

# Inženjerska geodezija 1

## PREDAVANJE

### RAČUNANJE POVRŠINA I ZAPREMINA

dr Milutin Pejović, dipl.geod.inž.

[mpejovic@grf.bg.ac.rs](mailto:mpejovic@grf.bg.ac.rs)

Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

Odsek za geodeziju i geoinformatiku

Beograd, 22. Decembar 2023



- Inženjerski projekti često pokrivaju velike parcele zemljišta.
- Precizno izračunate vrednosti površina i zapremina materijala predstavljaju osnov za
  - Predmer i predračun
    - Procenu razlika između predmera i projekta
    - Procenu razlika u predmeru prouzrokovane trenutnim stanjem na terenu
    - Procenu promene predmera u situacijama preprojektovanja
  - Određivanje trajanje radova u programu radova
- Mnoge pozicije građevinskih radova usko su povezane sa određivanjem površina i zapremina

# RAČUNANJE POVRŠINA I ZAPREMINA

- PRIPREMNI RADOVI (planiranje i projektovanje):
  - Prikupljanje prostornih podataka o lokaciji (Geodetski premer)
  - Upoređenje površina sa bazama katastra i drugih javnih ustanova,
  - Određivanje klasifikovanih površina zemljišnog pokrivača (zemlja, rastinje, objekti itd.),
  - Određivanje površina i zapremina u odnosu na faktično stanje (kontrola predmera),
- IZVOĐENJE RADOVA
  - Čišćenje terena (uklanjanje rastinja i objekata),
  - Snimanje izvedenih pozicija i računanje količina izvedenih radova,
  - Geodetsko određivanje izvedenih površina za potrebe upisa i katastar,

# POZICIJE GRAĐEVINSKIH RADOVA ČIJI UČINAK SE IZRAŽAVA U JEDINICAMA POVRŠINE I ZAPREMINE

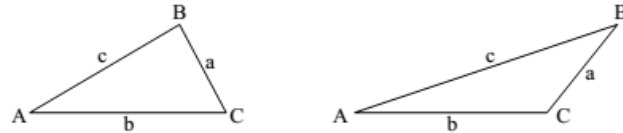
Bill No.3 - Earthworks and Pavement Layers of Gravel or Crushed Stone			
31.01		Clearing, grubbing and removal of topsoil	
	(a)	Clearing and grubbing	ha
	(b1)	Removal of topsoil	cu.m.
	(b2)	Removal of topsoil for Re-use	cu.m.
31.02		Removal and grubbing of large trees and tree stumps	
	(a)	Girth exceeding 1.0m up to and including 2.0m	no.
	(b)	Girth exceeding 2.0m up to and including 3.0m	no.

# POZICIJE GRAĐEVINSKIH RADOVA ČIJI UČINAK SE IZRAŽAVA U JEDINICAMA POVRŠINE I ZAPREMINE

Bill No. 2 - Drainage			
		DRAINS	
21.01		Excavation for open drains	
	(a)	Excavating soft material situated within the following depth i ranges below the surface level: (Excluding side ditches where volumes are included under Earthwork excavations	
		(i) 0.0 m up to 1.5 m	cu.m.
	(b)	Extra over subitem 21.01(a) for excavation in rock ,as defined in Clause 3603 of the Standard Specifications irrespective of depth	cu.m.
21.03		Excavation for subsoil drainage systems	
	(a)	Excavating soft-material situated within the following depth ranges below the surface level:	
		(i) 0.0 m up to 1.5 m	cu.m.
21.06		Natural permeable filter material in subsoil drainage systems crushed stone	
	(a)	Crushed stone obtained from approved sources	cu.m.
21.08		Pipes in subsoil drainage system	
	(b)	Unplasticised 125/112mm corrugated slotted PVC pipes and fittings, normal duty, complete with couplings	m
21.10		Synthetic-fibre filter fabric 150g/sq.m	sq.m
21.12		Concrete outlet structures, Manhole boxes, Junction boxes and cleaning eyes for subsoil drainage:	
	(a)	Outlet structures	no.
21.13		Concrete caps for subsoil drain pipes	no.

$$\begin{array}{lll} 100 \text{ m}^2 & = 1 \text{ ar} & \\ 100 \text{ ar} & = 1 \text{ hektar} & = 10000 \text{ m}^2 \\ 100 \text{ hektar} & = 1 \text{ km}^2 & = 10^6 \text{ m}^2 \end{array}$$

# RAČUNANJE POVRŠINA

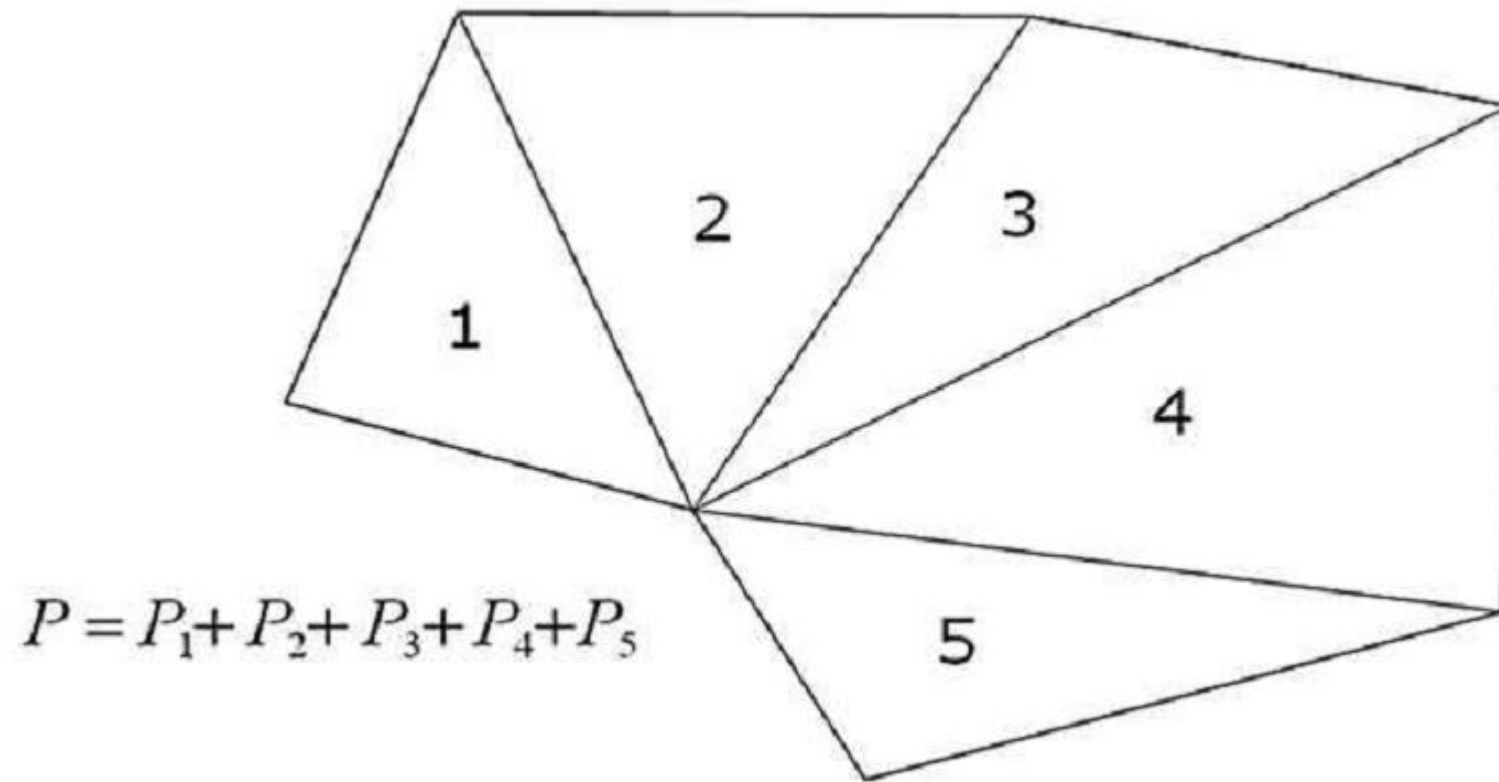


Oblique triangles

Given	Sought	Formula
$A, B, a$	$C, b, c$	$C = 180^\circ - (A + B)$ $b = \frac{a}{\sin A} \times \sin B$ $c = \frac{a}{\sin A} \times \sin(B) = \frac{a}{\sin A} \times \sin C$
	Area	$\text{Area} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A}$
$A, a, b$	$B, C, c$	$\sin B = \frac{\sin A}{a} \times b$ $C = 180^\circ - (A + B)$ $c = \frac{a}{\sin A} \times \sin C$
	Area	$\text{Area} = \frac{1}{2}ab \sin C$
$C, a, b$	$c$	$C = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos C}$
	$\frac{1}{2}(A + B)$	$\frac{1}{2}(A + B) = 90^\circ - \frac{1}{2}C$
	$\frac{1}{2}(A - B)$	$\tan \frac{1}{2}(A - B) = \frac{a - b}{a + b} \times \tan \frac{1}{2}(A + B)$
	$A, B$	$A = \frac{1}{2}(A + B) + \frac{1}{2}(A - B)$ $B = \frac{1}{2}(A + B) - \frac{1}{2}(A - B)$
	$c$	$c = (a + b) \times \frac{\cos \frac{1}{2}(A + B)}{\cos \frac{1}{2}(A - B)} = (a - b) \frac{\sin \frac{1}{2}(A + B)}{\sin \frac{1}{2}(A - B)}$
	Area	$\text{Area} = \frac{1}{2}ab \sin C$

Given	Sought	Formula
$a, b, c$	$A$	$\text{Let } s = \frac{a + b + c}{2}$ $\sin \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(s - b)(s - c)}{bc}}$ $\cos \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{s(s - a)}{bc}}$ $\tan \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{(s - b)(s - c)}{s(s - a)}}$ $\sin A = \frac{2\sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}}{bc}$ $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
	Area	$\text{Area} = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$

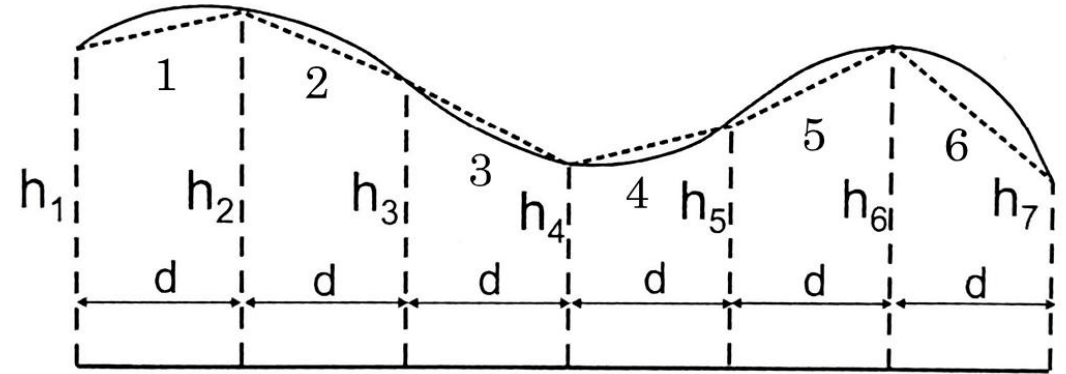
# RAČUNANJE POVRŠINA





# RAČUNANJE POVRŠINA

- Svaki poligon se može podeliti na niz poligona pravilnih geometrijskih figura, čije površine se mogu izračunati na osnovu poznatih formula.
- Prilikom aproksimacije poligona koriste se trouglovi, trapezi, romboidi, krugovi, elipse, kružni isecci i slično.



