3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

3.1 FUNKCIONALNI I STOHASTIČKI MODEL

Kada merene veličine stoje u nekim **matematičkim** odnosima, takva merenja nazivaju se "**uslovna merenja**", a postupak određivanja izravnatih vrednosti merenih veličina naziva se izravnanje po metodi uslovnih merenja ili kraće "**uslovno izravnanje**".

Uvek **rezultati merenih veličina** stoje u nekim **matematičkim odnosima**, koji zbog suvišnih merenja neće biti zadovoljeni.

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Izravnate vrednosti merenih veličina izražavaju se u funkciji merenih veličina

$$\hat{l}_i = l_i + \upsilon_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad (1)$$

gde su:

$\hat{l}_i$ izravnate vrednosti merenih veličina

l_i vrednosti merenih veličina

υ_i popravke merenih veličina

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Ako u rešavanju određenog geodetskog problema postoji

n broj datih i merenih veličina

u broj neophodnih merenja

i ako je ispunjen uslov

$$n > u$$

onda postoji ***r*** suvišno merenih veličina odnosno broj nezavisnih matematičkih uslova je

$$r = n - u$$

Broj suvišnih merenja ***r*** istovremeno je i broj stepeni slobode.

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Nezavisni matematički uslovi pišu se u opštem obliku

$$f_1(\hat{l}_1, \hat{l}_2, ..., \hat{l}_n) = T_1$$

$$f_2(\hat{l}_1, \hat{l}_2, ..., \hat{l}_n) = T_2 \qquad (2)$$

. . .

$$f_r(\hat{l}_1, \hat{l}_2, ..., \hat{l}_n) = T_r$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Zamenom *(1)* u *(2)* sledi

$$f_1(l_1+\upsilon_1, l_2+\upsilon_2, \ldots, l_n+\upsilon_n) = T_1$$

$$f_2(l_1+\upsilon_1, l_2+\upsilon_2, \ldots, l_n+\upsilon_n) = T_2$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \qquad (3)$$

$$f_r(l_1+\upsilon_1, l_2+\upsilon_2, \ldots, l_n+\upsilon_n) = T_r$$

U opštem slučaju funkcije *(3)* su nelinearne. Razvijanje funkcija *(3)* u Tajlorov red vrši se u okolini rezultata merenja.

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Razvijene funkcije *(3)* u Tajlorov red su oblika

$$f_1(l_1, l_2, \ldots, l_n) + \frac{\partial f_1}{\partial l_1}\upsilon_1 + \frac{\partial f_1}{\partial l_2}\upsilon_2 + \ldots + \frac{\partial f_1}{\partial l_n}\upsilon_n = T_1$$

$$f_2(l_1, l_2, \ldots, l_n) + \frac{\partial f_2}{\partial l_1}\upsilon_1 + \frac{\partial f_2}{\partial l_2}\upsilon_2 + \ldots + \frac{\partial f_2}{\partial l_n}\upsilon_n = T_2$$

$$\vdots$$

$$f_r(l_1, l_2, \ldots, l_n) + \frac{\partial f_r}{\partial l_1}\upsilon_1 + \frac{\partial f_r}{\partial l_2}\upsilon_2 + \ldots + \frac{\partial f_r}{\partial l_n}\upsilon_n = T_r$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

ili u obliku uslovnih jednačina poravaka

$$
\begin{aligned}
a_1\upsilon_1 + a_2\upsilon_2 + \ldots + a_n\upsilon_n + \omega_1 &= 0 \\
b_1\upsilon_1 + b_2\upsilon_2 + \ldots + b_n\upsilon_n + \omega_2 &= 0 \\
&\vdots \\
r_1\upsilon_1 + r_2\upsilon_2 + \ldots + r_n\upsilon_n + \omega_r &= 0
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

r

n

n>r

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

gde su parcijalni izvodi funkcija po merenim veličinama (koeficijenti uz popravke)

$$a_i = \frac{\partial f_1}{\partial l_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

. . .

$$b_i = \frac{\partial f_2}{\partial l_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

. . .

$$r_i = \frac{\partial f_r}{\partial l_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

i slobodni članovi jednačina popravaka

$$\omega_i = f_i(l_1, l_2, ..., l_n) - T_i = M_i - T_i$$

$$(i = 1, 2, ..., \mathrm{r})$$

Uslovne jednačine *(4)* mogu se napisati u matričnom obliku

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1 & r_2 & \cdots & r_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \upsilon_1 \\ \upsilon_2 \\ \vdots \\ \upsilon_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_r \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

ili

$$\mathbf{A}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} = \mathbf{0} \qquad (5)$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

gde su:

$$\mathbf{A}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ b_1 & b_2 & \cdots & b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1 & r_2 & \cdots & r_n \end{pmatrix} \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} \upsilon_1 \\ \upsilon_2 \\ \vdots \\ \upsilon_n \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_r \end{pmatrix}$$

