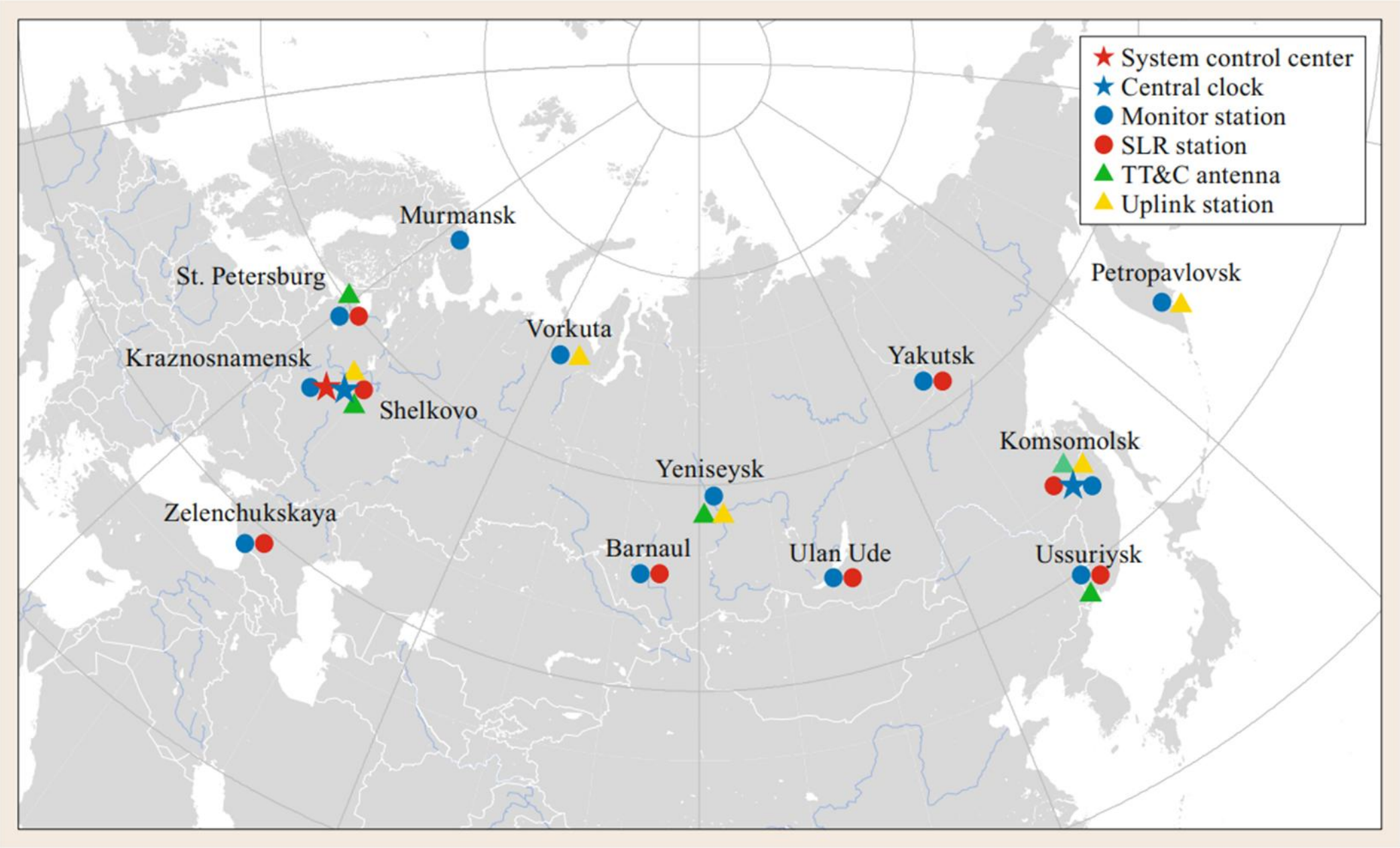
# Kosmički GLONASS segment



| Capabilities | Glonass | Glonass-M | Glonass-K | Glonass-K2 |
|---|---|---|---|---|
| Time of Deployment | 1982-2005 | 2003-2016 | 2011-2018 | 2017+ |
| Status | Decommissioned | In use | Design maturation based on in-orbit validation | In development |
| Nominal Orbit Parameters | Circular<br>Altitude - 19,100 km<br>Inclination - 64,8°<br>Period - 11 h 15 min 44 sec | | | |
| Number of Satellites in the Constellation (Used for Navigation) | 24 | | | |
| Number of Orbital Planes | 3 | | | |
| Number of Satellites in a Plane | 8 | | | |
| Launchers | Soyuz-2.1b, Proton-M | | | |
| Design Lifetime, years | 3.5 | 7 | 10 | 10 |
| Mass, kg | 1500 | 1415 | 935 | 1600 |
| Dimensions, m | | 2,71x3,05x2,71 | 2,53x3,01x1,43 | 2,53x6,01x1,43 |
| Power, W | | 1400 | 1270 | 4370 |
| Platform Design | Pressurized | Pressurized | Unpressurized | Unpressurized |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Clock Stability, as per Specification/ Observed | $5*10^{-13}$ / $1*10^{-13}$ | $1*10^{-13}$ / $5*10^{-14}$ | $1*10^{-13}$ / $5*10^{-14}$ | $1*10^{-14}$ / $5*10^{-15}$ |
| Signal Type | FDMA | FDMA (+CDMA for SVs 755-761) | FDMA and CDMA | FDMA and CDMA |
| Open Access Signals (for FDMA Signals Center Frequency Values are Provided) | L1OF (1602 MHz) | L1OF (1602 MHz)<br>L2OF (1246 MHz)<br>L3OC (1202 MHz) for SVs 755+ | L1OF (1602 MHz)<br>L2OF (1246 MHz)<br>L3OC (1202 MHz)<br>L2OC (1248 MHz) for SVs 17L+ | L1OF (1602 MHz)<br>L2OF (1246 MHz)<br>L1OC (1600 MHz)<br>L2OC (1248 MHz)<br>L3OC (1202 MHz) |
| Restricted Access Signals | L1SF (1592 MHz)<br>L2SF (1237 MHz) | L1SF (1592 MHz)<br>L2SF (1237 MHz) | L1SF (1592 MHz)<br>L2SF (1237 MHz)<br>L2SC (1248 MHz) for SVs 17L+ | L1SF (1592 MHz)<br>L2SF (1237 MHz)<br>L1SC (1600 MHz)<br>L2SC (1248 MHz) |
| Satellite Crosslinks:<br>RF<br>Laser | <br>—<br>— | <br>+<br>— | <br>+<br>— | <br>+<br>+ |
| Search and Rescue | — | — | + | + |

# Kontrolni GLONASS segment



# Referentni sistem PZ-90

**PZ-90** (Parametry Zemli 1990) je realizacija konvencionalnog terestričkog referentnog sistema (CTRS) koja predstavlja oficijelni terestrički referentni okvir GLONASS sistema.

- Geocentrična definicija
- ECEF (Earth-centered, Earth-fixed)

| Parametar | Vrednost |
|---|---|
| Velika poluosa elipsoida | 6 378 136 m |
| Spljoštenost elipsoida | 1/298.257 839 303 |
| Uglovna brzina rotacije Zemlje | $7\,292\,115 \cdot 10^{-11}$ rad/s |
| Geocentrična gravitaciona konstanta | $3\,986\,004.4 \cdot 10^{8}$ $m^3/s^2$ |

# GLONASS vreme

Vremenska skala: **GLONASS vreme**

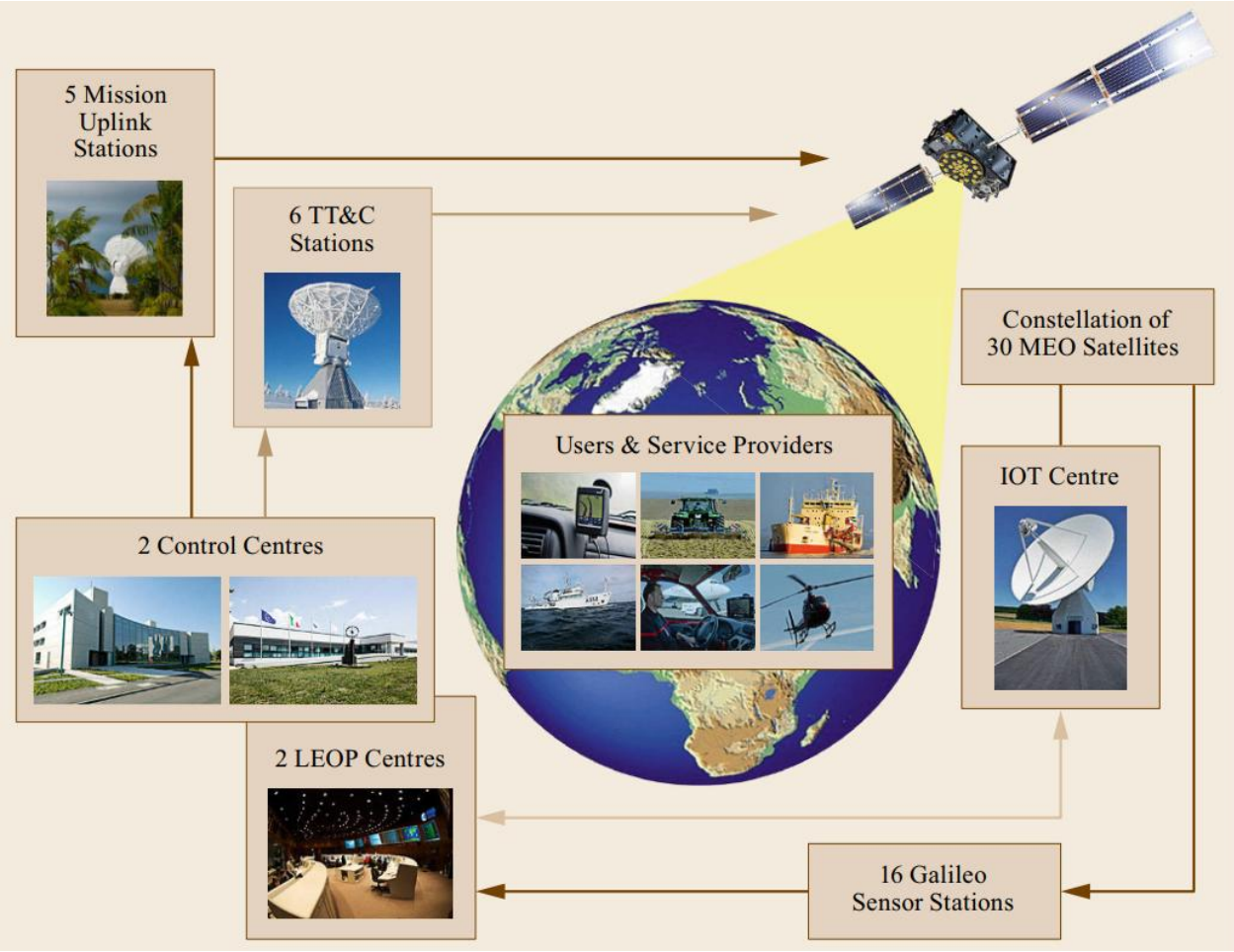
Veza sa UTC:

$$t_{UTC} = t_{GLO} + \tau_C - 3^h$$

- razlika vremena u Moskvi i GMT vremena – 3h,
- $\tau_C < 1$ ms,
- prestupne sekunde (kao UTC),
- vodonični mazeri za održavanje sinhronizacije,
- referentna epoha: 0h UTC, 01.01.1996. godine.