# RAČUNANJE POVRŠINA – TRAPEZOIDNO PRAVILO

➤ Površina prvog trapeza određuje se kao:

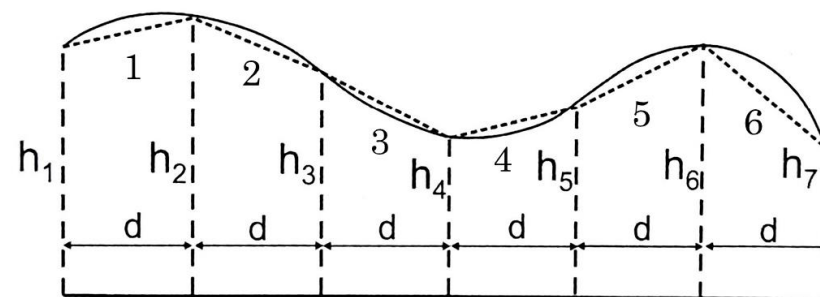
$$P_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot d, \quad P_i = \frac{h_i + h_{i+1}}{2} \cdot d.$$

➤ Ukupna površina jednaka je sumi površina svih trapeza:

$$P = \left( \frac{h_1 + h_2}{2} + \frac{h_2 + h_3}{2} + \frac{h_3 + h_4}{2} + \frac{h_4 + h_5}{2} + \frac{h_5 + h_6}{2} + \frac{h_6 + h_7}{2} \right) \cdot d,$$

$$P = \left( \frac{h_1 + h_7}{2} + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 \right) \cdot d,$$

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \left( \frac{h_1 + h_{n+1}}{2} + \sum_{i=2}^n h_i \right) \cdot d.$$



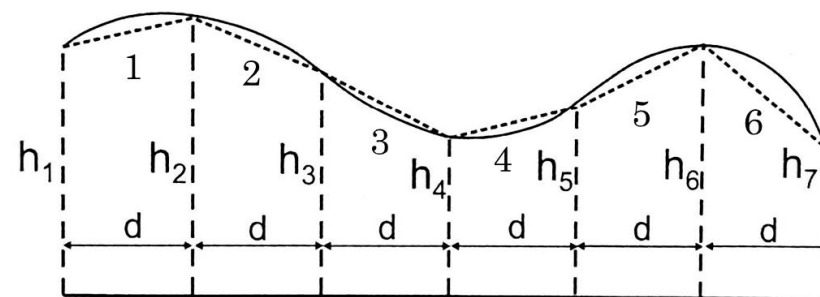
# RAČUNANJE POVRŠINA – SIMPSONOVO PRAVILO

- Ukupna površina se dobija kao trećina proizvoda rastojanja između ordinata  $d$  i kumulativne sume prve i poslednje ordinate, dvostruke sume neparnih ordinata i četverostruke sume parnih ordinata:

$$P = \frac{d}{3} \cdot ((h_1 + h_7) + 4 \cdot (h_2 + h_4 + h_6) + 2 \cdot (h_3 + h_5)),$$

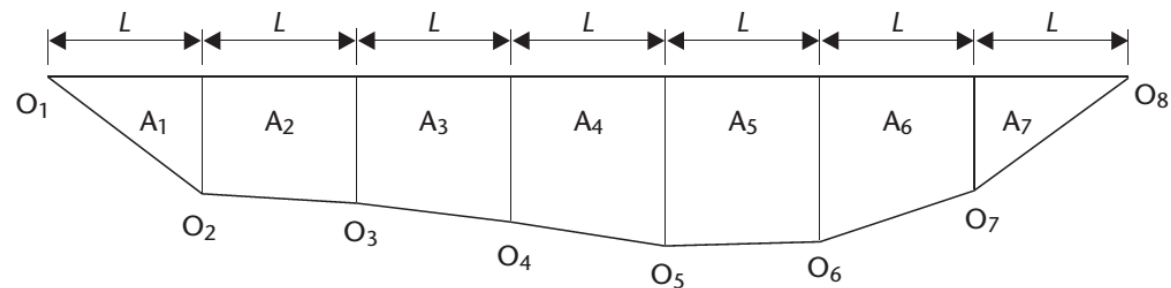
$$P = \frac{d}{3} \cdot \left( (h_1 + h_n) + 4 \cdot \sum_{i=2,4,\dots,n-1} h_i + 2 \cdot \sum_{i=3,5,\dots,n-2} h_i \right).$$

- Formula daje analitički tačnu vrednost samo ukoliko su krive linije od ordinate do ordinate u obliku parabole.
- Neophodno je definisati neparan broj ordinata.

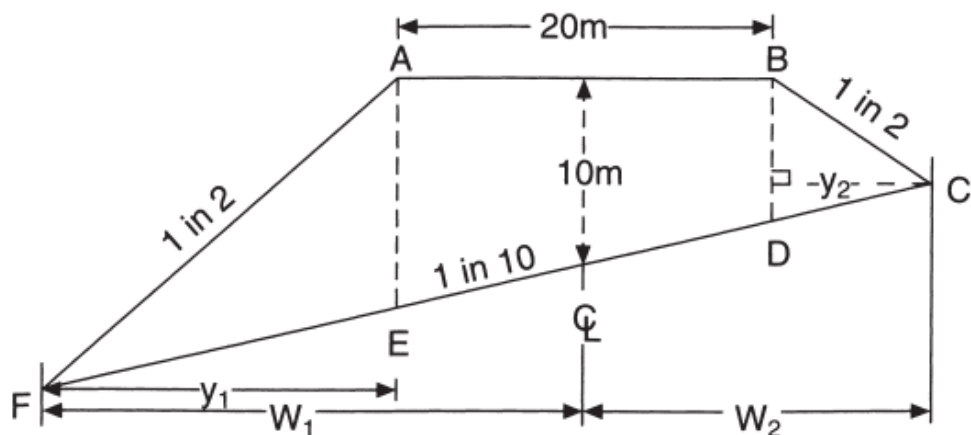


# PRIMER

		O [m]	
L=8m	1	0	P=?
	2	2.3	
	3	5.5	
	4	7.9	
	5	8.6	
	6	6.9	
	7	7.3	
	8	6.2	
	9	3.1	
	10	0	



# RAČUNANJE POVRŠINA POPREČNIH PROFILA



Širina puta je 20 m, nagib postojećeg terena = 1:10 (10%).

Bočni nagibi su 1 na 2 (50%).

Visina tačke na osi je 10m.

Pošto je horizontalna udaljenost od središnje linije do tačke A(E) 10 m, a nagib terena 10%, rastojanje AE će biti 1 m veće od visine tačke na osi, dok će BD biti 1 m manje. Dakle, AE = 11 m, a BD = 9 m.

Potrebne je izračunati ukupnu površinu

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{4}{10} \Rightarrow y_1 = \left( \frac{4}{10} \right)^{-1} \cdot AE = 11 \cdot \frac{10}{4} = 27,5$$

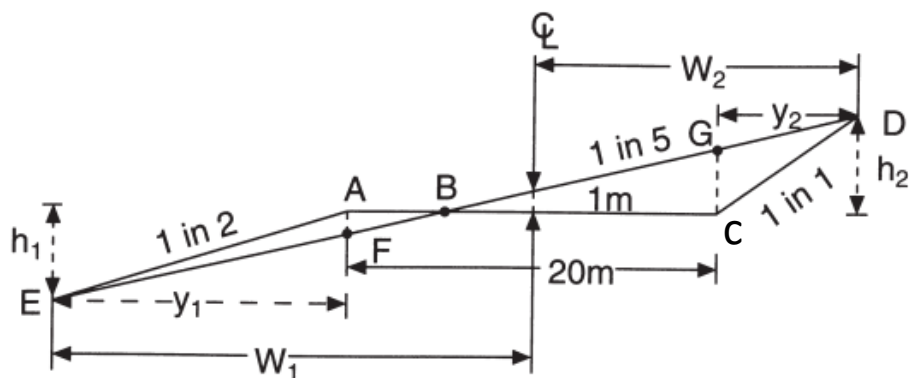
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} \Rightarrow y_2 = \left( \frac{6}{10} \right)^{-1} \cdot BD = 9 \cdot \frac{10}{6} = 15,0$$

$$P_{AEF} = \frac{AE}{2} \cdot y_1 = \frac{11}{2} \cdot 27,5 = 151.25m^2$$

$$P_{BCD} = \frac{BD}{2} \cdot y_2 = \frac{9}{2} \cdot 15,0 = 67.5m^2$$

$$P_{ABED} = \frac{1}{2} (9 + 11) \cdot 20 = 200.0m^2$$

# RAČUNANJE POVRŠINA POPREČNIH PROFILA



Širina puta je 20 m, nagib postojećeg terena = 1:5 (20%).

Bočni nagibi su: 1:1 (100%) i 1 na 2 (50%).

Visina tačke na osi je 1m.

Pošto je poprečni pad terena 20%, a visina terena u odnosu na osu 1m, sledi da je rastojanje tačke B od ose 5m. Stoga je AB=5m, BC=15. Iz dobijenih dužina i pada terena dobija se da je AF=1m, a GC=3m.

$$y_1 = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)^{-1} \cdot AF = \frac{10}{3} \cdot 1 = 3,3m$$

$$\Rightarrow W_1 = 10 + y_1 = 13,3m$$

$$y_2 = \left( 1 - \frac{1}{5} \right)^{-1} \cdot GC = \frac{5}{4} \cdot 3 = 3,75m$$

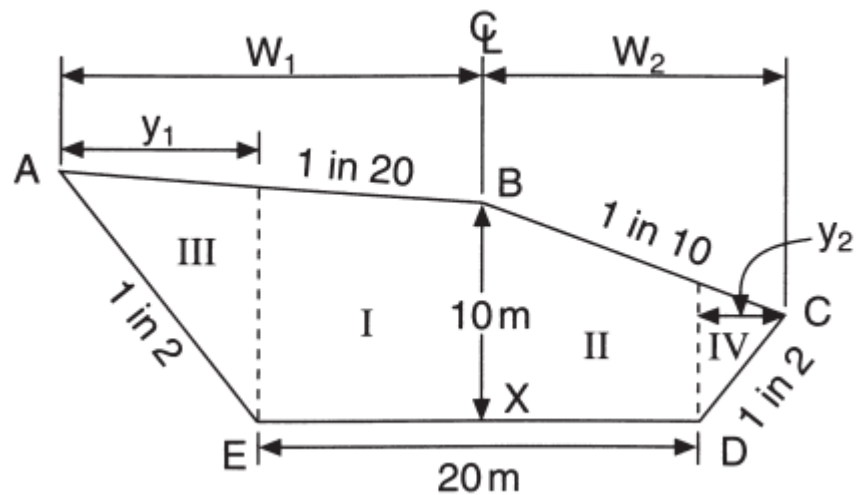
$$\Rightarrow W_2 = 10 + y_2 = 13,75m$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot y_1 = 1,65m \quad h_2 = y_2 = 3,75m$$