$\mathbf{A}$	matrica koeficijenta uslovnih jednačina
$\mathbf{v}$	vektor popravaka
$\boldsymbol{\omega}$	vektor slobodnih članova

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Definisan linearni funkcionalni model (5) i stohastički model su:

$$\mathbf{A}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$$ Linearni funkcionalni model

(6)

$$\mathbf{K}_{\mathbf{l}} = \sigma_o^2 \cdot \mathbf{Q}_{\mathbf{l}}$$ Stohastički model

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

3.2 PRIMENA METODA NAJMANJIH KVADRATA

Metod najmanjih kvadrata

$$\mathbf{v}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{v} = \min$$

primenjuje se za definisan linearni funkcionalni i stohastički model (6).

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

U tom cilju obrazuje se Lagranžova funkcija oblika

$$\mathbf{F} = \mathbf{v}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{v} - 2\mathbf{k}^{\mathbf{T}} \left(\mathbf{A}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \right)$$

gde je vektor nepoznatih korelata

$$\mathbf{k}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 & \dots & k_r \end{pmatrix}$$

Diferenciranjem i određivanjem minimuma ove funkcije dobija se

$$\mathbf{dF} = \mathbf{dv}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{dv} - 2\mathbf{k}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{A}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{dv} = \mathbf{0}$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

gde je

$$\mathbf{dv}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{dv} = \mathbf{2} \cdot \mathbf{v}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{dv}$$

i zamenom u prethodnu jednačinu sledi

$$2\mathbf{v}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}_{\mathbf{l}}\mathbf{dv} - 2\mathbf{k}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{dv} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{v}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}_{\mathbf{l}} - \mathbf{k}^{\mathbf{T}}\mathbf{A}^{\mathbf{T}} = \mathbf{0}$$

ili nakon transpozicije

$$\mathbf{P}_{\mathbf{l}} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{k}$$

a odavde sledi vektor popravaka

$$\mathbf{v} = \mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-\mathbf{1}} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{k} \qquad (7)$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Zamenom *(7)* u *(5)* dobija sistem normalnih jednačina uslovnog izravnanja

$$\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-\mathbf{1}}\mathbf{A}\cdot\mathbf{k}+\boldsymbol{\omega}=\mathbf{0}$$

ili kratko

$$\mathbf{N}\cdot\mathbf{k}+\boldsymbol{\omega}=\mathbf{0} \qquad (8)$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

gde je:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-\mathbf{1}} \cdot \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} p_i^{-1} a_i^2 & \sum_{i=1}^{n} p_i^{-1} a_i b_i & \cdots & \sum_{i=1}^{n} p_i^{-1} a_i r_i \\ \sum_{i=1}^{n} p_l^{-1} b_i a_i & \sum_{i=1}^{n} p_i^{-1} b_i^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} p_i^{-1} b_i r_i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} p_i^{-1} r_i a_i & \sum_{i=1}^{n} p_i^{-1} r_i b_i & \cdots & \sum_{i=1}^{n} p_i^{-1} r_i^2 \end{pmatrix}_{r,r} \qquad \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_r \end{pmatrix}_{r,1}$$

$\mathbf{N}$ matrica koeficijenata normalnih jednačina

$\boldsymbol{\omega}$ vektor slobodnih članova normalnih jednačina

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Iz *(8)* određuje se vektor nepoznatih korelata

$$\mathbf{k} = -\mathbf{N}^{-1} \cdot \boldsymbol{\omega}$$

U praktičnim primenama nakon rešenja za vektor korelata $\mathbf{k}$ određuje se vektor popravaka $\mathbf{v}$ a zatim vektor izravnatih vrednosti merenih veličina $\hat{\mathbf{l}}$.