# GALILEO

- projekat Evropske unije (EU),
- organizacije: European Space Agency (ESA), European Commission (EC), European Union Agency for Space Programme (EUSPA)
- civilni GNSS,
- FOC: decembar 2018. godine,
- prvi sateliti: GIOVE (2005. i 2008. godina)
- web: https://www.esa.int/
  https://www.gsc-europa.eu/
  https://www.euspa.europa.eu

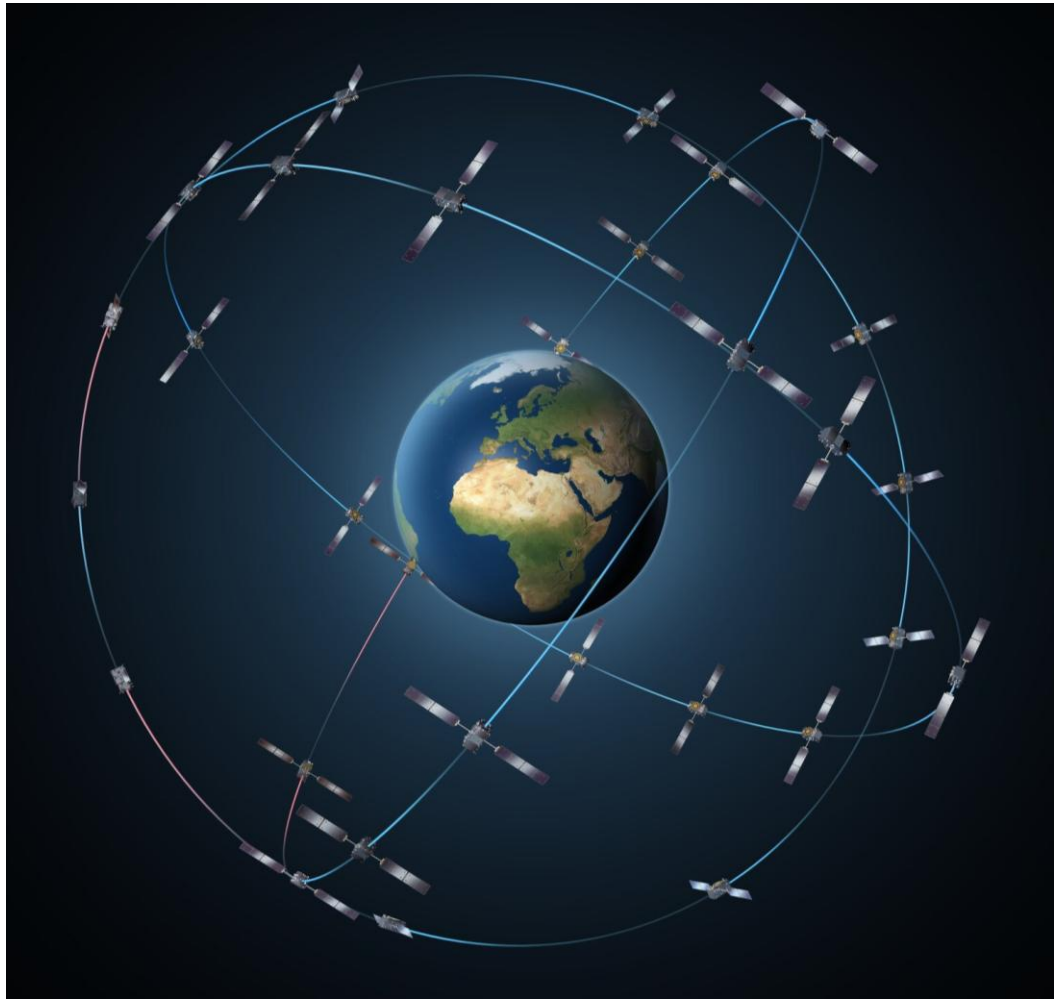


# Arhitektura sistema GALILEO

Kosmički segment:

- broj satelita - 24,
- broj orbitalnih ravni - 3,
- nagib orbitalnih ravni - 56°,
- visina orbita - 23222 km,
- poluprečnik orbita - 29600 km,
- period obilaska oko Zemlje - 14h 04min 42s,

satelitska konstelacija →



# Struktura GALILEO signala

GALILEO signali:

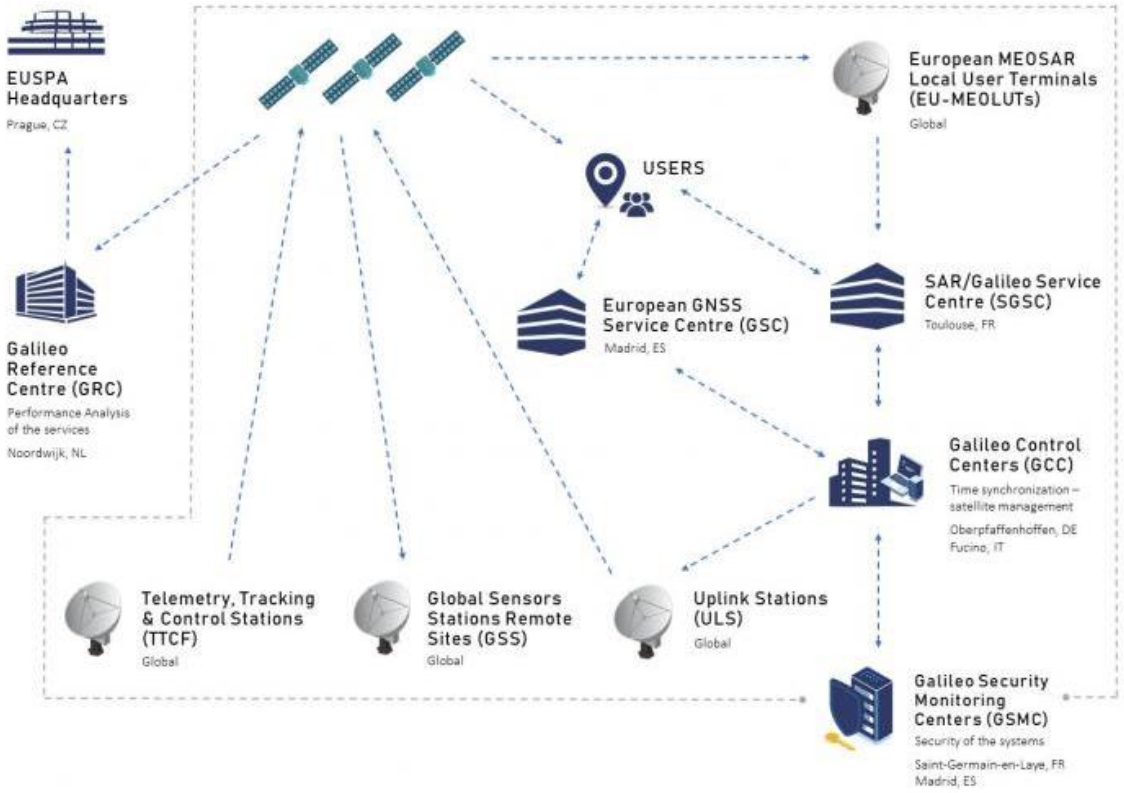
- CDMA
- tri frekvencije,
- signali E1 i E5 → usklađeni sa GPS signalima,

| Galileo signal | Carrier frequency (MHz) | Subband | Subband frequency (MHz) | Carrier aligned with |
|---|---|---|---|---|
| E1 | 1575.420 | n/a | n/a | GPS L1 C/A, L1C |
| E6 | 1278.750 | n/a | n/a | |
| E5 | 1191.795 | E5b | 1207.140 | |
| | | E5a | 1176.450 | GPS L5 |

# Procesiranje GALILEO signala

EUSPA
European Union Agency for the Space Programme

## Galileo Signal Processing




### EUSPA Headquarters

From its Prague headquarters, EUSPA manages the Galileo and EGNOS programmes, develops markets for Copernicus services and data, coordinates user-related aspects of the GOVSATCOM programme, and carries out work in various areas targeted at Security, Research and Development and increasing space's contribution to the EU Market. The Agency is also responsible for the security accreditation of all the components of the EU Space Programme.

### Galileo ILS Centre (GILSC)

The Galileo ILS Centre is the Galileo Central Warehouse, aimed to support an efficient spare part and repair provisioning service for Galileo ground infrastructure, and to hold the spare part stock for corrective and preventive maintenance, especially for the Remote Sites.

### Remote sites around the world

The Galileo Ground Mission Segment (GMS) consists of the Galileo Control Centres (GCC) in Italy and Germany and a worldwide network of ground stations, including Galileo Sensor Stations (GSS), which collect Galileo signal in space measurements, Galileo Uplink Stations (ULS), which distribute and uplink mission data to the Galileo constellation, Telemetry, Tracking & Control stations (TT&C), which collect and forward telemetry data generated by the Galileo satellites, and European MEOSAR Locator User Terminals (EU-MEOLUTS)

### Galileo Security Monitoring Centre (GSMC)

The Galileo Security Monitoring Centre (GSMC) undertakes Galileo Security Monitoring, which involves monitoring and taking action regarding security threats, security alerts and the operational status of system components. It acts as well as the interface to the PRS users.

### Galileo Control Centres (GCC)

The Galileo Control Centres - GCC-D Germany and GCC-I in Italy - operate and manage the Galileo constellation. The main mission of the GCC-D is to control the satellites in space, while GCC-I main mission is to be responsible for the overall navigation mission, but the centres are fully interchangeable.

### SAR/Galileo Service Centre (SGSC)

The SAR/Galileo Service Centre (SGSC) is operating SAR Ground Segment (SGS) and Return Link Service Facility (RLSP) contributing to Forward and Return Link Services. This centre monitors SAR/Galileo Service and acts as the main interface towards SAR users.