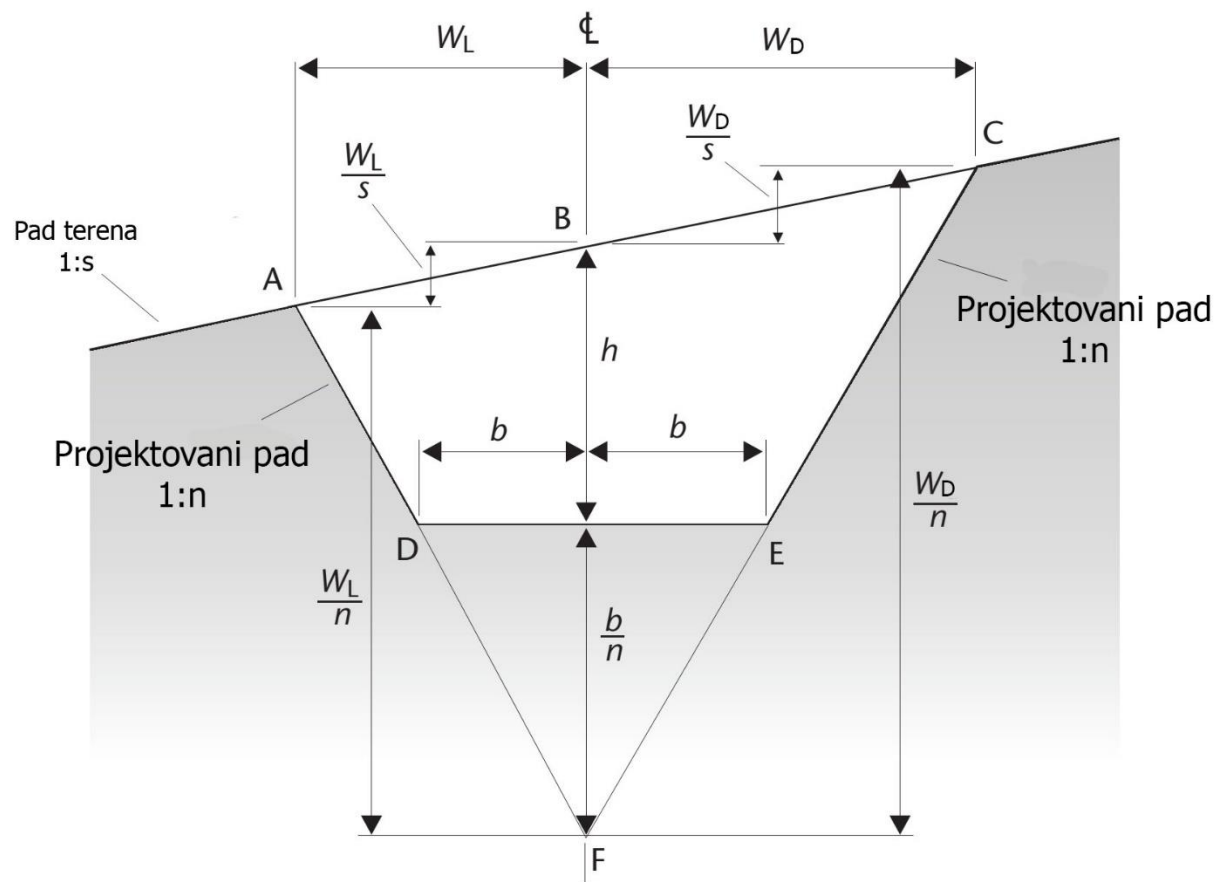
$$P_{BCD} = \frac{BC}{2} \cdot h_2 = \frac{15}{2} \cdot 3,75 = 28,1m^2$$

$$P_{ABD} = \frac{AB}{2} \cdot h_1 = \frac{5}{2} \cdot 1,65 = 4,1m^2$$

# ZADATAK – Izračunati površinu poprečnog preseka



# RAČUNANJE POVRŠINA POPREČNIH PROFILA



Traži se:

$W_D$  = Širina desne strane terena

$W_L$  = Širina leve strane terena

$h$  = Visinska razlika između terena i projektovane visine ose

1:n = Projektovani poprečni pad

1:s = Poprečni pad terena

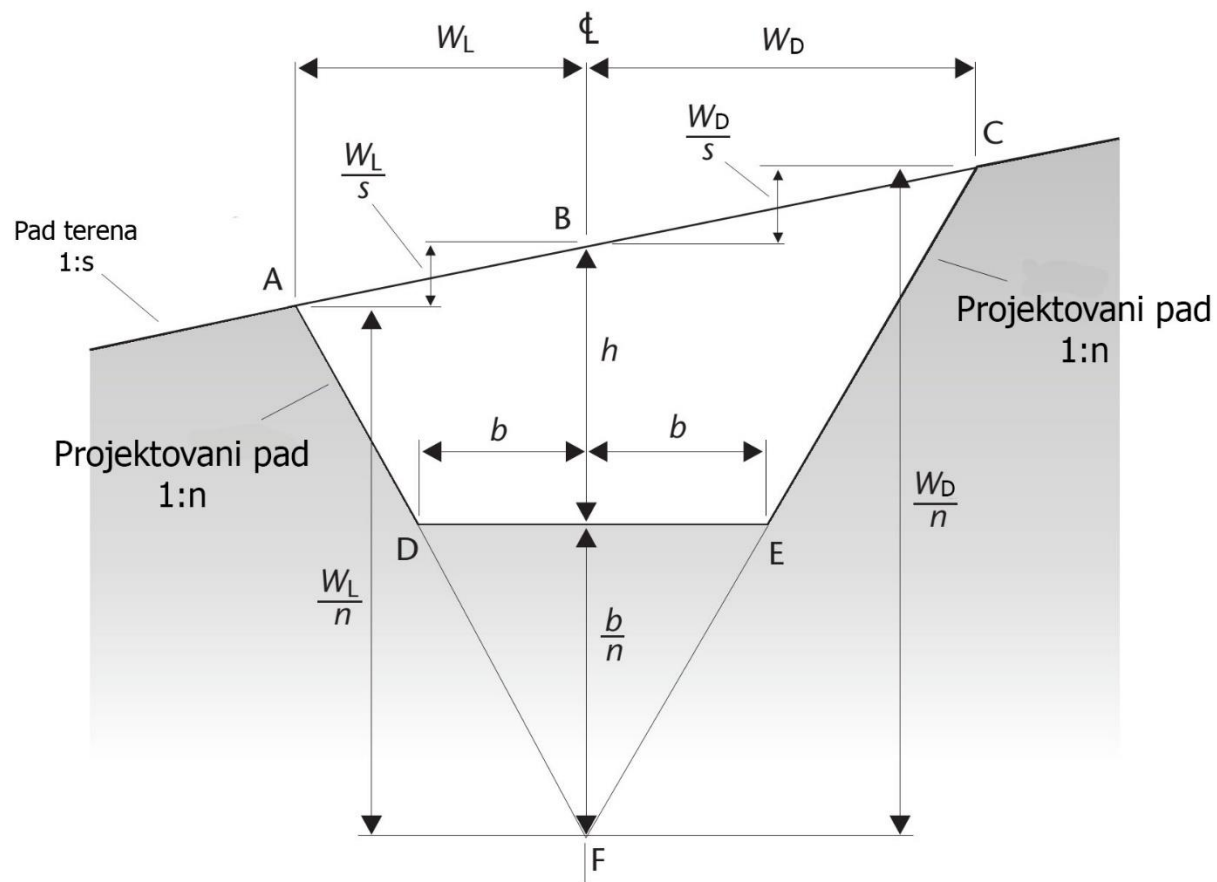
$$B - F = \frac{b}{n} + h = \frac{1}{n} \cdot W_D - \frac{1}{s} \cdot W_D$$

$$\Rightarrow \frac{b + nh}{n} = \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{s} \right) \cdot W_D$$

$$\Rightarrow W_D = \frac{\frac{b + nh}{n}}{\frac{1}{n} - \frac{1}{s}} = \frac{\frac{nh + b}{n}}{\frac{s - n}{ns}} = \frac{s(b + nh)}{(s - n)}$$

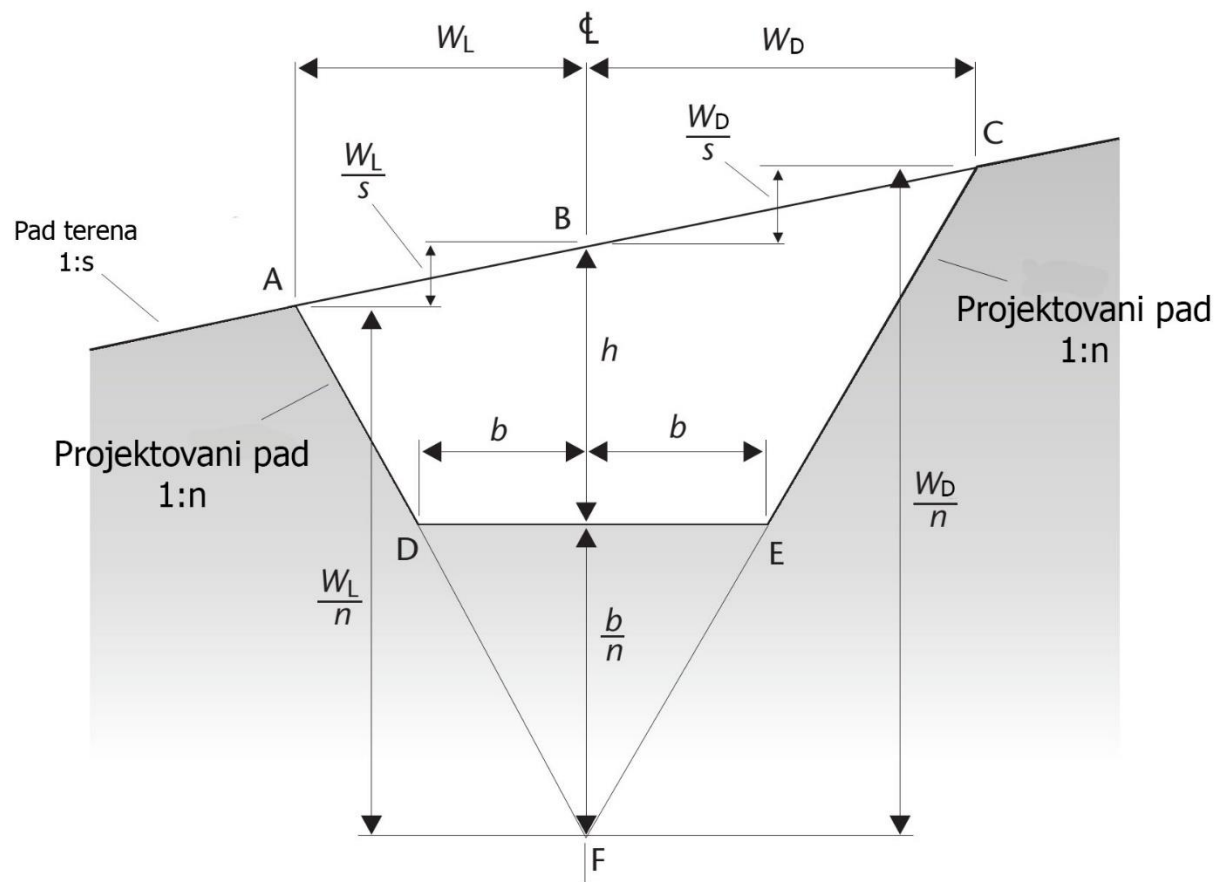


# RAČUNANJE POVRŠINA POPREČNIH PROFILA



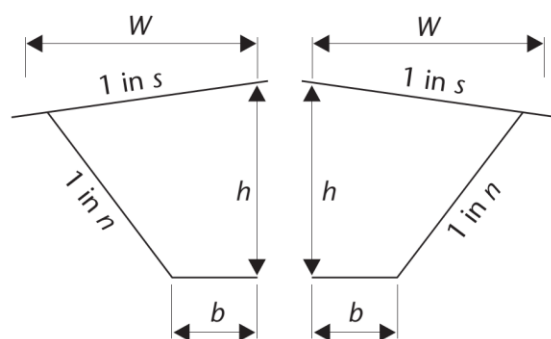
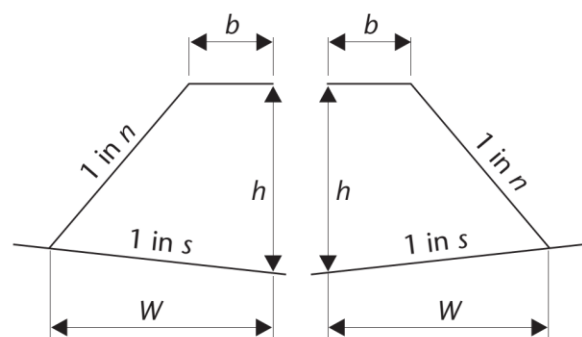
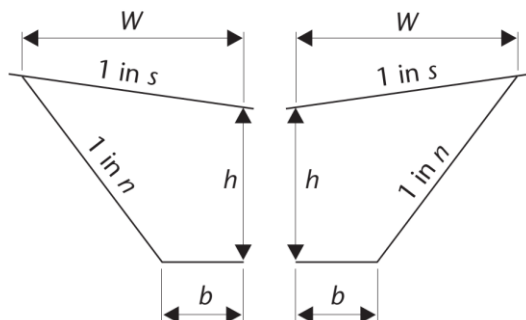
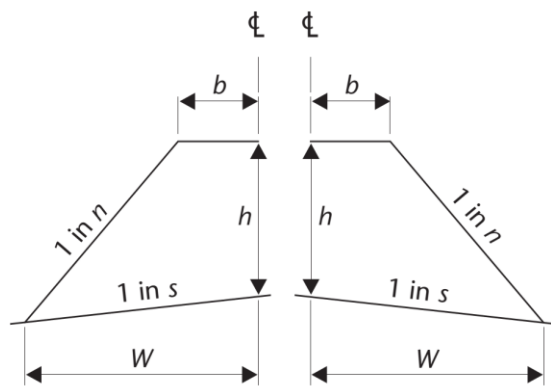
$$W_D = \frac{s(b + nh)}{(s - n)}$$
$$W_L = \frac{s(b + nh)}{(s + n)}$$

