



Универзитет у Београду – Грађевински
факултет www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГЕОДЕЗИЈА И ГЕОИНФОРМАТИКА**

Модул: **ГЕОДЕЗИЈА**

Година/Семестар: **I година / 1 семестар**

Назив предмета (шифра): **Рачун изравнања – напредни курс (M2G1RI)**

Наставник: **Бранко Божић**

Наслов предавања: **АНАЛИЗА ПОМЕРАЊА ДЕФОРМАЦИОНЕ
СТРУКТУРЕ**

Датум : .2020.



Универзитет у Београду – Грађевински факултет
www.grf.bg.ac.rs

Студијски програм: **ГЕОДЕЗИЈА И ГЕОИНФОРМАТИКА**

Модул: **ГЕОДЕЗИЈА**

Година/Семестар: **I година / 1 семестар**

Назив предмета (шифра): **Рачун изравнања – напредни курс (M2G1RI)**

Наставник: **Бранко Божић**

Наслов предавања: **АНАЛИЗА ПОМЕРАЊА ДЕФОРМАЦИОНЕ СТРУКТУРЕ**

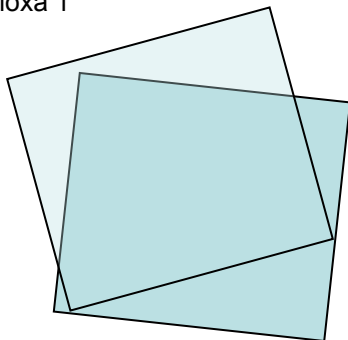
Датум : 2020.

САДРЖАЈ

- Увод у проблем
- Робустне методе
- Метода подударности
- Моделовање деформација

УВОД

Эпоха 1



Эпоха 2

1

$$\mathbf{l}_i + \mathbf{v}_i = \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{x}_i, \quad \mathbf{K}_i = \sigma_0 \cdot \mathbf{Q}_i, \quad \mathbf{P}_i = \mathbf{Q}_i^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_i} \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{l}_i, \quad \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{x}}_i} = s_{0_i}^2 \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_i}$$

$$s_{0_i}^2 = \frac{\mathbf{v}_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{v}_i}{\mathbf{f}_i}, \quad \mathbf{f}_i = \mathbf{n}_i - \mathbf{r}(\mathbf{A}_i)$$

2

$$\mathbf{H}_0 : \mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2 \Rightarrow \mathbf{H}^T \mathbf{x} = \mathbf{g}$$

$$\mathbf{H}^T = (\mathbf{I} : -\mathbf{I}); \quad \mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)^T, \quad \mathbf{g} = \mathbf{0}$$

3

$$s_0^2 = \frac{\mathbf{v}_1^T \mathbf{P}_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2^T \mathbf{P}_2 \mathbf{v}_2}{\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2} = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{\mathbf{f}}$$

4

$$\mathbf{q}_d = (\hat{\mathbf{x}}_1 - \hat{\mathbf{x}}_2)^T [(\mathbf{I} : -\mathbf{I})^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} (\mathbf{I} : -\mathbf{I})]^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_1 - \hat{\mathbf{x}}_2)$$

$$\mathbf{q}_d = (\hat{\mathbf{x}}_1 - \hat{\mathbf{x}}_2)^T (\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1} + \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2})^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_1 - \hat{\mathbf{x}}_2)$$

$$\mathbf{q}_d = \mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{d}$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{y_i} \\ d_{x_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{y}_{1i} - \hat{y}_{2i} \\ \hat{x}_{1i} - \hat{x}_{2i} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1} & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{[f_1 \cdot \hat{\sigma}_{01}^2 + f_2 \cdot \hat{\sigma}_{02}^2]}{f}$$

5

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{q}_d}{2 \cdot s_0^2} \sim F_{\alpha, 2, f}$$

РОБУСТНЕ МЕТОДЕ

Данска метода

М-оцена (Huber)

Метода најмањег апсолутног збира (*Least Absolute Sum - LAS*).