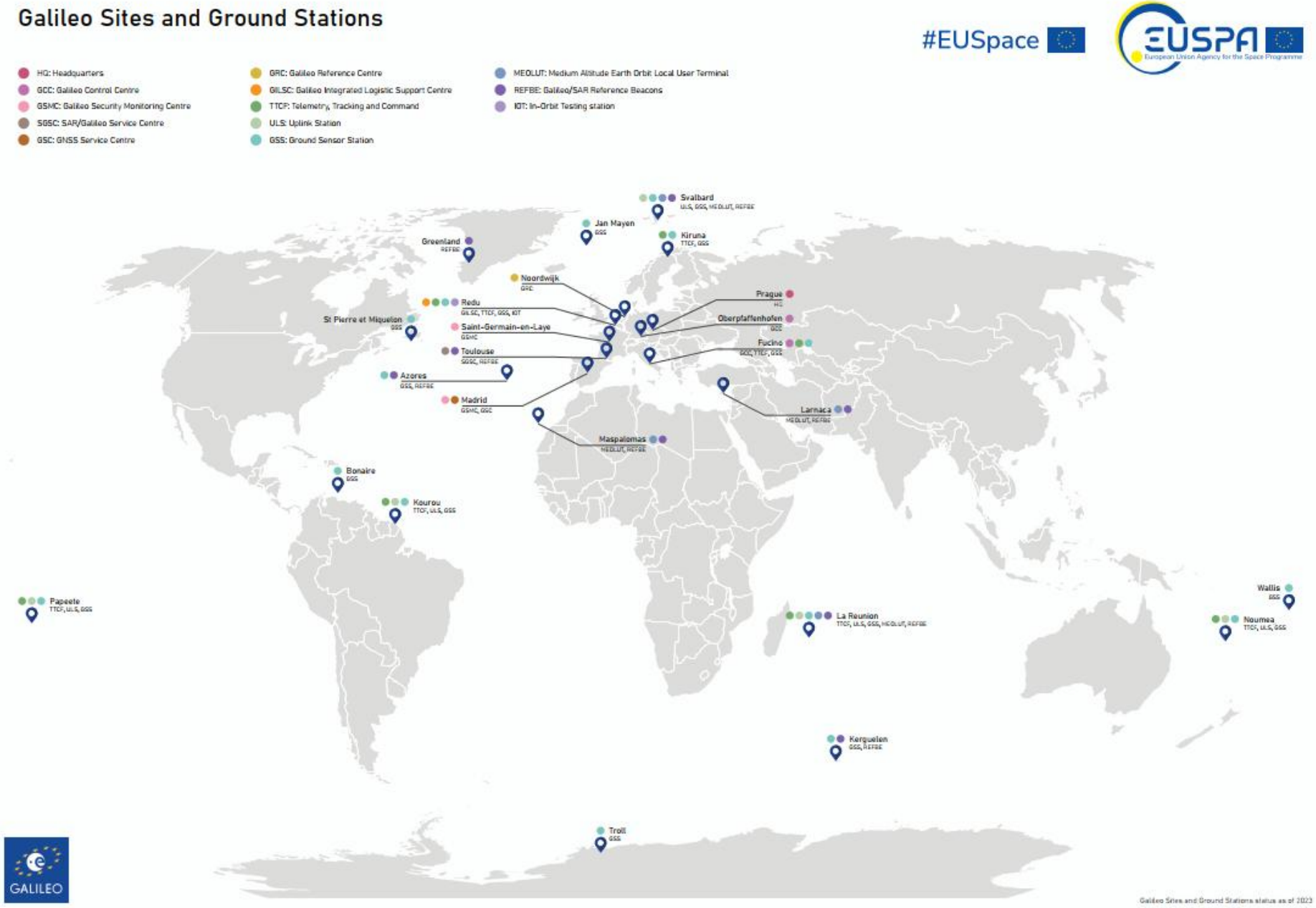
### Galileo Reference Centre (GRC)

The Galileo Reference Centre (GRC) monitors, assesses and reports on all GNSS's performance and provides EUSPA with an independent means of evaluating the quality of the signals in space and the performance of the Galileo Service.

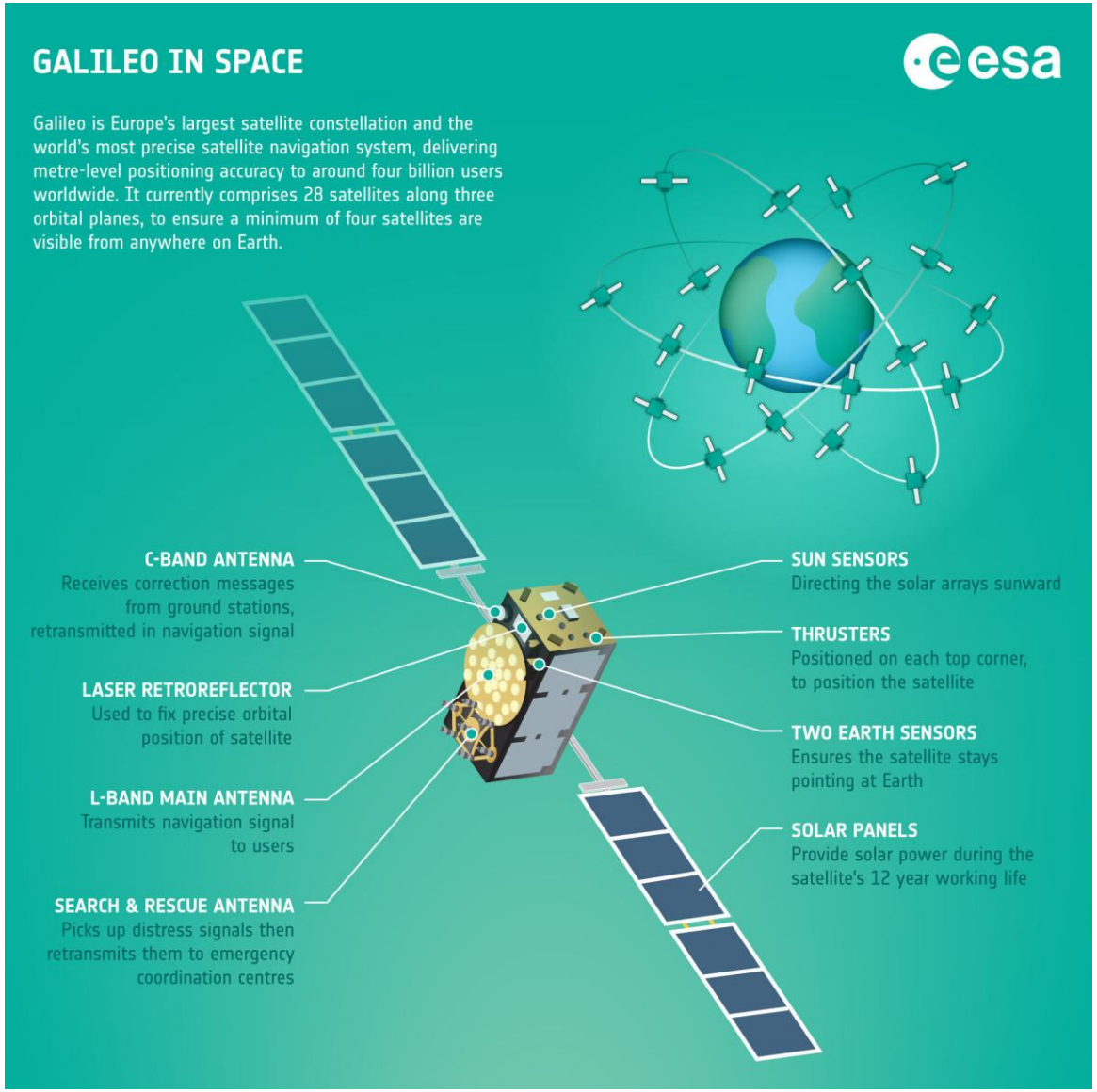
### European GNSS Service Centre (GSC)

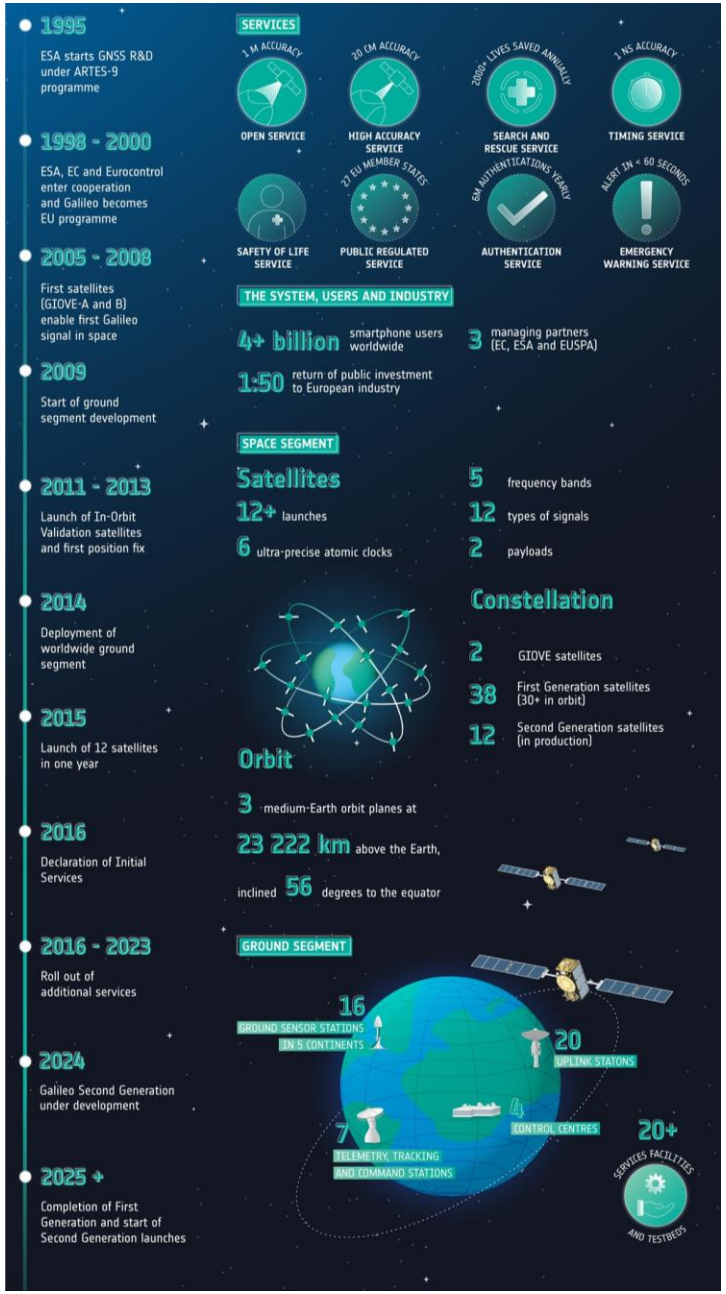
The European GNSS Service Centre (GSC) provides the single interface between the Galileo system and the users of the Galileo services (OS/OSNMA/HAS) and contributes to SAR/Galileo service. Its mission is to provide general information and expertise, performance assessment, GNSS data, Service Notifications and support Galileo services provision.