# RAČUNANJE POVRŠINA POPREČNIH PROFILA



$$P = \frac{1}{2} \left[ h + \left( \frac{b}{n} \right) \right] \cdot (W_D + W_L) - \left( \frac{b^2}{n} \right)$$

# RAČUNANJE POVRŠINA POPREČNIH PROFILA



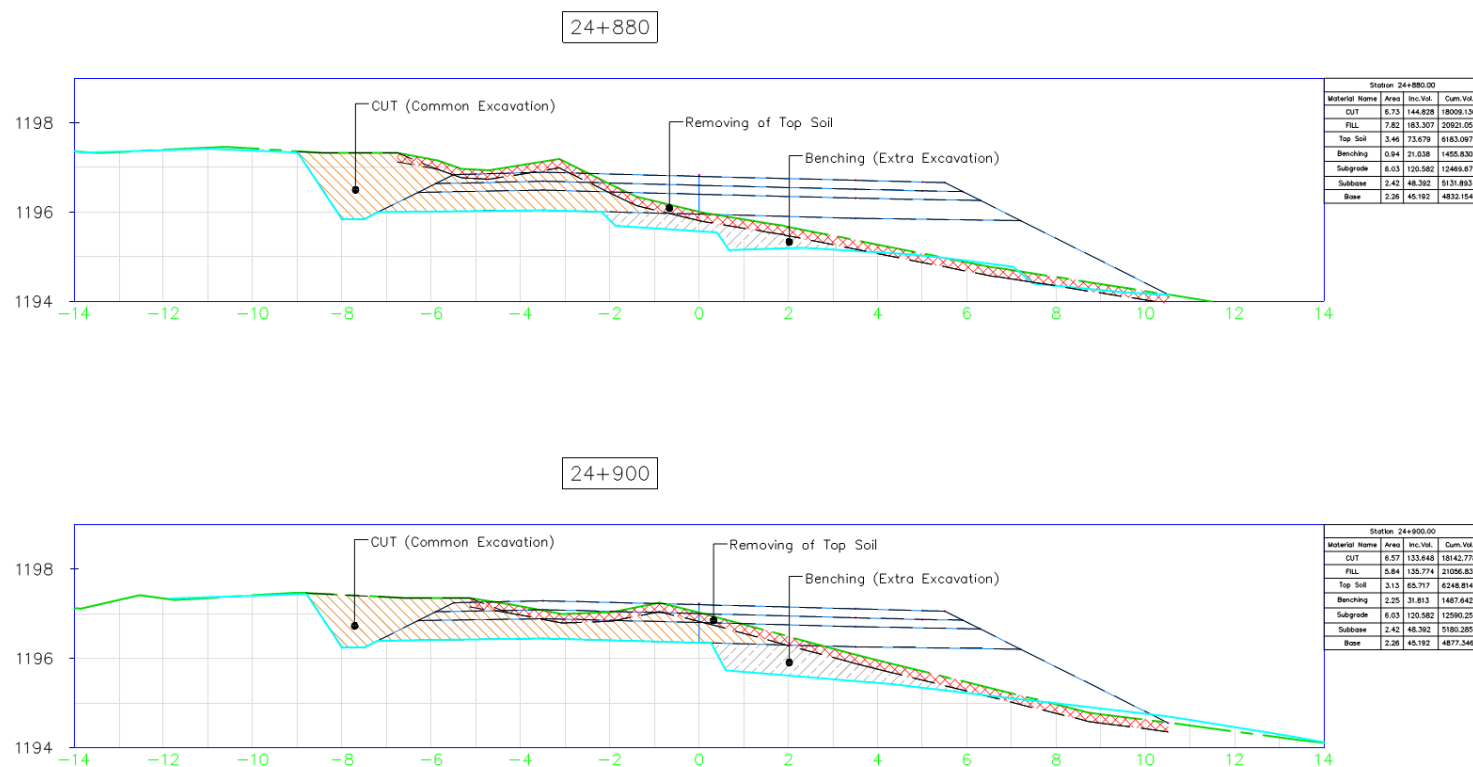
$$W = \frac{s(b + nh)}{(s - n)}$$

$$P = \frac{1}{2} \left[ h + \left( \frac{b}{n} \right) \right] \cdot (W_1 + W_2) - \left( \frac{b^2}{n} \right)$$

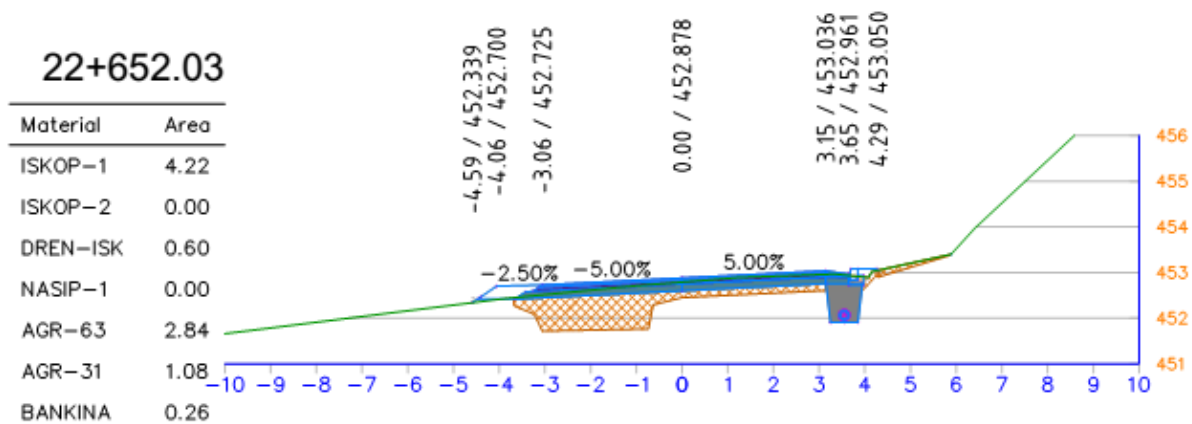
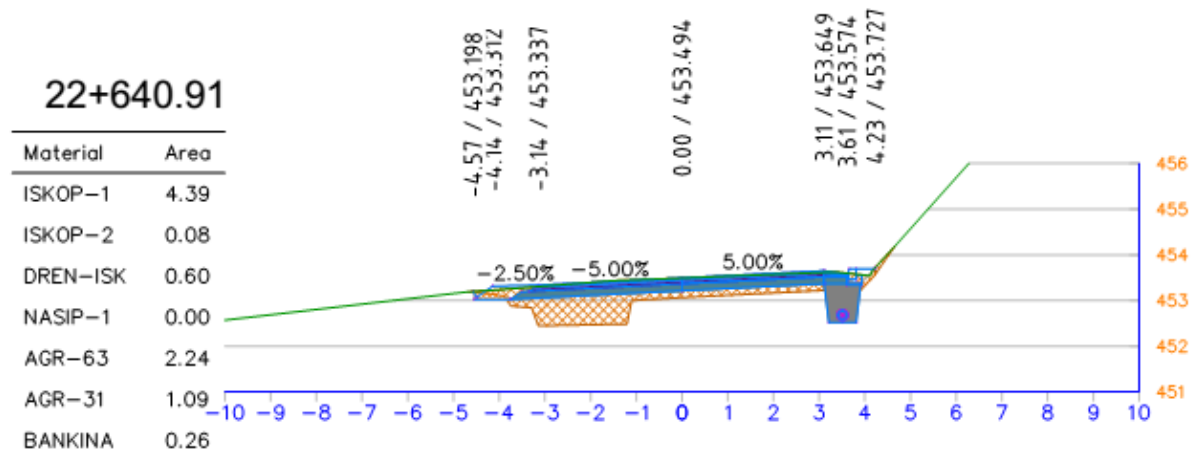
$$W = \frac{s(b + nh)}{(s + n)}$$

# RAČUNANJE POVRŠINA POPREČNIH PROFILA

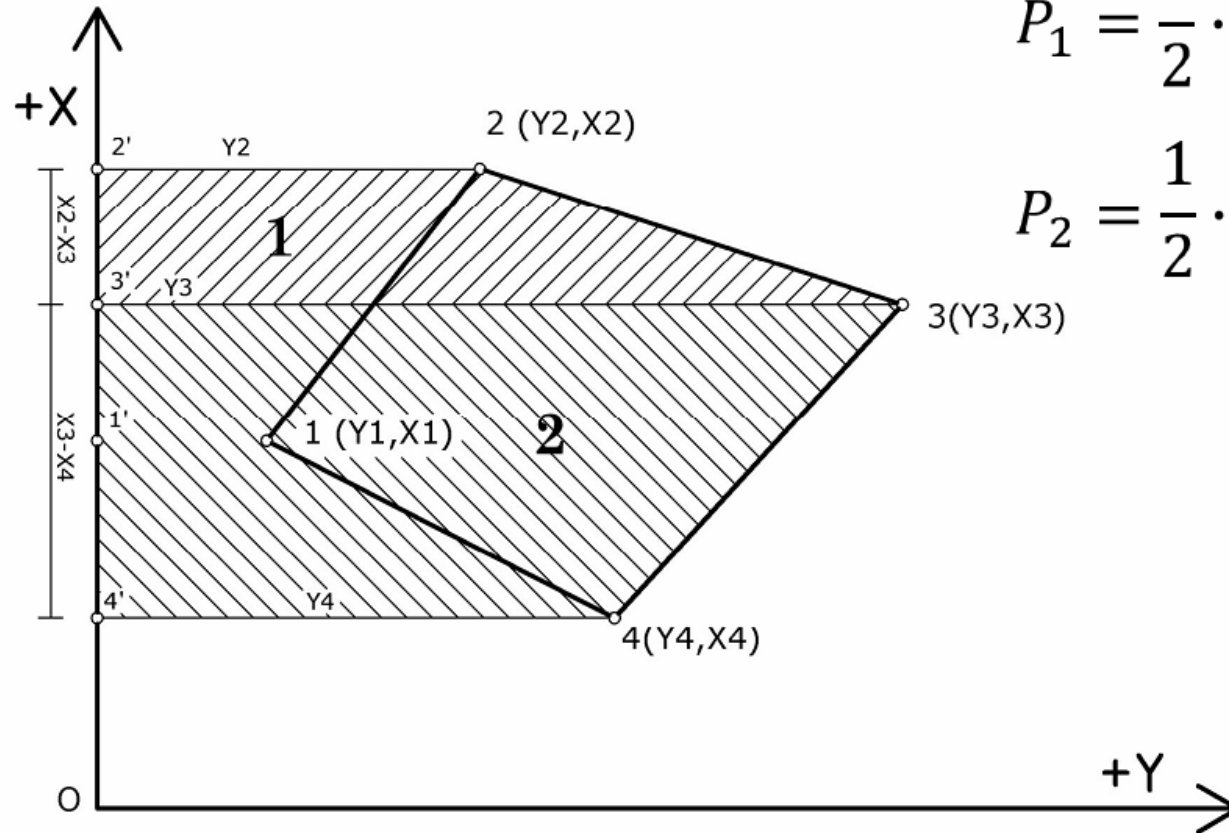
CUT  
FILL  
Top Soil  
Benching  
Subgrade  
Subbase  
Base