Kada su merene veličine stohastički zavisne onda se umesto matrice težina $\mathbf{P}_l$

koristi matrica $\mathbf{Q}_l^{-1}$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

3.3 KOVARIJACIONE MATRICE IZRAVNATIH VELIČINA

Vektori $\hat{\mathbf{l}} \quad \mathbf{v} \quad \mathbf{k} \quad \boldsymbol{\omega}$

mogu se izraziti u funkciji vektora merenih veličina $\mathbf{l}$

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{l} - \mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{l} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\right)\cdot\mathbf{l}$$

$$\mathbf{v} = -\mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\boldsymbol{\omega} = -\mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\cdot\mathbf{l}$$

$$\mathbf{k} = -\mathbf{N}^{-1}\boldsymbol{\omega} = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\cdot\mathbf{l}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{A}^{\mathbf{T}}\cdot\mathbf{l}$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

ili u obliku zajedničkog vektora

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{l}} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{k} \\ \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\right) \\ -\mathbf{P}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}} \\ -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{l} \\ \mathbf{A}^{\mathbf{T}} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{l} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{l}$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Kovarijaciona matrica vektorske funkcije je oblika

$$\mathbf{K_h} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{K_l} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = s_o^2 \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{Q_l} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}} = s_o^2 \cdot \mathbf{Q_H}$$

gde je matrica kofaktora

$$\mathbf{Q_H} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{Q_l} \cdot \mathbf{H}^{\mathbf{T}}$$

odnosno

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

$$Q_H = \begin{pmatrix} Q_{\hat{l}\hat{l}} & Q_{\hat{l}v} & Q_{\hat{l}k} & Q_{\hat{l}\omega} \\ Q_{v\hat{l}} & Q_{vv} & Q_{vk} & Q_{v\omega} \\ Q_{k\hat{l}} & Q_{kv} & Q_{kk} & Q_{k\omega} \\ Q_{\omega\hat{l}} & Q_{\omega v} & Q_{\omega k} & Q_{\omega\omega} \end{pmatrix}$$

ili

$$Q_H = \begin{pmatrix} P_l^{-1} - P_l^{-1}AN^{-1}A^T P_l^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_l^{-1}AN^{-1}A^T P_l^{-1} & P_l^{-1}AN^{-1} & P_l^{-1}A \\ 0 & P_l^{-1}AN^{-1} & N^{-1} & -I \\ 0 & P_l^{-1}A & -I & N \end{pmatrix}$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

VAŽNE RELACIJE:

1. Eksperimentalna standardna devijacija jedinice težine određena iz izravnanja
   (a posteriori standarna devijacija)

$$s_o = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathrm{l}}^{-1}\mathbf{v}}{trag\,\mathbf{Q}_{\mathrm{l}}^{-1}\mathbf{Q}_{\mathrm{v}}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathrm{l}}^{-1}\mathbf{v}}{r}}$$

gde je

$$\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\mathrm{l}}^{-1}\mathbf{v} = -\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\omega}$$

2.3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

2. Matrice kofaktora veličina $\mathbf{l} \quad \hat{\mathbf{l}} \quad \mathbf{v}$

Ako se vektor $\mathbf{l}$ izrazi u obliku $\mathbf{l} = \hat{\mathbf{l}} - \mathbf{v}$

onda je matrica kofaktora

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{l}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{v}} - 2\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}\mathbf{v}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}} + \mathbf{Q}_{\mathbf{v}}$$

jer je

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}\mathbf{v}} = \mathbf{0}$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

3. Trag proizvoda matrica $\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{Q}_{\mathbf{v}}$

$$trag\,\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{Q}_{\mathbf{v}} = trag\,\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_{\mathbf{l}} =$$

$$= trag\,\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{A} = trag\,\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N} = trag\,\underset{r\cdot r}{\mathbf{I}} = r$$

4. Trag proizvoda matrica $\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}}$

$$trag\,\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}} = trag\,\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}(\mathbf{Q}_{\mathbf{l}} - \mathbf{Q}_{\mathbf{v}}) =$$

$$= trag\,\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{Q}_{\mathbf{l}} - trag\,\mathbf{Q}_{\mathbf{l}}^{-1}\mathbf{Q}_{\mathbf{v}} =$$

$$= trag\,\underset{n\cdot n}{\mathbf{I}} - r = n - r$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

5. Kovarijaciona matrica izravnatih veličina

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{l}}} = s_o^2 \cdot \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}} = s_o^2 \cdot (\mathbf{Q}_\mathbf{l} - \mathbf{Q}_\mathbf{l}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^\mathbf{T}\mathbf{Q}_\mathbf{l})$$

6. Kovarijaciona matrica popravaka

$$\mathbf{K}_\mathbf{v} = s_o^2 \cdot \mathbf{Q}_\mathbf{v} = s_o^2 \cdot \mathbf{Q}_\mathbf{l}\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1}\mathbf{A}^\mathbf{T}\mathbf{Q}_\mathbf{l}$$

7. Intervali poverenja

$$\hat{l}_i - t_{r,\alpha/2} \cdot s_{\hat{l}_i} \le \mu_{\hat{l}} \le \hat{l}_i + t_{r,\alpha/2} \cdot s_{\hat{l}_i}$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