# Kontrolni GALILEO segment

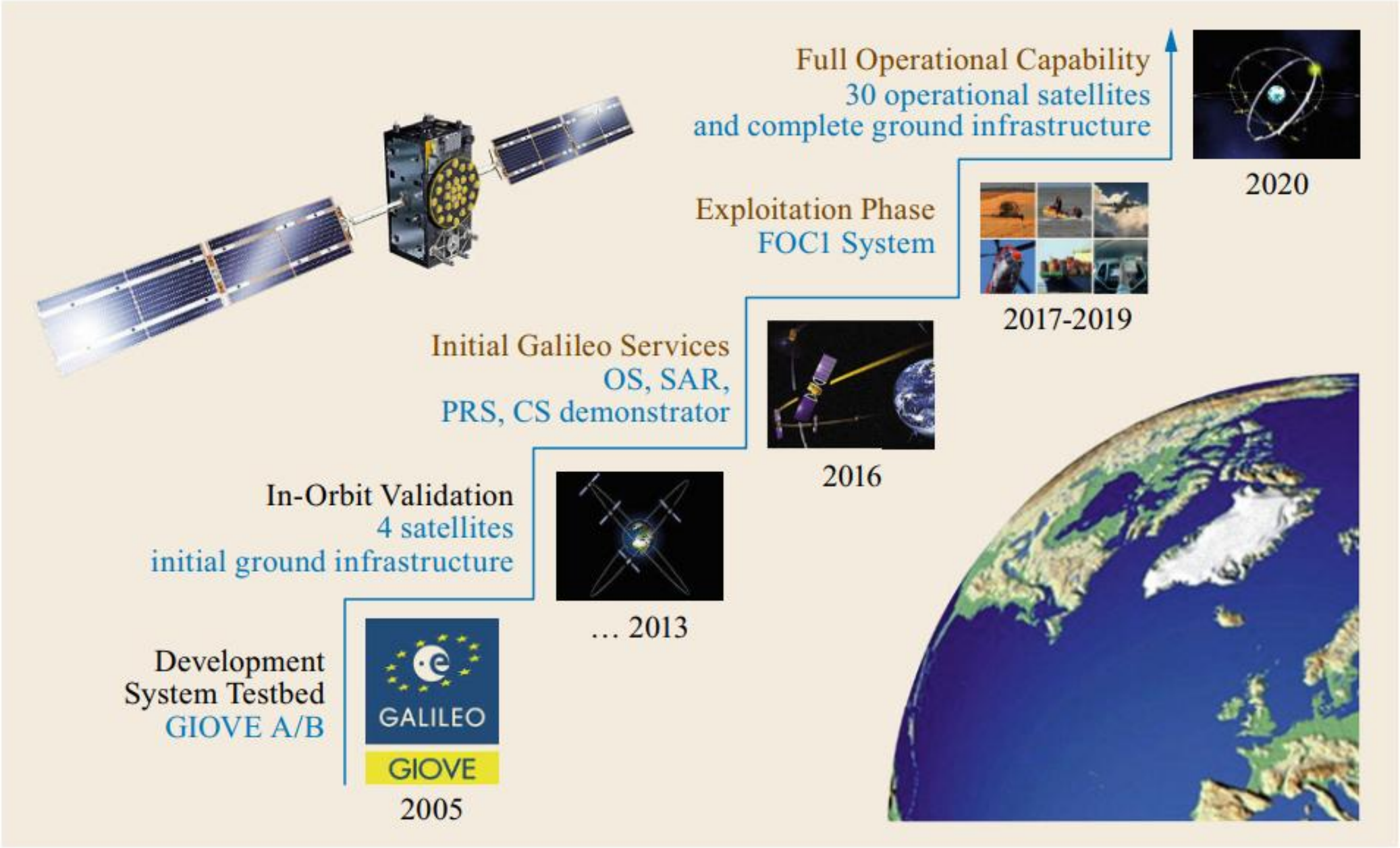


# Razvoj GALILEO sistema



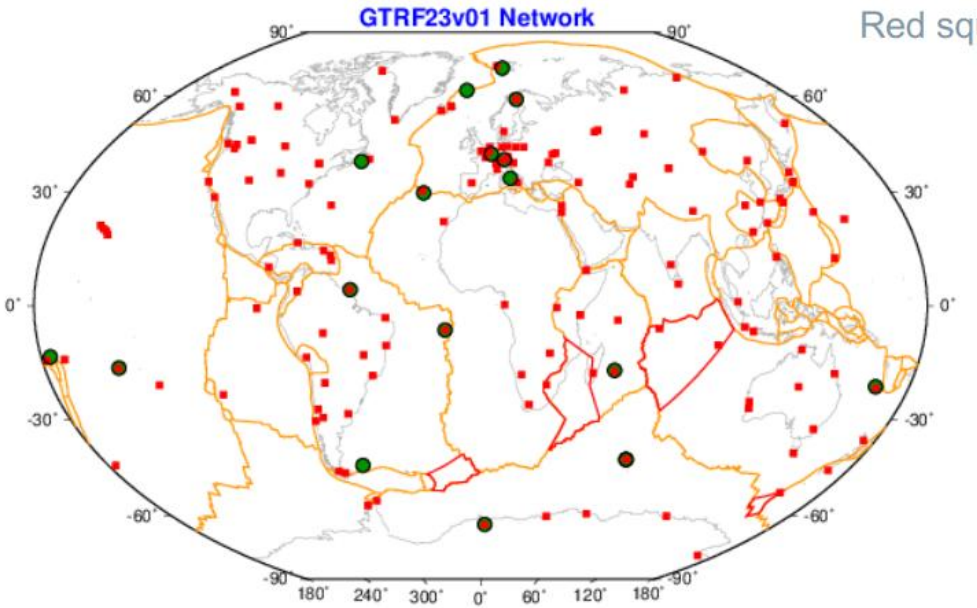
# Razvoj GALILEO sistema



# Referentni sistem GTRF

**GTRF** (Galileo Terrestrial Reference Frame) je visoko-precizna realizacija ITRS-a koja predstavlja oficijelni terestrički referentni okvir GALILEO sistema.

- usaglašavanje sa ITRF-om,
- razlike reda veličine <3 cm,
- aktuelna realizacija: GTRF23v01.




Red squares: ITRF/IGS stations

The latest GTRF23v01 is:

- aligned to ITRF2020, is applicable since 05 May 2023
- obtained by a rigorous stacking of 648 weekly GTRF combined solutions
- using minimum constraints approach over a set of 90 IGS/ITRF stations

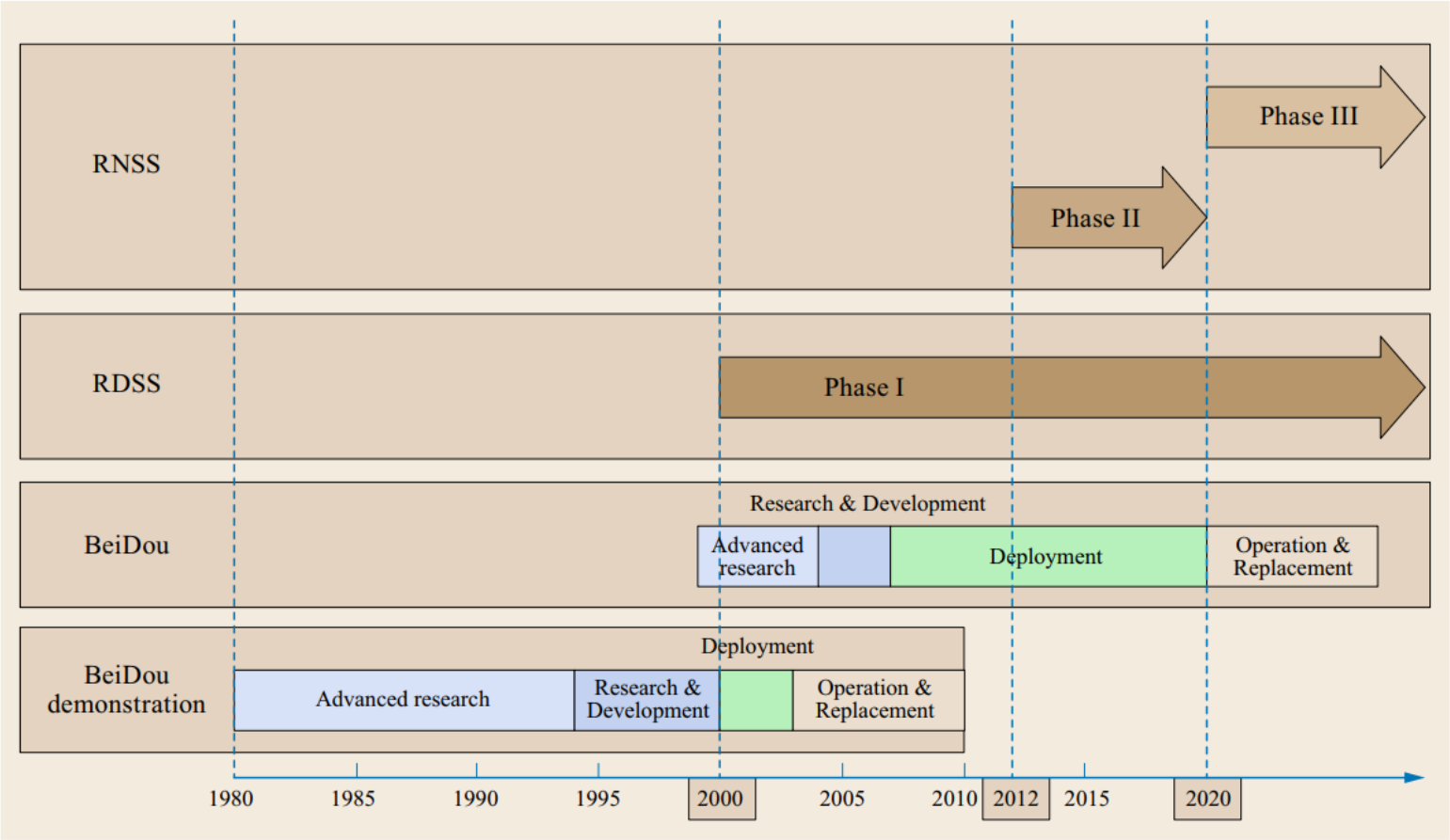
# GALILEO vreme

Vremenska skala: **GALILEO vreme (Galileo System Time - GST)**

- sinhronizovana sa TAI (sa ofsetom od 19 s),
- $\tau < 50$ ns,
- nema prestupnih sekundi (kao GPST),
- GST referentna epoha: 0h UTC, 22.09.1999. godine.