# RAČUNANJE POVRŠINA POPREČNIH PROFILA



## RAČUNANJE POVRŠINA PREKO KOORDINATA

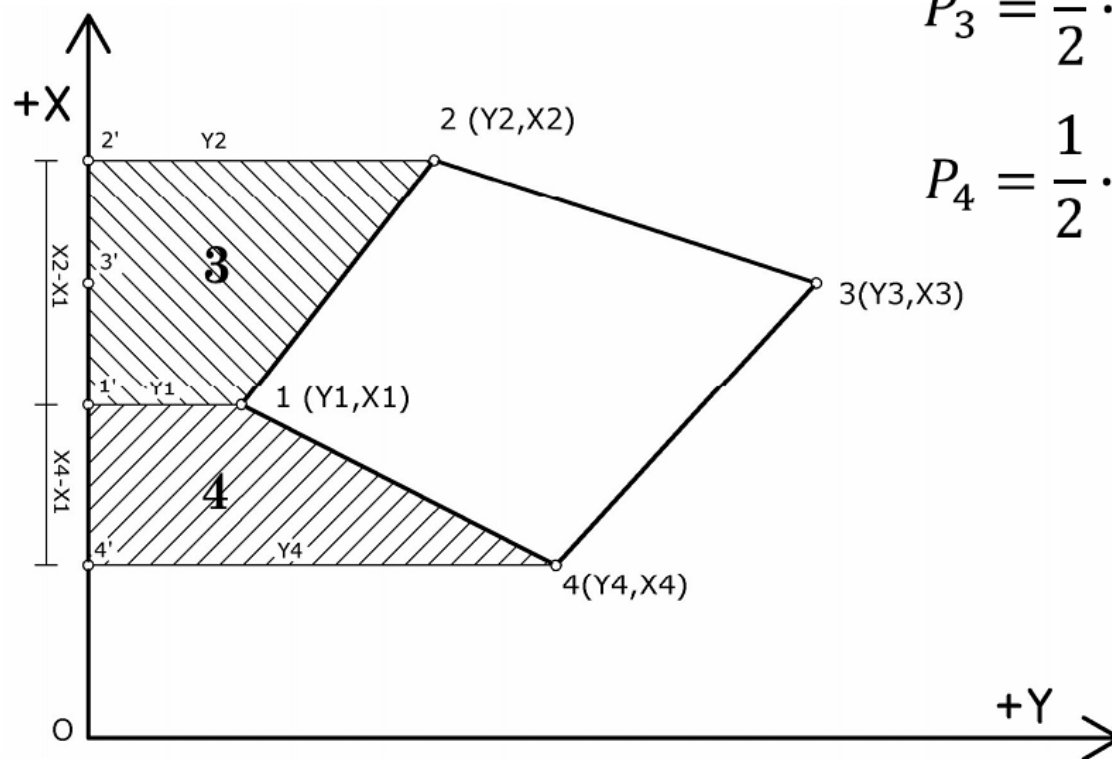


$$P_1 = \frac{1}{2} \cdot (Y_3 + Y_2) \cdot (X_2 - X_3)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cdot (Y_4 + Y_3) \cdot (X_3 - X_4)$$

# RAČUNANJE POVRŠINA PREKO KOORDINATA

- Šrafirane površine sa slike određuju se na osnovu formula za računanje površine trapeza.



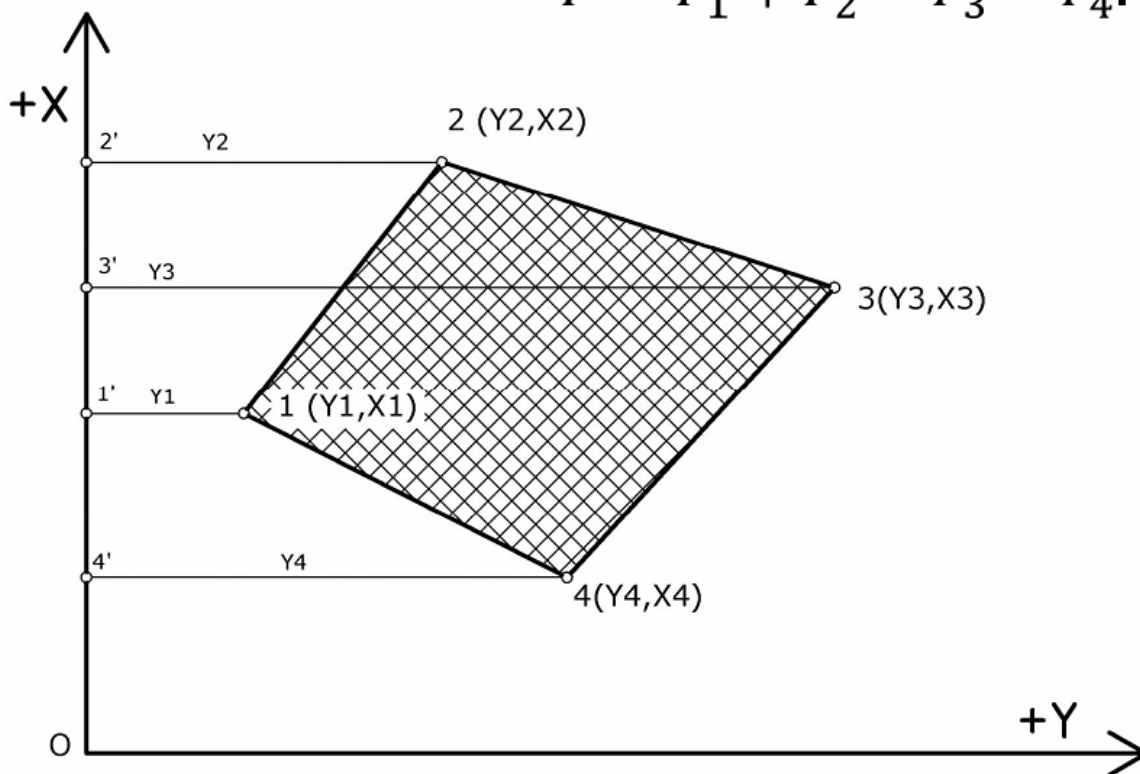
$$P_3 = \frac{1}{2} \cdot (Y_1 + Y_2) \cdot (X_2 - X_1)$$

$$P_4 = \frac{1}{2} \cdot (Y_4 + Y_1) \cdot (X_1 - X_4)$$

# RAČUNANJE POVRŠINA PREKO KOORDINATA

- Tražena površina poligona prikazana na slici određuje se na sledeći način:

$$P = P_1 + P_2 - P_3 - P_4.$$





# RAČUNANJE POVRŠINA PREKO KOORDINATA

- Uvrštavanjem izraza za  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  i  $P_4$  u prethodni izraz dobija se:

$$2P = (Y_3 + Y_2) \cdot (X_2 - X_3) + (Y_4 + Y_1) \cdot (X_1 - X_4) \\ - (Y_1 + Y_2) \cdot (X_2 - X_1) - (Y_4 + Y_1) \cdot (X_1 - X_4),$$

odnosno

$$2P = Y_1 \cdot (X_4 - X_2) + Y_2 \cdot (X_1 - X_3) + Y_3 \cdot (X_2 - X_4) + Y_4 \cdot (X_3 - X_1).$$

- U opštem slučaju:

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Y_i \cdot (X_{i-1} - X_{i+1}),$$

pri čemu je  $n$  broj graničnih tačaka poligona.

# RAČUNANJE POVRŠINA PREKO KOORDINATA

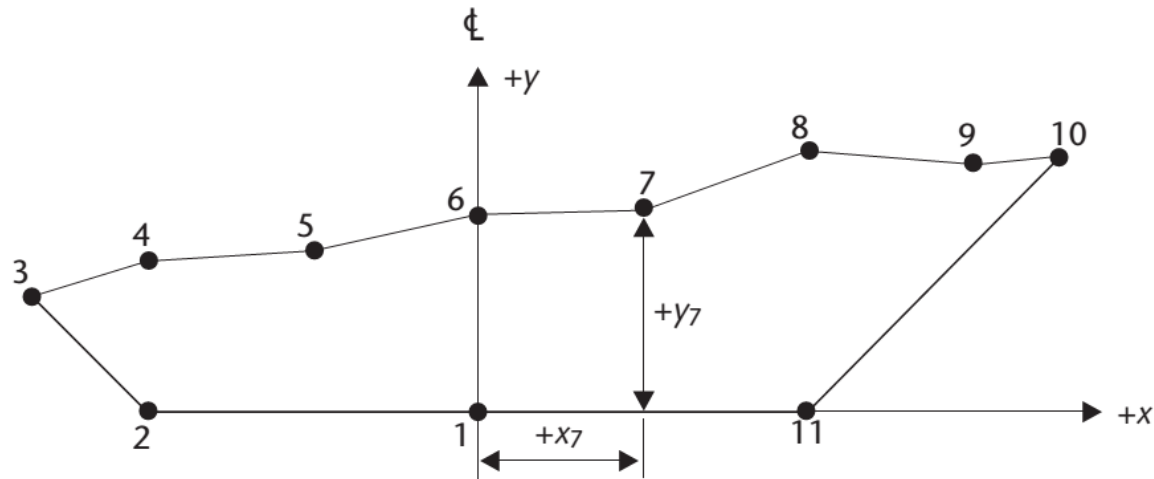
- Na identičan način izvodi se i formula za računanje površine na osnovu projekcije na  $Y$  osu:

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n X_i \cdot (Y_{i-1} - Y_{i+1}),$$

pri čemu je  $n$  broj graničnih tačaka poligona.

- Granične tačke moraju biti indeksirane od 1 do  $n$  u rastućem nizu u pravcu kretanja kazaljke na satu.
- Alati za računanje površina u CAD softverskim rešenjima bazirani su na ovim formulama.

# RAČUNANJE POVRŠINA PREKO KOORDINATA



$$2 \times \text{Area} = (N_1E_2 + N_2E_3 + N_3E_4 + \dots + N_{11}E_1) - (E_1N_2 + E_2N_3 + E_3N_4 + \dots + E_{11}N_1)$$

Table 15.2

Point $n =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$E_n$	0	$-b$	$-x_3$	$-x_4$	$-x_5$	0	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$b$
$N_n$	0	0	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	0

# PRORAČUN TAČNOSTI IZRAČUNAVANJA POVRŠINA

Prilikom projektovanja i izgradnje inženjerskih objekata, neretko se prave greške u određivanju površina, koje mogu da prouzrokuju velike materijalne gubitke.

Postupak određivanja površina obuhvata sledeće radove:

- proračun tačnosti određivanja površine - na osnovu dobijenih rezultata vrši se odabir mernih uređaja i metoda merenja elementarnih veličina;
- merenje elementarnih veličina;
- računanje površine iz elementarnih veličina;
- ocena tačnosti sračunate površine;
- prikaz rezultata i dokaza o ostvarenoj tačnosti.

- Opšti slučaj računanja površine neke figure:

$$P = f(a, b),$$

gde su  $a$  i  $b$  veličine pomoću kojih se računa površina.

- Ukoliko se ova funkcija linearizuje i zadrži samo linearni članovi, standardno odstupanje površine jednako je:

$$\sigma_P^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial a}\right)^2 \cdot \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial b}\right)^2 \cdot \sigma_b^2,$$

gde su  $\sigma_a$  i  $\sigma_b$  standardna odstupanja veličina  $a$  i  $b$ ,

a  $\left(\frac{\partial P}{\partial a}\right)$  i  $\left(\frac{\partial P}{\partial b}\right)$  parcijalni izvodi površine po  $a$  i  $b$ .