8. Eksperimentalna standardna devijacija funkcije

Neka su argumenti funkcije F izravnate veličine $\hat{l}_i$

$$F = f\left(\hat{l}_1, \hat{l}_2, ..., \hat{l}_n\right)$$

ili u linearnom obliku

$$\mathbf{F} = \mathbf{F_0} + \mathbf{h}^{\mathbf{T}}\hat{\mathbf{l}}$$

gde su

$$\mathbf{h}^{\mathbf{T}} = \left(\frac{\partial F}{\partial \hat{l}_1} \quad \frac{\partial F}{\partial \hat{l}_2} \quad \dots \quad \frac{\partial F}{\partial \hat{l}_n}\right) \qquad \hat{\mathbf{l}}^{\mathbf{T}} = \left(d\hat{l}_1 \quad d\hat{l}_2 \quad \dots \quad d\hat{l}_n\right)$$

Eksperimentalna standardna devijacija funkcije je

$$s_F = s_o\sqrt{\mathbf{h}^{\mathbf{T}}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}}\mathbf{h}}$$

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

3.4 ALGORITAM IZRAVNANJA

Model izravnanja	
$\mathbf{A}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$	Linearni funkcionalni model.
$\mathbf{K}_{\mathbf{l}} = \sigma_o^2 \cdot \mathbf{Q}_{\mathbf{l}}$	Stohastički model.

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Algoritam izravnanja	
$\mathbf{l}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & \dots & l_n \end{pmatrix}_{1\cdot n}$	Vektor merenih veličina.
$\mathbf{A}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ r_1 & r_2 & \dots & r_n \end{pmatrix}$	Matrica koeficijenata (dizajna).
$\mathbf{P_l} = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_n \end{pmatrix}_{n\cdot n}$	Matrica težina merenih veličina.
$\boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \dots & \omega_r \end{pmatrix}$	Vektor slobodnih članova.
$\mathbf{N} = \mathbf{A}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{P_l}^{-\mathbf{1}} \cdot \mathbf{A}$	Matrica koeficijenata normalnih jednačina.
$\mathbf{N} \cdot \mathbf{k} + \boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$	Normalne jednačine.

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

$\mathbf{k} = -\mathbf{N}^{-1} \cdot \boldsymbol{\omega}$	Vektor rešenja korelata.
$\mathbf{v} = \mathbf{P}_l^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{k}$	Vektor popravaka merenih veličina.
$\mathbf{v}^T \mathbf{P}_l \mathbf{v} = -\mathbf{k}^T \boldsymbol{\omega}$	Kontrola određivanja vektora $\mathbf{v}$ i $\mathbf{k}$.
$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v}$	Vektor izravnatih vrednosti merenih veličina.
$f_i(\hat{l}_1, \hat{l}_2, \ldots, \hat{l}_n) = T_i$	Definitivna kontrola izravnanja.

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Ocena tačnosti	
$s_o = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T\mathbf{Q}_l^{-1}\mathbf{v}}{trag\mathbf{Q}_l^{-1}\mathbf{Q}_v}} = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T\mathbf{Q}_l^{-1}\mathbf{v}}{r}}$	Eksperimentalna standardna devijacija jedinice težine određena iz izravnanja (a posteriori standarna devijacija).
$s_{\hat{l}_i} = s_o \cdot \sqrt{Q_{\hat{l}_i\hat{l}_i}}$	Eksperimentalne standardne devijacije izravnatih veličina.
$s_F = s_o \cdot \sqrt{\mathbf{h}^T\mathbf{Q}_{\hat{l}}\mathbf{h}}$	Eksperimentalna standardna devijacija funkcije.

3. IZRAVNANJE PO METODI USLOVNIH MERENJA

Intervali poverenja	
$\hat{l}_i - t_{r,\alpha/2} \cdot s_{\hat{l}_i} \le \mu_{\hat{l}} \le \hat{l}_i + t_{r,\alpha/2} \cdot s_{\hat{l}_i}$	$z_1 s_o \le \sigma_o \le z_2 s_o$
$F - t_{r,\alpha/2} \cdot s_F \le \mu_F \le F + t_{r,\alpha/2} \cdot s_F$ Po argumentu α i r iz tabele IV uzima se broj $t_{r,\alpha/2}$.	$z_1 s_F \le \sigma_F \le z_2 s_F$ Po argumentu $p = 1 - \alpha$ i r iz tabele III uzimaju se brojevi z_1 i z_2.