Трансформација сличности фигура са итеративним поступком промене тежина (*Iterative Weighted Similarity Transformation - IWST*)

$$\mathbf{d}^{k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{G}(\mathbf{G}^T \mathbf{W}^k \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{W}^k] \cdot \mathbf{d}^k = \mathbf{S}^k \cdot \mathbf{d}^k$$

$$\mathbf{G}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ y_1^0 & -x_1^0 & y_2^0 & -x_2^0 & \dots & y_m^0 & -x_m^0 \\ x_1^0 & y_1^0 & x_2^0 & y_2^0 & \dots & x_m^0 & y_m^0 \end{bmatrix}$$

Информација о
стабилности идентичне
тачке j

$$\left. \begin{array}{ll} \text{а) код IWST методе} & \Rightarrow \mathbf{w}^{(k)} = \text{diag} \left\{ \frac{1}{|d_i^{(k)}|} \right\} \\ \text{б) код LAS методе} & \Rightarrow \mathbf{w}^{(k)} = \text{diag} \left\{ \frac{1}{\sqrt{(dx_i^{(k)})^2 + (dy_i^{(k)})^2}} \right\} \end{array} \right\} \mathbf{T}_j = \frac{(d_j^{(k+1)})^T (\mathbf{Q}_{dj}^{(k+1)})^{-1} d_j^{(k+1)}}{2\hat{\sigma}_0^2} \sim F_{\alpha, 2, df}$$

МЕТОДА ПОДУДАРНОСТИ

- Трансформација вектора померања $\mathbf{d}$ и кофакторске матрице $\mathbf{Q}_d$ две епохе у јединствени датум;
- Идентификација значајности померања скупа заједничких тачака;
- Локализација померања појединачних тачака; и
- Дефинитивно тестирање величине деформација за сваку тачку.

Трансформација различитих епоха мерења у јединствен геодеТСки датум

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{S} \cdot \mathbf{d}$$

$$\mathbf{Q}_{d_1} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{Q}_d \cdot \mathbf{S}^T$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{I} - \mathbf{G} \cdot (\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \cdot \mathbf{W}$$

Матрица тежина (1 на дијагонали и нуле ван)

Идентификација значајности померања скупа заједничких тачака

$$\mathbf{T}_1 = \frac{\mathbf{d}'_1{}^T \mathbf{Q}'_{d_1} \mathbf{d}'_1}{h \hat{\sigma}_0^2} \sim F_{\alpha, h, f} \quad \longleftarrow \quad \text{ЗАЈЕДНИЧКЕ ТАЧКЕ}$$

Локализација померања појединачних тачака

$$\mathbf{T}_j = \frac{d'_{1j}{}^T \mathbf{Q}'_{d_{1j}}{}^{-1} d'_{1j}}{2 \hat{\sigma}_0^2} \quad \longleftarrow \quad \text{ПОЈЕДИНАЧНА ТАЧКА } j$$

- Тестирање значајности померања појединачне тачке
- $\mathbf{S}$ трансформација у нову рачунску базу
- Тестирање подударности групе преосталих тачака

МЕТОДА ПОДУДАРНОСТИ

Завршно тестирање деформација тестирањем појединачне тачке

$$\mathbf{T}_j = \frac{d_{2j}^T \mathbf{Q}_{\mathbf{d}_{2j}}^{-1} d_{2j}}{2\hat{\sigma}_0^2} \sim F_{\alpha, 2, f}$$

МОДЕЛОВАЊЕ ДЕФОРМАЦИЈА

Општи метод садржи три основна процеса:

- Прелиминарна идентификација модела деформације
- Оцена параметара трансформације
- Провера модела деформација и коначан избор најбољег модела

ПРЕЛИМИНАРНА ИДЕНТИФИКАЦИЈА МОДЕЛА ДЕФОРМАЦИЈЕ

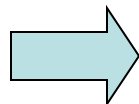
- Две компоненте померања крутог тела (a_0 и b_0),
- Параметар ротације у равни xu ($\omega_{(x,y)}$), и
- Две компоненте напрезања у правцима x,u оса (ε_x и ε_y) и напрезања у слободном правцу ($\varepsilon_{x,y}$).

МОДЕЛ ДЕФОРМАЦИЈЕ

Апроксимацијом померања објекта полиномским моделом -
линеаран модел

$$dx = a_0 + a_1 x + a_2 y$$

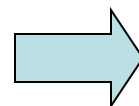
$$dy = b_0 + b_1 x + b_2 y$$



$$dx = a_0 + \varepsilon_x x + \varepsilon_{xy} y - \omega y$$

$$dy = b_0 + \varepsilon_{xy} x + \varepsilon_y y - \omega x$$

Модел деформација



$$\mathbf{d} = \mathbf{B}\hat{\mathbf{c}}$$

Матрични облик – игнорисан
фактор ротације

$$\begin{bmatrix} dx_i \\ dy_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_i & 0 & y_i \\ 0 & 1 & 0 & y_i & x_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

Параметри модела деформације

$$\hat{\mathbf{c}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{P}_d \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_d \mathbf{d}$$