Oceniti tačnost određivanja površine pravougaonika čije su stranice  $a = 100 \text{ m}$  i  $b = 10 \text{ m}$  merene sa tačnošću  $\sigma_a = \sigma_b = 1 \text{ cm}$ .

$$P = a \cdot b, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial a}\right) = f_a = b, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial b}\right) = f_b = a,$$

$$\sigma_P^2 = f_a^2 \cdot \sigma_a^2 + f_b^2 \cdot \sigma_b^2 = (10 \text{ m})^2 \cdot (0.01 \text{ m})^2 + (100 \text{ m})^2 \cdot (0.01 \text{ m})^2,$$

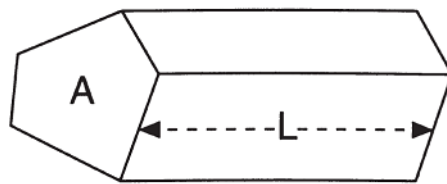
$$\sigma_P^2 = 1.01 \text{ m}^4 \Rightarrow \sigma_P = 1.00 \text{ m}^2.$$

Kojom tačnošću treba meriti stranice  $a$  i  $b$  da bi greška određivanja površine bila  $0.5 \text{ m}^2$ ?

$$\sigma_P^2 = (\sigma_P^2)_a + (\sigma_P^2)_b \Rightarrow (\sigma_P^2)_a = (\sigma_P^2)_b = \sigma_P^2 / 2 \Rightarrow \sigma_a^2 = \sigma_P^2 / (2 \cdot f_a^2) \dots$$

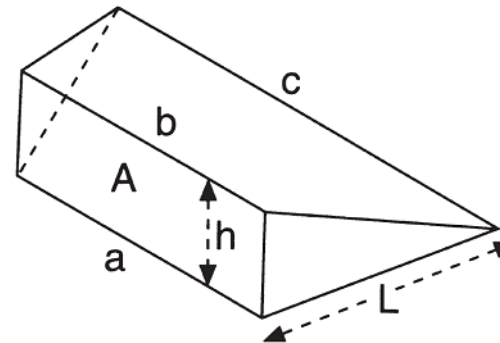
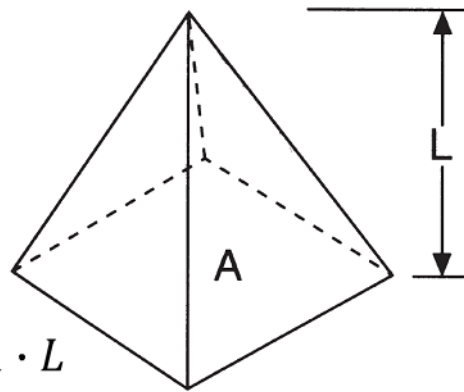
# RAČUNANJE ZAPREMINA

- Svako geometrijsko telo može se podeliti na pravilna geometrijska tela, čije zapremine se mogu sračunati pomoću poznatih formula.
- Prilikom aproksimacije složenih geometrijskih tela obično se koriste prizme, piramide i klinovi.



$$V = A \cdot L$$

$$V = \frac{A \cdot L}{3}$$



$$V = \frac{L}{6} \cdot ((a + b + c)/h)$$

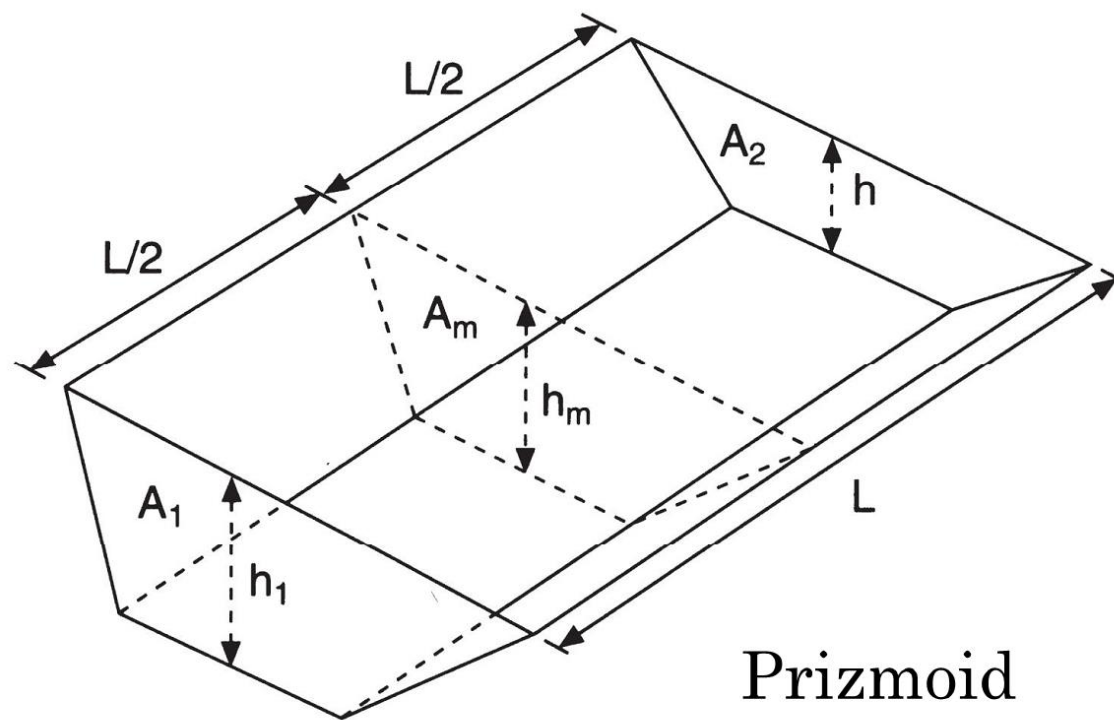
# RAČUNANJE ZAPREMINE PRIMENOM PRIZMOIDALNE JEDNAČINE

$$V = \frac{L}{6} \cdot (A_1 + 4 \cdot A_m + A_2),$$

gde su:

$A_1$  i  $A_2$  granične površi,

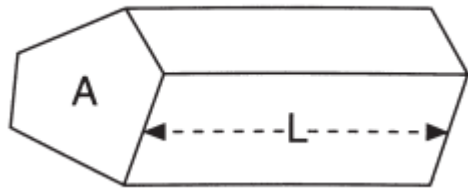
$A_m$  površina preseka na  
sredini rastojanja između  
graničnih površi.





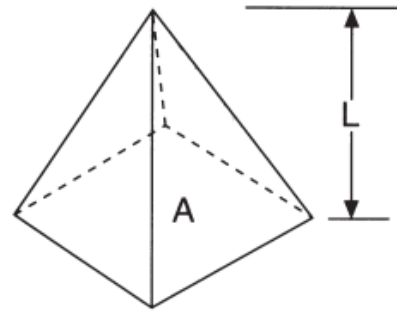
- Navedene formule za računanje zapremine prizme, klina i piramide mogu se predstaviti zajedničkom formulom:

$$V = \frac{L}{6} \cdot (A_1 + 4 \cdot A_m + A_2),$$



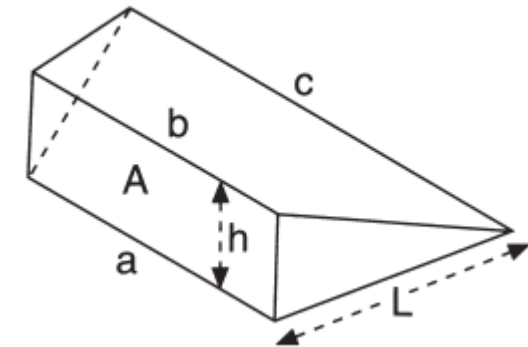
$$A_1 = A_m = A_2:$$

$$V = \frac{L}{6} (A + 4A + A) = \frac{L \times 6A}{6} = AL$$



$$A_m = \frac{A}{4}$$

$$V = \frac{L}{6} \left( A + 4 \times \frac{A}{4} + 0 \right) = \frac{L \times 2A}{6} = \frac{AL}{3}$$



$$A_m = A/2:$$

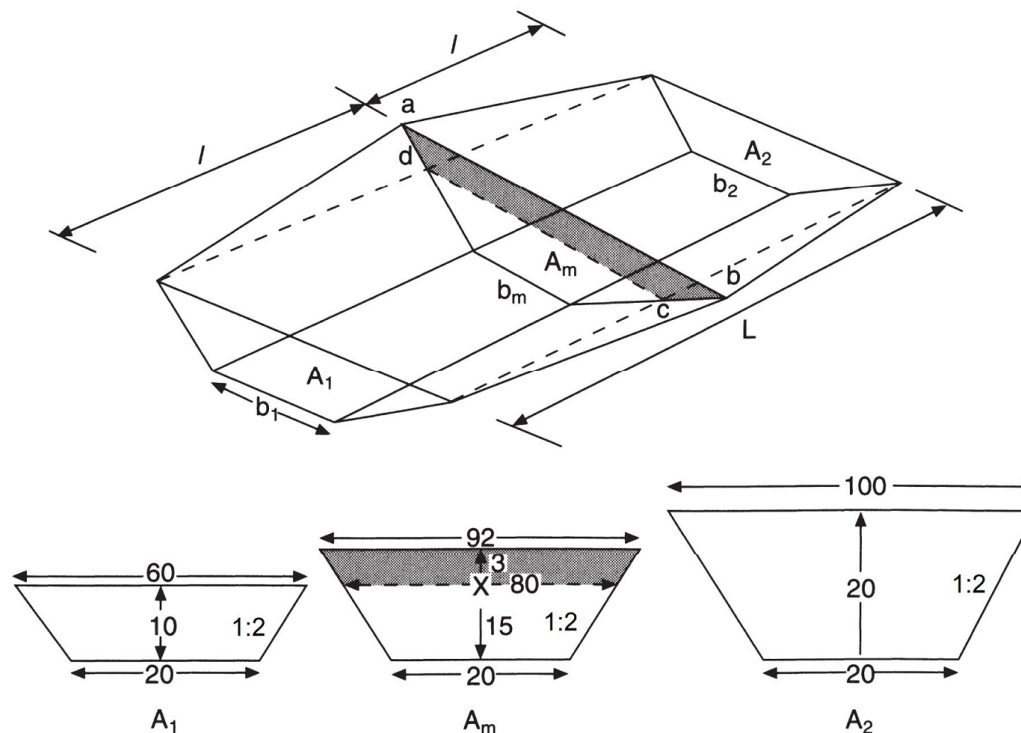
$$V = \frac{L}{6} \left( A + 4 \times \frac{A}{2} + 0 \right) = \frac{L \times 3A}{6} = \frac{AL}{2}$$

# RAČUNANJE ZAPREMINE POMOĆU KRAJNJIH PROFILA

- Kod ovog pristupa zapremina se određuje na sledeći način:

$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} \cdot L.$$

- Tačna vrednost zapremine prizmoida dobija se samo kada je površina srednjeg preseka jednaka aritmetičkoj sredini površina krajnjih preseka.



# RAČUNANJE ZAPREMINE POMOĆU KRAJNJIH PROFILA

- Prethodno navedeni izraz daje precenjene rezultate, ali ima široku primenu u praksi zbog svoje jednostavnosti.
- Računanje zapremina na osnovu poprečnih profila primenjuje se u slučaju kada je visina ili širina susednih profila približno jednaka (prizmoid se sastoji od klinova i prizmi).
- Prizmoidalni ekces – razlika između računanja zapremina na osnovu krajnjih profila i prizmoidalnog računanja.
- Trapezoidno pravilo računanja zapremina:

$$V = \left( \frac{A_1 + A_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} A_i \right) \cdot L.$$

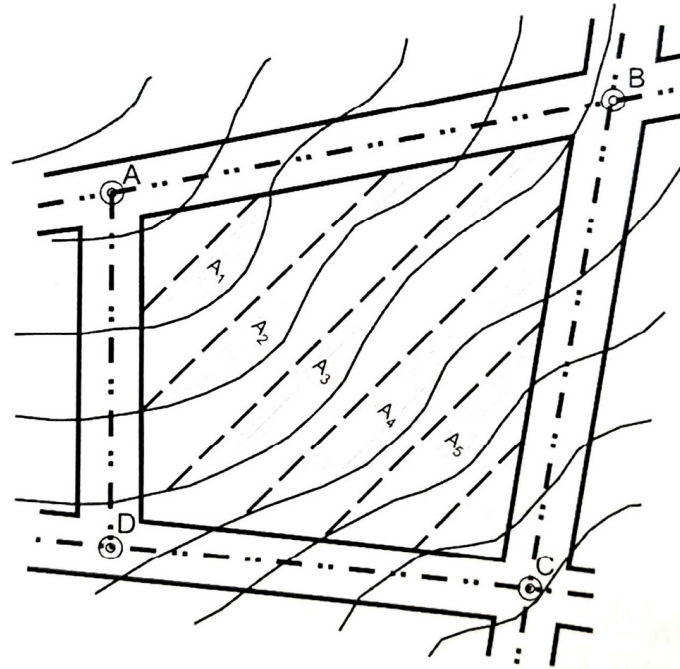
# RAČUNANJE ZAPREMINE POMOĆU ISOHIPSI

- Ova metoda se koristi kod proračuna zemljanih radova kod nivelacije zemljišta, izgradnje trgova, parkirališta ili sportskih terena.
- Zapremina useka ili nasipa između dve susedne izohipse određuje se na sledeći način:

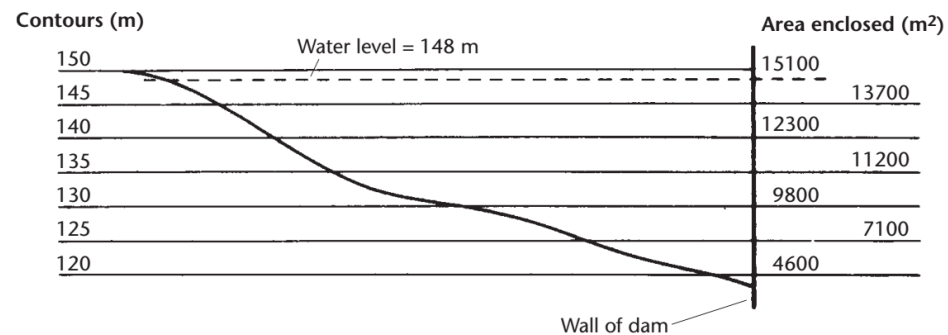
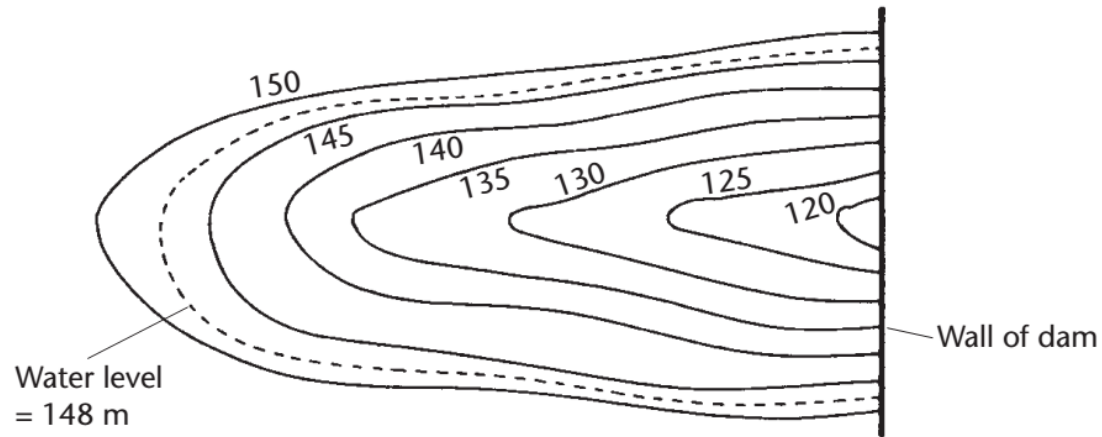
$$V = \left( \frac{A_i + A_{i+1}}{2} \right) \cdot h,$$

$A_i, A_{i+1}$  – površine useka ili nasipa između izohipsi,

$h$  – ekvidistanca.



# RAČUNANJE ZAPREMINE POMOĆU IZOHIPSI



total volume = volume between the 148 m and 145 m contours  
 + volume between the 145 m and 120 m contours  
 + small volume below the 120 m contour

The volume between the 148 m and 145 m contours is found by the end areas method using equation (15.27) to be

$$= \left[ \frac{(15,100 + 13,700)}{2} \right] \times 3 = 43,200 \text{ m}^3$$

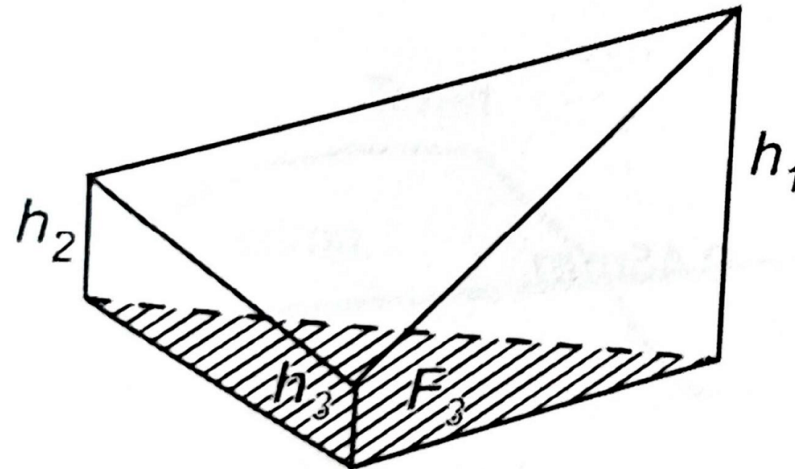
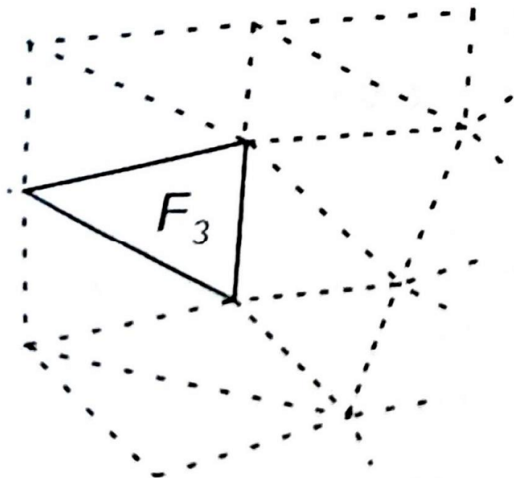
The volume between the 145 m and 120 m contours is found by the end areas method using equation (15.28) to be

$$= \left( \frac{5}{2} \right) [13,700 + 4600 + 2(12,300 + 11,200 + 9800 + 7100)] = 247,750 \text{ m}^3$$

$$\text{Total volume} = 43,200 + 247,750 + \delta V \\ = (290,950 + \delta V) \text{ m}^3$$

# RAČUNANJE ZAPREMINE POMOĆU MREŽE PRAVILNIH GEOMETRIJSKIH FIGURA

- Kod ovog pristupa projektovana ravan se usvaja za bazu tela čija se zapremina određuje.
- Projektovana ravan se izdela na mrežu kvadrata, pravougaonika ili trouglova čije se visine temena  $h_i$  određuju direktno na terenu.

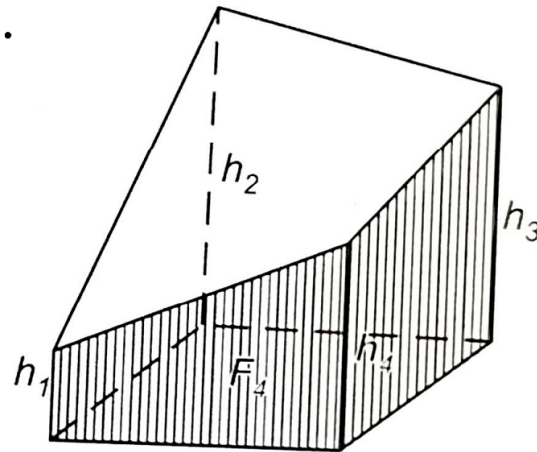
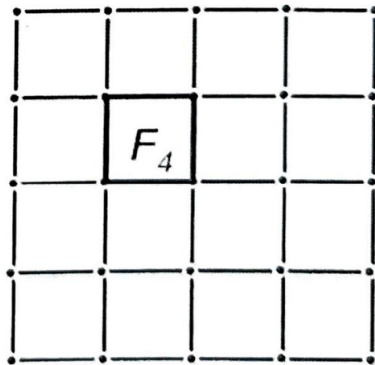


# RAČUNANJE ZAPREMINE POMOĆU MREŽE PRAVILNIH GEOMETRIJSKIH FIGURA

- Ukupna zapremina dobija se sabiranjem zapremina pojedinačnih prizmi:

$$V = \sum_{j=1}^n V_j, \quad V_j = A_j \cdot \frac{1}{k} \cdot \sum_{i=1}^k h_i, \quad k = 3 \text{ ili } 4,$$

gde je  $n$  broj prizmi,  $A_j$  površina osnove  $j$ -te prizme,  $h_i$  visine temena, a  $k$  broj temena.



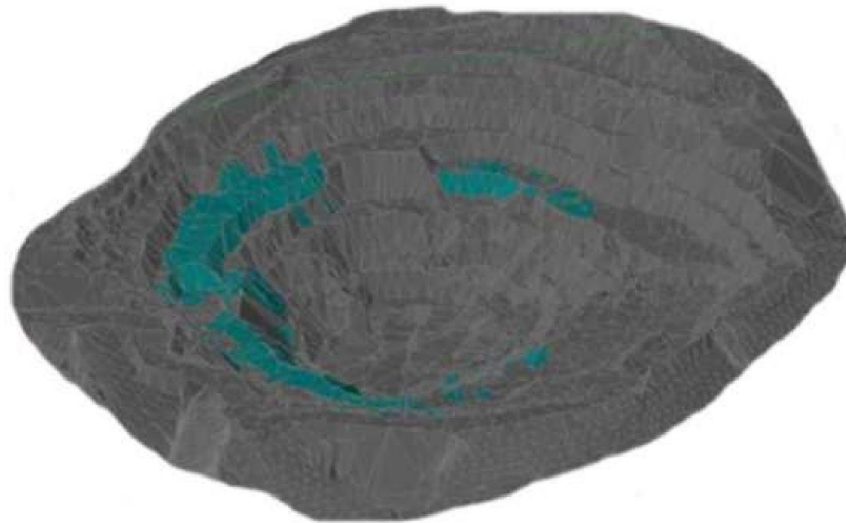
# RAČUNANJE ZAPREMINE IZMEĐU POPREČNIH PROFILA

- Konvencionalne metode određivanja zapremine bazirane su na primeni približnih formula, jer je primena tačnih formula u prošlosti bila komplikovana.
- Danas, u eri personalnih računara nema potrebe da se koriste približne formule, već je potrebno koristiti tačne formule za računanje zapremine.
- Ekspanzija informacionih tehnologija dovela je do razvoja velikog broja programskih paketa za 3D projektovanje, modeliranje i integraciju prostornih baza podataka, kao što su *AutoCAD Civil 3D*, *ArcGIS*, *MicroSurvey CAD* i sl.
- U okviru ovih programskih paketa zapremine se mogu odrediti na jednostavan način pomoću digitalnih modela.