# BEIDOU (COMPASS)

- projekat Kine,
- razvoj regionalnih sistema,
- razvoj globalnih sistema,
- početak razvoja: 1980-ih godina,
- FOC: 31.07.2020. godine,
- web: [http://en.beidou.gov.cn/](http://en.beidou.gov.cn/)



# Razvoj BEIDOU sistema

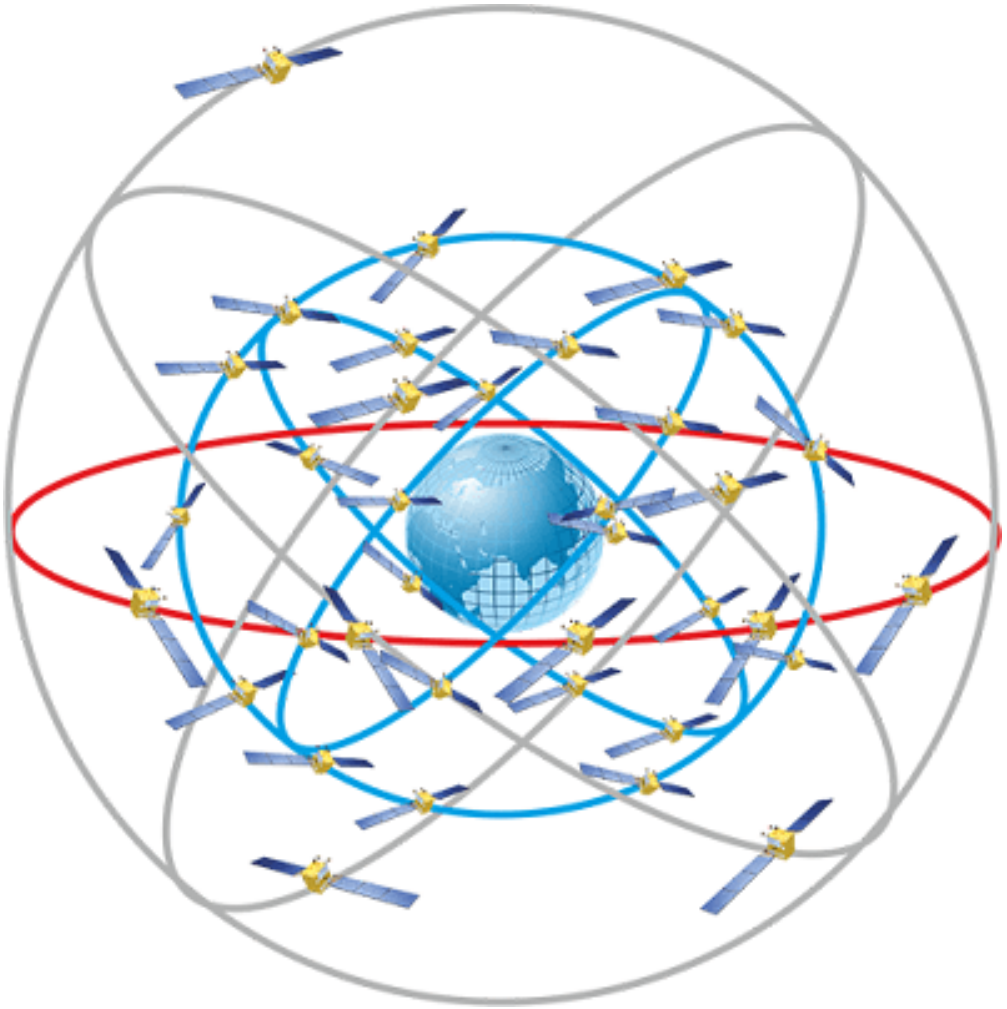
| Service Types | | Signal(s)/Band(s) | Broadcast Satellites |
|---|---|---|---|
| Worldwide | Positioning, Navigation and Timing (RNSS) | B1I, B3I | 3GEO+3IGSO+24MEO |
| | | B1C, B2a, B2b | 3IGSO+24MEO |
| | Global Short Message Communication (GSMC) | Uplink: L<br>Downlink: GSMC-B2b | Uplink: 14MEO<br>Downlink:<br>3IGSO+24MEO |
| | International Search And Rescue (SAR) | Uplink: UHF<br>Downlink: SAR-B2b | Uplink: 6MEO<br>Downlink:<br>3IGSO+24MEO |
| China and Surrounding Areas | Satellite-based Augmentation System (SBAS) | BDSBAS-B1C, BDSBAS-B2a | 3GEO |
| | Ground Augmentation System (GAS) | 2G, 3G, 4G, 5G | Mobile communication networks, Internet |
| | Precise Point Positioning (PPP) | PPP-B2b | 3GEO |
| | Regional Short Message Communication (RSMC) | Uplink: L<br>Downlink: S | 3GEO |
| Note: China and surrounding areas means 75°E to 135 °E, 10°N to 55°N | | | |

# Arhitektura sistema BEIDOU

Kosmički segment:

- broj satelita – 30 (3 GEO, 3 IGSO, 24 MEO),
  - Geostationary Orbit - GEO: 80°E, 110.5°E, 150°E;
  - Inclined Geosynchronous Orbit - IGEO;
- broj orbitalnih ravni – 7 (1 GEO, 3 IGSO, 3 MEO),
- nagib orbitalnih ravni - 55° (MEO i IGSO), 0° (GSO),
- period obilaska (MEO): 12h 53min 24s,
- visina orbita:
  - GEO i IGSO: 35800 km,
  - MEO: 21500 km

satelitska konstelacija →



# Struktura BEIDOU signala

BEIDOU signali:

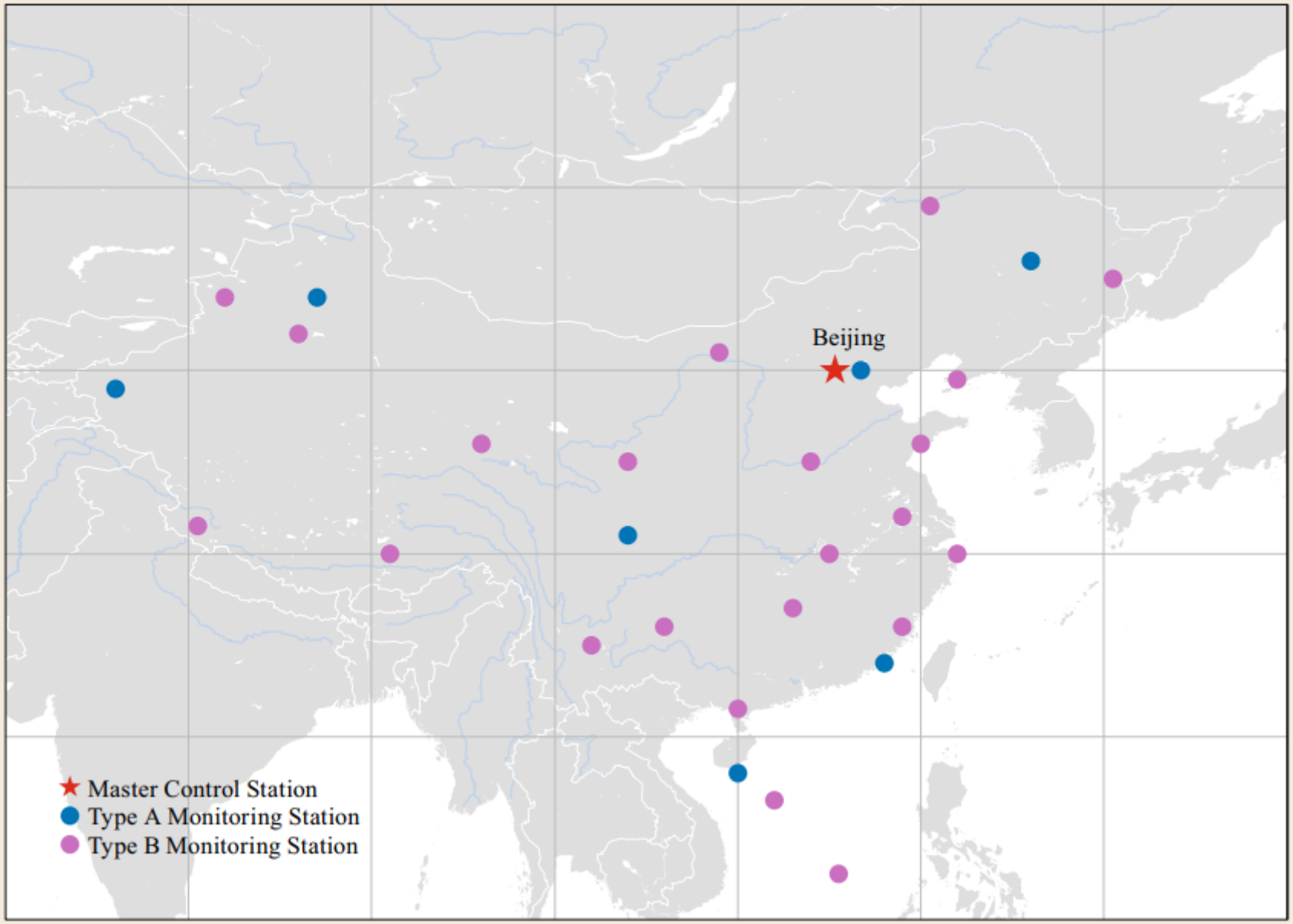
- CDMA,
- tri frekvencije,
- usklađeni sa GPS signalima,

| Band | Frequency (MHz) | Signal | Modulation | Service |
|---|---|---|---|---|
| B1 | 1561.098 | B1-I | BPSK(2) | Open |
| | | B1-Q | BPSK(2) | Authorized |
| B2 | 1207.14 | B2-I | BPSK(2) | Open |
| | | B2-Q | BPSK(10) | Authorized |
| B3 | 1268.52 | B3-I | BPSK(10) | Authorized |
| | | B3-Q | BPSK(10) | Authorized |

# Kosmički BEIDOU segment

| Characteristics | GEO and IGSO Satellites | MEO Satellites |
|---|---|---|
| Prime | Chinese Academy of Space Technology | Chinese Academy of Space Technology |
| Satellite Platform | DFH -3/3B | DFH - 3B |
| Lifetime | ~15 Years | ~12 Years |
| Weight | 828 kg | 1615 kg |
| Signals | B1 (Open and authorized access)<br>B2 (open access)<br>B3 (authorized access) | B1 (open and authorized access)<br>B2 (open access)<br>B3 (authorized access) |
| Onboard Atomic Frequency Standard | 2Rb | 2Rb |
| Additional Capabilities | Laser Relflectors<br>Cosmic ray registration | Laser reflectors<br>Cosmic ray registration |

# Kontrolni BEIDOU segment



# Referentni sistem BDCS

**BDCS** (BeiDou Coordinate System) je realizacija konvencionalnog terestričkog referentnog sistema (CTRS) koja predstavlja oficijelni terestrički referentni okvir BEIDOU sistema.

- Usaglašenost sa ITRF,
- Usaglašenost sa China Geodetic Coordinate System 2000(CGCS2000),

| No. | Parameter | Definition |
|---|---|---|
| 1 | Semi-major axis | a=6378137.0 m |
| 2 | Geocentric gravitational constant | $\mu=3.986004418\times10^{14}$ $m^3/s^2$ |
| 3 | Flattening | f=1/298.257222101 |
| 4 | Earth's rotation rate | $\dot{\Omega}_e=7.2921150\times10^{-5}$ rad/s |

# BEIDOU vreme

Vremenska skala: **BeiDou vreme (BeiDou System Time - BST)**

- sinhronizovana sa TAI (sa ofsetom od 33 s),
- $\tau < 100$ ns,
- nema prestupnih sekundi (kao GPST i GST),
- GST referentna epoha: 0h UTC, 01.01.2006. godine.

# Rekapitulacija

- NAVSTAR GPS: World Geodetic System 1984 (WGS84) GPS Time (GPST)
- GLONASS: Glonass Reference Frame (PZ-90) Glonass Time (GLNT)
- GALILEO: Galileo Reference Frame (GTRF) Galileo System Time (GST)
- BEIDOU: Beidou Reference Frame (CGCS2000) BeiDou System Time (BDT)

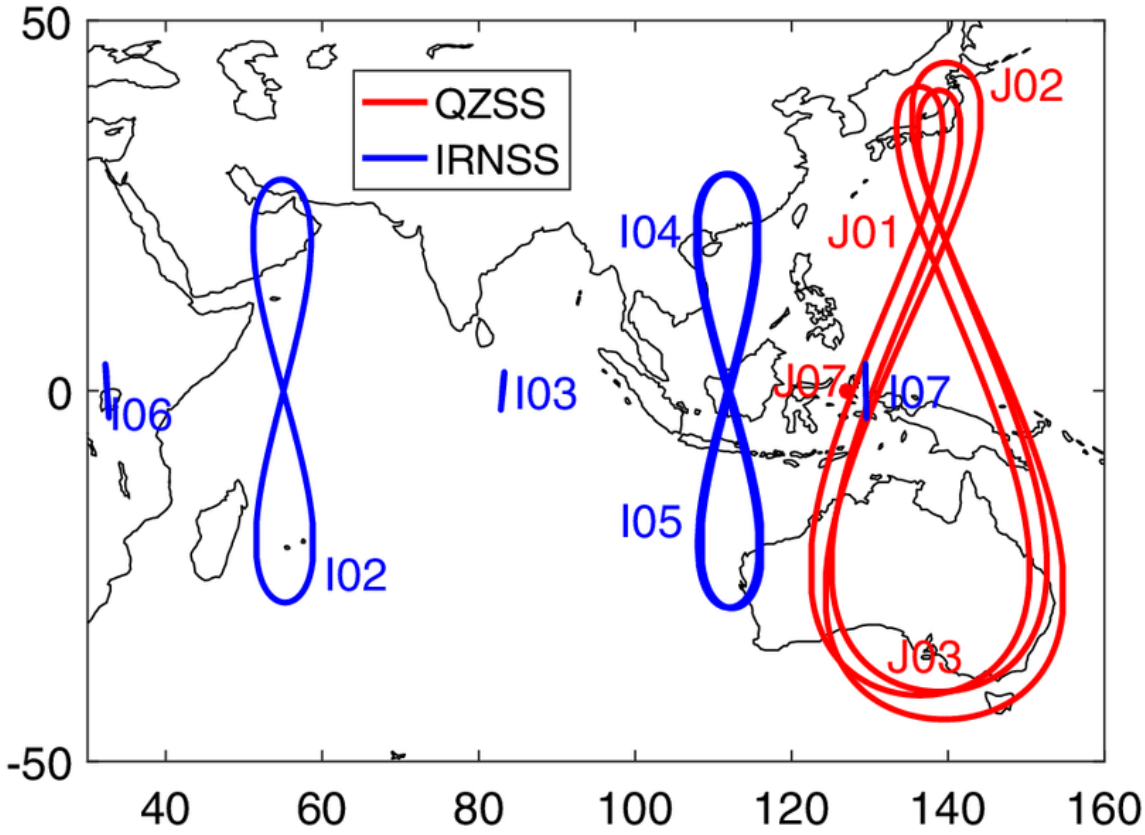
| GNSS | Reference frame |
|---|---|
| GPS | World Geodetic System 1984 (WGS84) |
| GLONASS | Parametry Zemli 1990 (PZ-90) |
| Galileo | Galileo Terrestrial Reference Frame (GTRF) |
| BeiDou | China Geodetic Coordinate System 2000 (CGCS2000) |
| QZSS | Japanese Geodetic System (JGS) |
| IRNSS | World Geodetic System 1984 (WGS84) |

| | | |
|---|---|---|
| UTC – GPST | $0\,\mathrm{h} - n + 19\,\mathrm{s} + C_0$ | GPS Time (GPST) is steered to UTC(USNO), $C_0$ is required to be less than 1 μs but is typically less than 20 ns |
| UTC – GLST | $-3\,\mathrm{h} + 0\,\mathrm{s} + C_1$ | GLONASST (GLONASS Time) is steered to UTC(SU) including leap seconds. $C_1$ is required to be less than 1 ms. Note that GLONASST is offset from UTC by –3 hours corresponding to the offset of Moscow local time from the Greenwich meridian. |
| UTC – GST | $0\,\mathrm{h} - n + 19\,\mathrm{s} + C_2$ | Galileo Time (GST) is steered to a set of European Union UTC(k) realization and $C_2$ is nominally less than 50 ns. |
| UTC – BDT | $0\,\mathrm{h} - n + 33\,\mathrm{s} + C_3$ | BeiDou Time (BDT) is steered to UTC(NTSC) and $C_3$ is specified to be maintained less than 100 ns. |

# Regionalni navigacioni satelitski sistemi

Regionalni sistemi:

- Quasi-Zenith Satellite System – QZSS (Japan),
- Indian Regional Navigation Satellite System – IRNSS (Indija) (operativno ime NAVIC - Navigation with Indian Constellation).



# Regionalni navigacioni satelitski sistemi

Koncept kosmičkog segmenta kod RNSS:

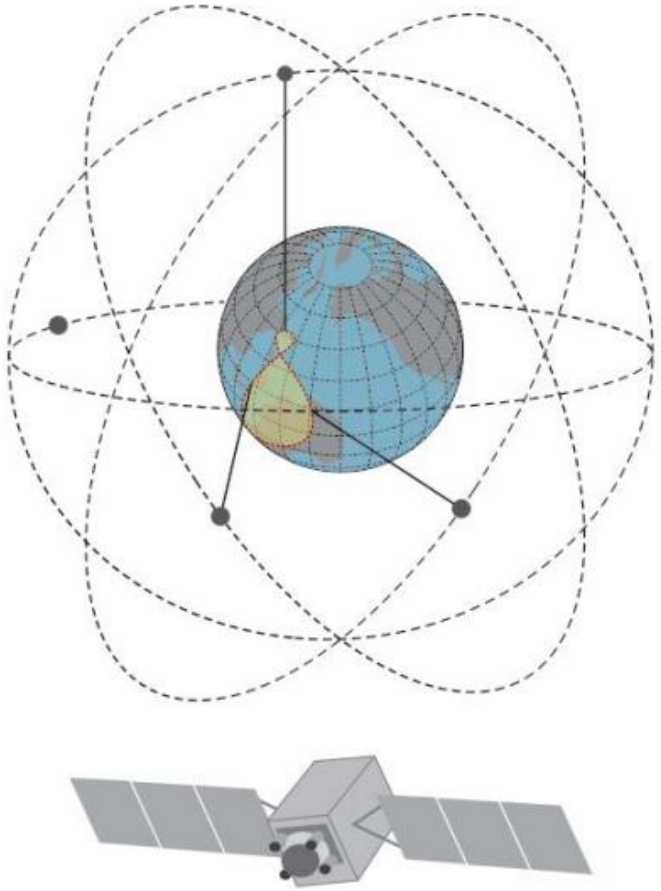
- satelitske orbite:
  - geostacionirane orbite (Geostationary Orbit - GEO);
  - nagnute geosinhrone orbite (Inclined Geosynchronous Orbit - IGEO);
  - jako eliptične orbite (Highly Elliptical Orbit - HEO);
- period obilaska:
  - period rotacije Zemlje,
  - poluperiod rotacije Zemlje.