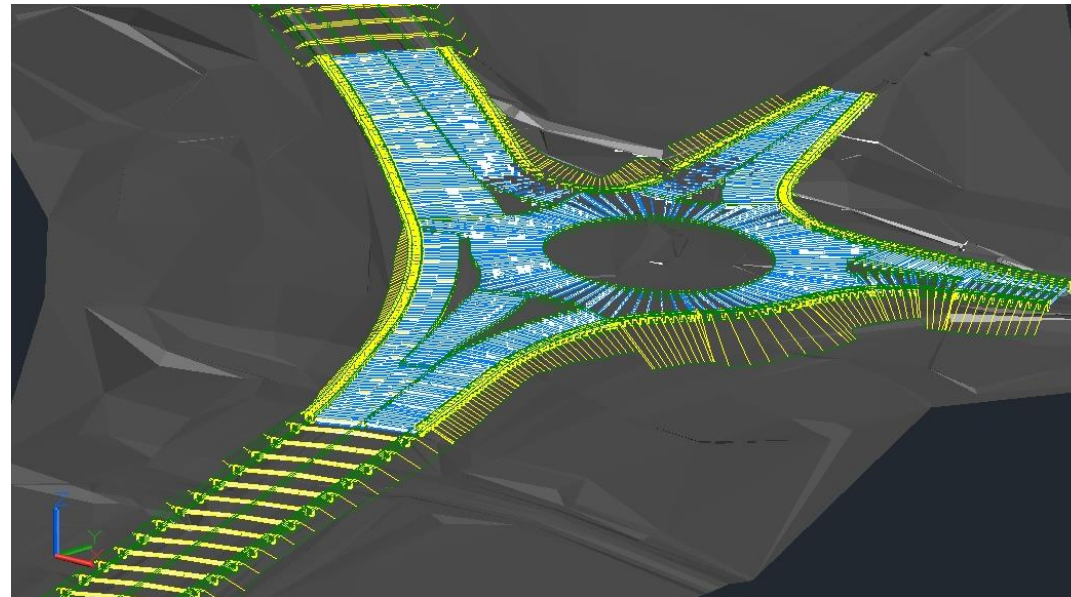
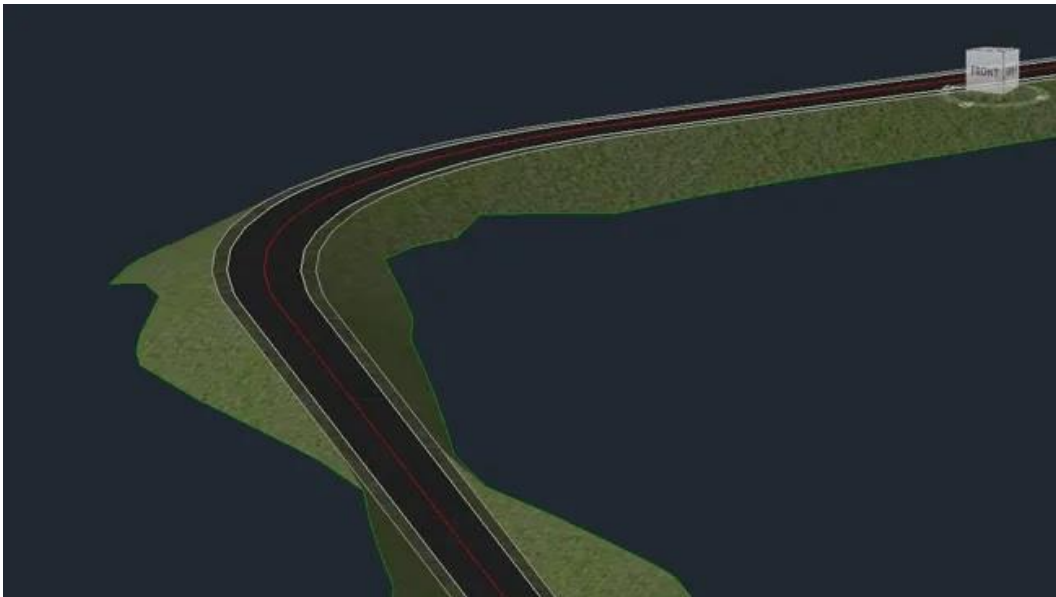


# RAČUNANJE ZAPREMINE IZMEĐU POPREČNIH PROFILA

- Za potrebe određivanja zapremina neophodna su dva digitalna modela terena (prvo i drugo stanje).
- Digitalni modeli terena moraju biti poziciono jedan iznad drugog, pri čemu se jedan usvaja kao baza (osnova) a drugi kao novo stanje (otkopano ili nasuto).

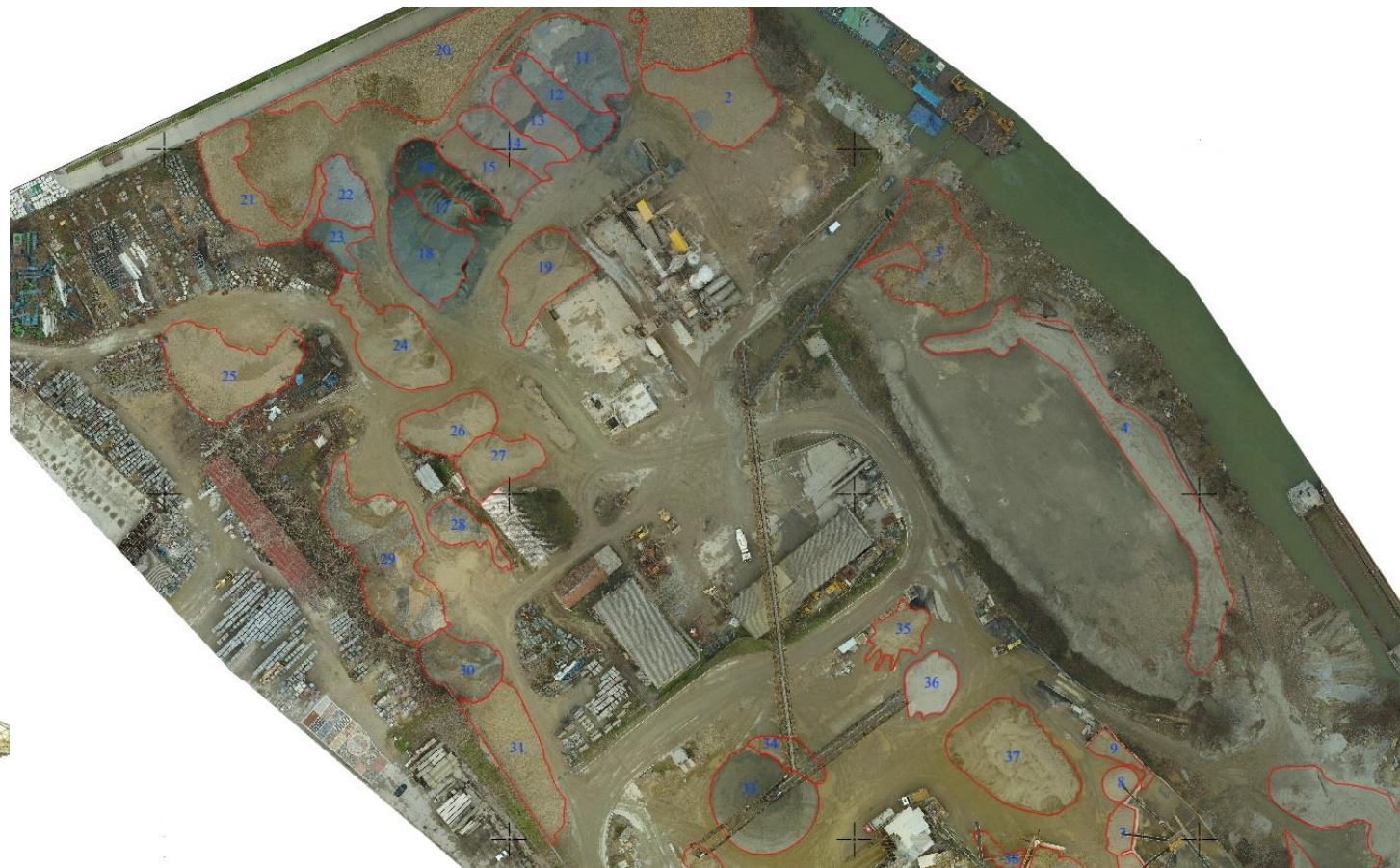
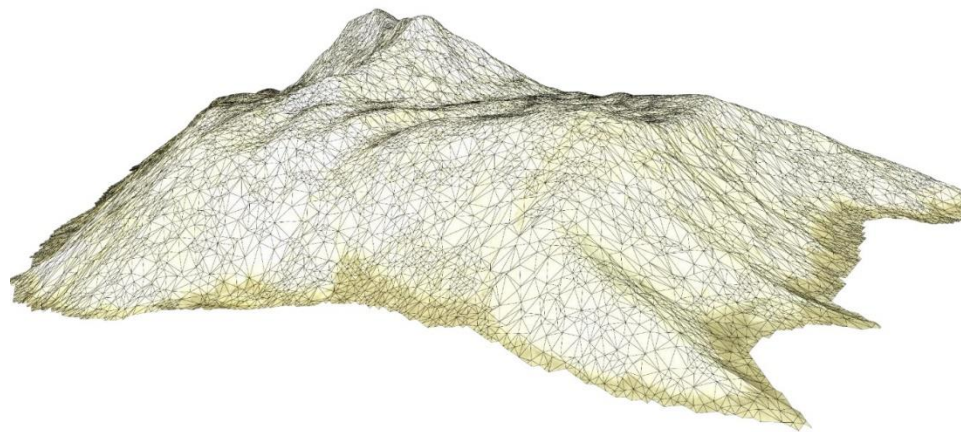


# RAČUNANJE ZAPREMINE IZMEĐU POPREČNIH PROFILA



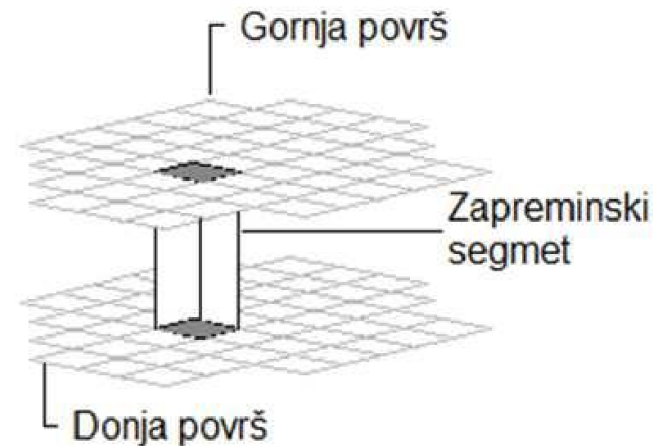


# RAČUNANJE ZAPREMINE IZMEĐU POPREČNIH PROFILA



# RAČUNANJE ZAPREMINE IZMEĐU POPREČNIH PROFILA

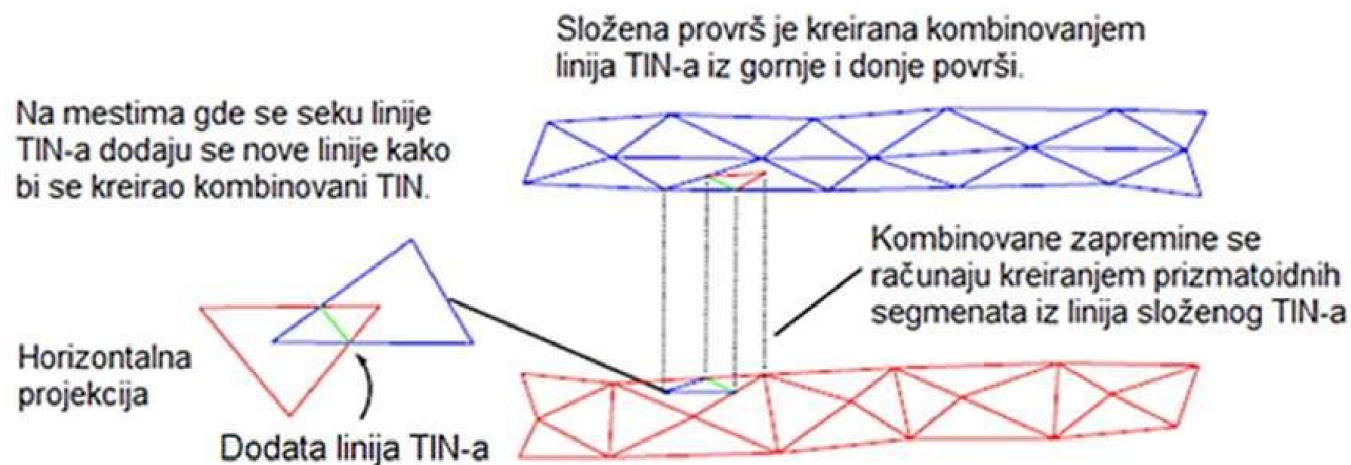
- U postupku određivanja zapremine na osnovu digitalnih modela terena primenjuje se:
  - grid metoda;
  - kombinovana metoda;
- Grid metoda zasniva se na računanju zapremine pojedinačnih prizmi sa osnovom kvadrata ili pravougaonika.
- U čvornim tačkama se interpoluju visine na dve definisanje površi i odrede visinske razlike koje se koriste kao visine prizmi u pojedinim čvorovima.





# RAČUNANJE ZAPREMINE IZMEĐU POPREČNIH PROFILA

- Kombinovana metoda bazirana je na formiranju nove mreže nepravilnih trouglova (TIN) koja se dobije u preseku dve postojeće mreže trouglova koje se odnose na prvi i drugi model.
- Visine tačaka se interpoluju na jednoj i drugoj površi u vrhovima novih trouglova.
- Određivanje zapremine svodi se na računanje zapremina pojedinačnih prizmi sa osnovom trougla.



**Hvala na pažnji**