# Sistem QZSS

Kosmički segment:

- broj satelita – 4 (1 GEO, 3 IGSO),
  - GEO: 80°E, 110.5°E, 150°E
- broj orbitalnih ravni – 4,
- nagib orbitalnih ravni - 43°,
- period obilaska: 23h 56min.

satelitska konstelacija →



Quasi-Zenith Satellite System (QZSS)

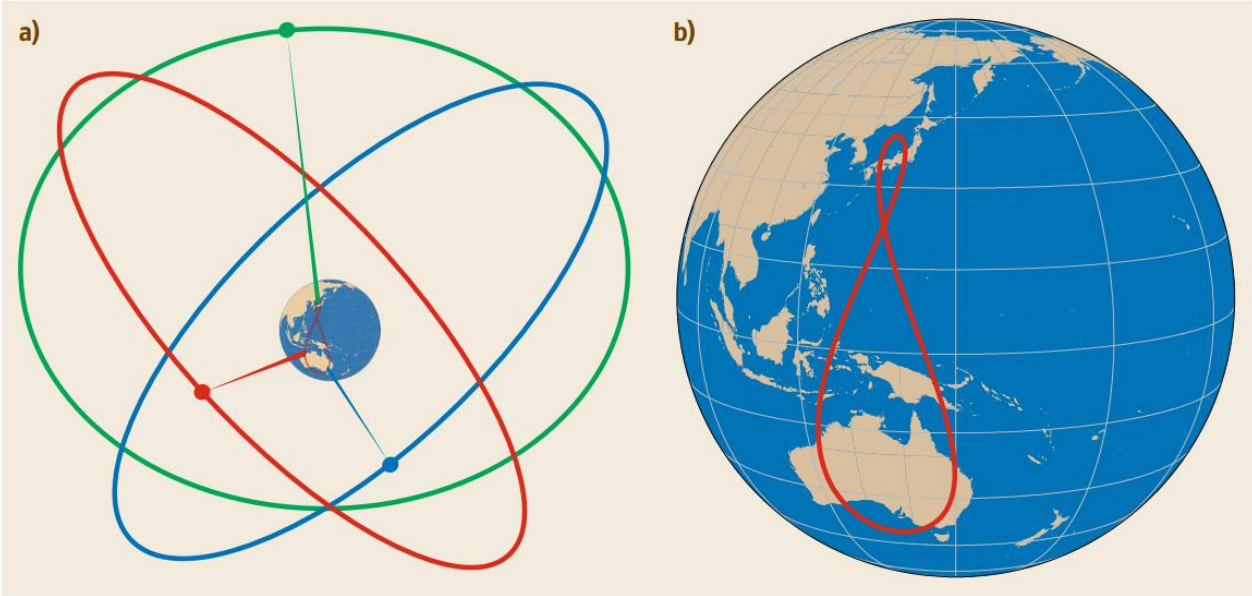
# Sistem QZSS

Kosmički segment:

- broj satelita – 4 (1 GEO, 3 IGSO),
  - GEO: 80°E, 110.5°E, 150°E
- broj orbitalnih ravni – 4,
- nagib orbitalnih ravni - 43°,
- period obilaska: 23h 56min.

| Element | Value |
|---|---|
| Semimajor axis $a$ | 42 164 km (average) |
| Eccentricity $e$ | $0.075 \pm 0.015$ |
| Orbital inclination $i$ | $43° \pm 4°$ |
| Argument of perigee $\omega$ | $270° \pm 2°$ |
| Central long. of ground track $\bar{\lambda}$ | $135° \pm 5°$ East |
| RAAN spacing $\Delta\Omega$ | 120° |

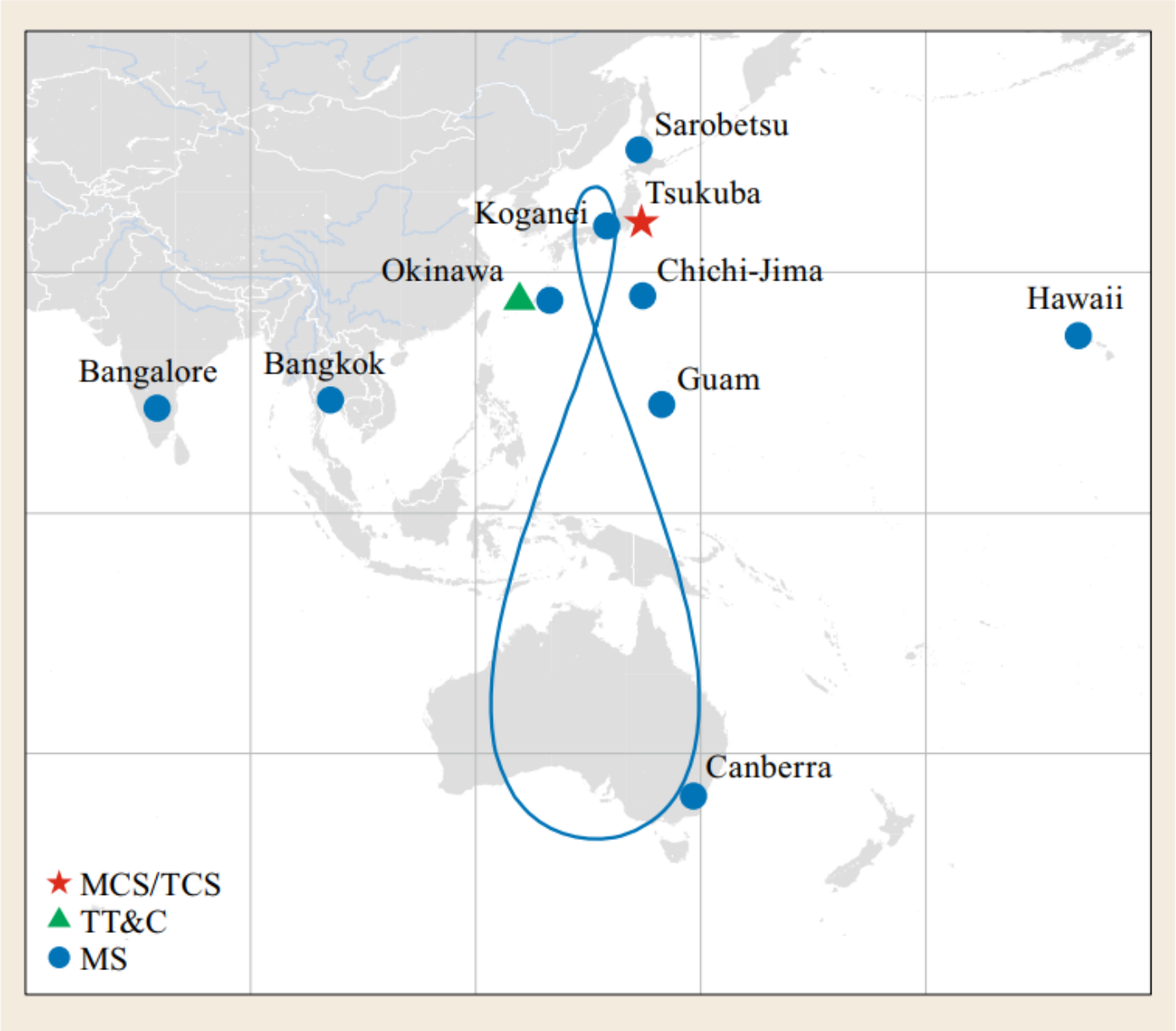
satelitska konstelacija →



# Sistem QZSS

Signali i kontrolni segment:

| Signal | Channel | Band | Center frequency (MHz) |
|---|---|---|---|
| L1-C/A | | L1 | 1575.42 |
| L1C | Data channel | L1 | 1575.42 |
| | Pilot channel | L1 | 1575.42 |
| L2C | Time multiplexed[a] | L2 | 1227.60 |
| L5 | I channel | L5 | 1176.45 |
| | Q channel | L5 | 1176.45 |
| L1-SAIF | | L1 | 1575.42 |
| LEX | Time multiplexed[a] | E6 | 1278.75 |



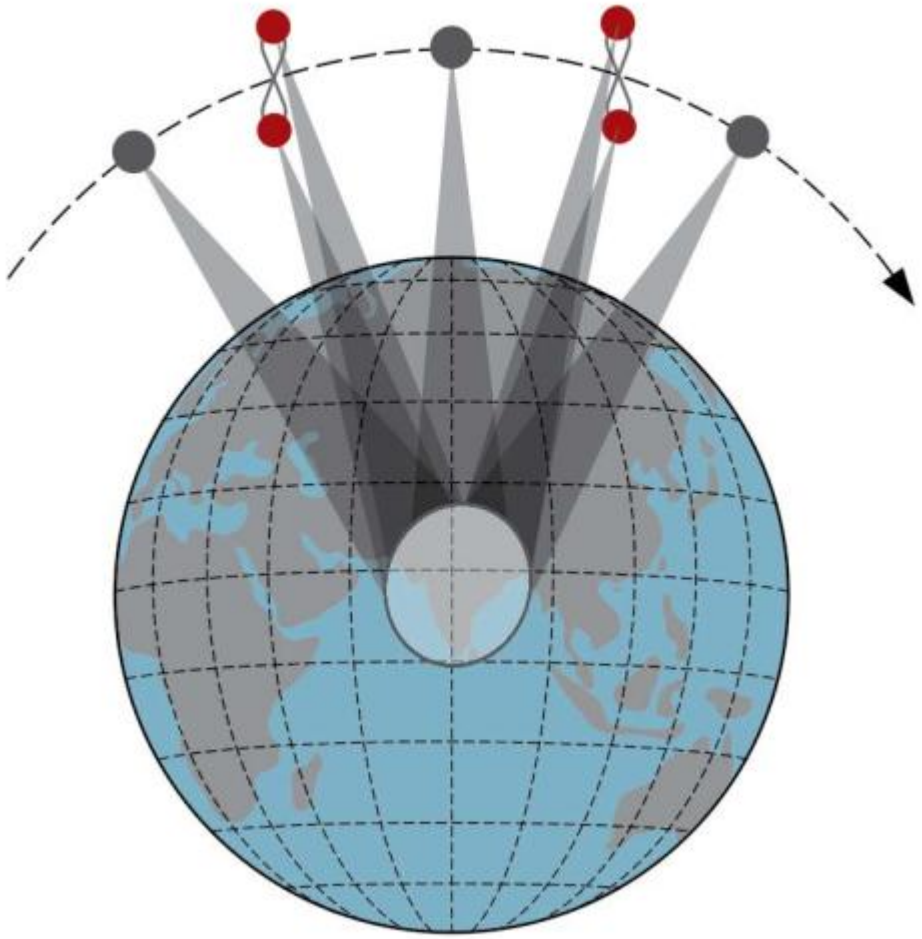
# Sistem IRNSS (NAVIC)

Kosmički segment:

- broj satelita – 8 (3 GEO, 5 IGSO),
- nagib orbitalnih ravni - <5° (GEO), 29° (GSO),

| Satellite | Long. | Inclin. | Launched |
|---|---|---|---|
| IRNSS-1A | 55.0° | 29° ± 2° | 1 July 2013 |
| IRNSS-1B | 55.0° | 29° ± 2° | 4 April 2014 |
| IRNSS-1C | 83.0° | < 5° | 15 October 2014 |
| IRNSS-1D | 111.75° | 29° ± 2° | 28 March 2015 |
| IRNSS-1E | 111.75° | 29° ± 2° | 20 January 2016 |
| IRNSS-1F | 32.5° | < 5° | 10 March 2016 |
| IRNSS-1G | 129.5° | < 5° | 28 April 2016 |
| IRNSS-1I | 55.0° | 29° ± 2° | 12 April 2018 |

satelitska konstelacija →

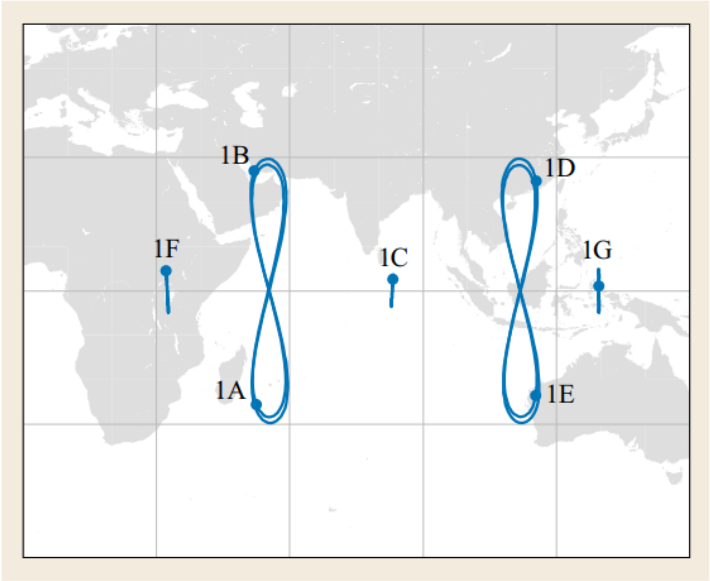


# Sistem IRNSS (NAVIC)

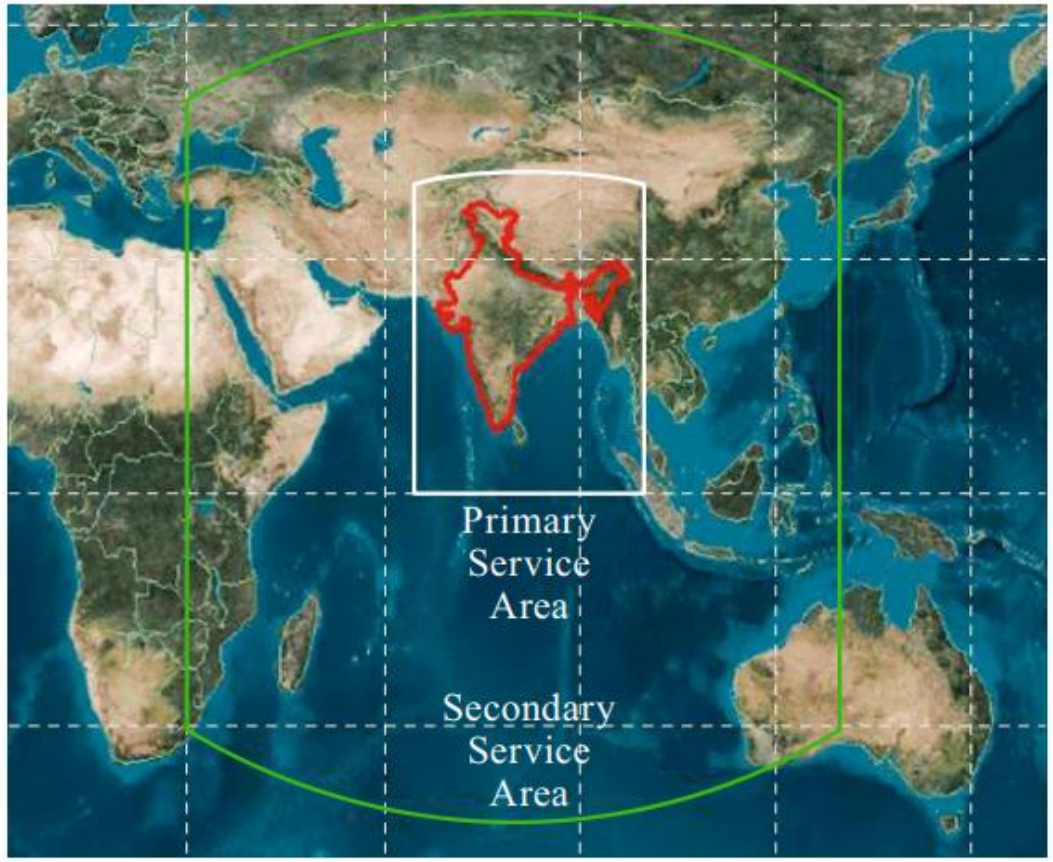
Signali:

| Signal | Carrier frequency (MHz) | Bandwidth (MHz) |
|---|---|---|
| L5 | 1176.450 | 24.0 (1164.45–1188.45) |
| S | 2492.028 | 16.5 (2483.50–2500.00) |

Trag kretanja satelita:

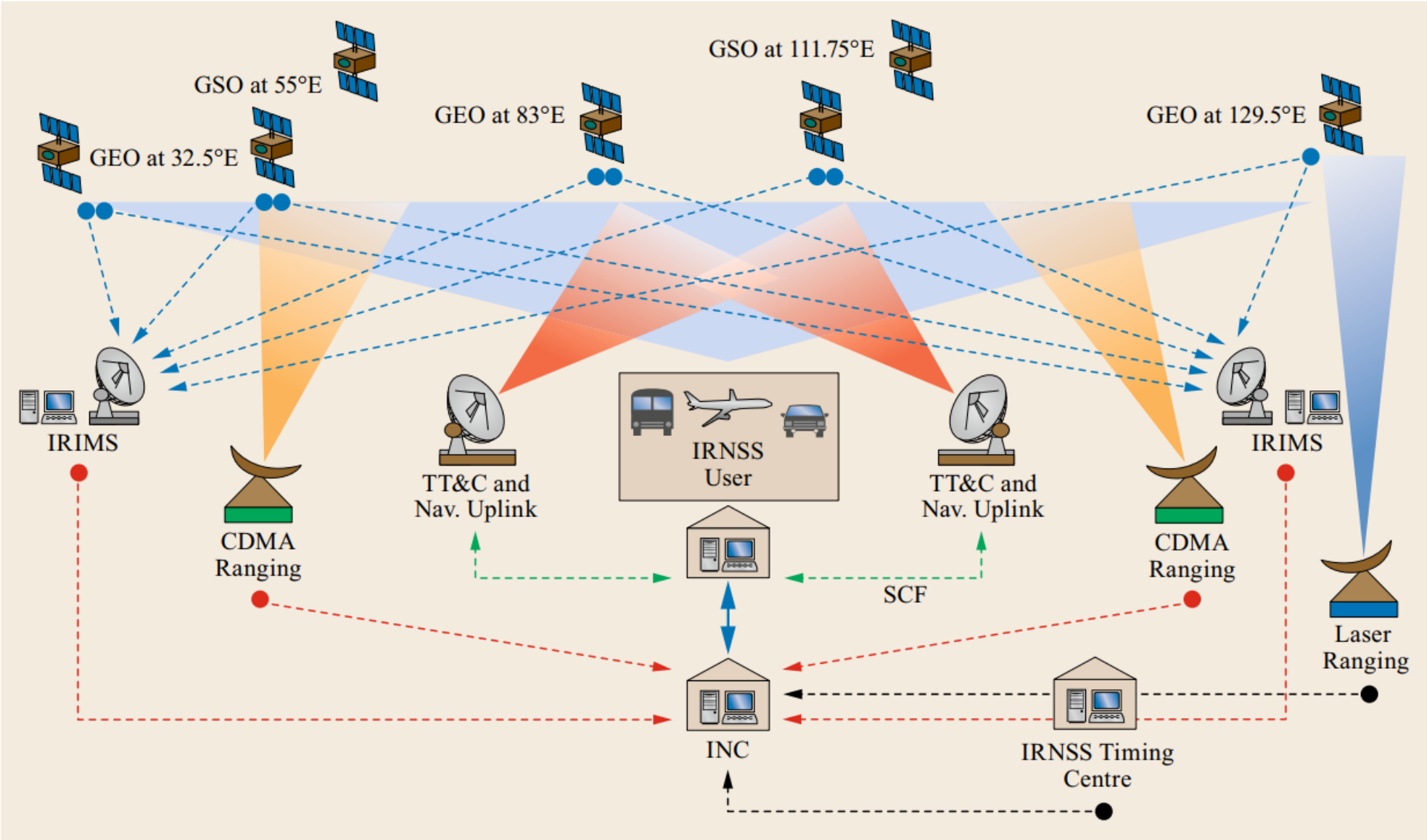



Pokrivenost:



# Sistem IRNSS (NAVIC)

Arhitektura sistema:



# Rekapitulacija

| System | GPS | GLONASS | BeiDou | Galileo | QZSS | IRNSS/NavIC |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Orbit | MEO | MEO | MEO, IGSO, GEO | MEO | IGSO, GEO | IGSO, GEO |
| Nominal number of satellites | 24 | 24 | 27, 3, 5 | 30 | 3, 1 | 4, 3 |
| Constellation | 6 planes 56° inclination | Walker (24/3/1) 64.8° inclination | Walker (24/3/1) 55° inclination | Walker (24/3/1) 56° inclination | IGSOs with 43° inclination | IGSOs with 29° inclination |
| Services | SPS, PPS | SPS, PPS | OS, AS, WADS, SMS | OS, CS, PRS | GCS, GAS, PRS, EWS, MCS | SPS, RS |
| Initial service | Dec 1993 | Sep 1993 | Dec 2012 | 2016/2017 (planned) | 2018 (planned) | 2016 (planned) |
| Origin | USA | Russia | China | Europe | Japan | India |
| Coverage | Global | Global | Global | Global | East Asia Oceania region | $-30° < \phi < 50°$ $30° < \lambda < 130°$ |
| Frequency (MHz) | L1 1575.42 L2 1227.60 L5 1176.45 | L1 1602.00 L2 1246.00 L3 1202.025 | B1 1561.098 B2 1207.14 B3 1268.52 | E1 1575.42 E5a 1176.45 E5b 1207.14 E6 1278.75 | L1 1575.42 L2 1227.60 L5 1176.45 E6 1278.75 | L5 1176.45 S 2492.028 |

SPS: Standard Positioning Service; PPS: Precise Positioning Service; OS: Open Service; AS: Authorized Service; WADS: Wide Area Differential Service; SMS: Short Message Service; CS: Commercial Service; PRS: Public Regulated Service; GCS: GPS Complementary Service; GAS: GPS Augmentation Service; EWS: Early Warning Service; MCS: Message Communications Service; PS: Precision Service; RS: Restricted Service

**Naziv predmeta:**

# TEORIJA SATELITSKOG POZICIONIRANJA

| | |
|---|---|
| Nivo studija: | Master akademske studije |
| Studijski program: | Geodezija |
| Modul: | Geodezija |
| Semestar: | I |


Predmetni nastavnik:
dr Dušan Petković, mast. inž. geodez.

Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu
Katedra za geodeziju i geoinformatiku


Školska godina: 2025/2026.